

НАУКОВИЙ ПОШУК МОЛОДИХ ДОСЛІДНИКІВ

Збірник наукових праць
студентів, магістрантів та викладачів

2024

УДК 378.937
Н32

Рекомендовано вченою радою Житомирського державного університету імені Івана Франка, протокол № 11 від 25 червня 2024 року

РЕЦЕНЗЕНТИ: **Тетяна РОЖНОВА** – кандидат педагогічних наук, доцент, професор кафедри педагогіки, адміністрування і спеціальної освіти ДЗВО «Університет менеджменту освіти» НАПН України;
Оксана НАКОНЕЧНА – кандидат технічних наук, доцент (б.в.з.) кафедри інформаційних технологій Одеського державного аграрного університету;
Ірина КОЛЕСНИКОВА – кандидат педагогічних наук старший викладач методики викладання навчальних предметів КЗ ЖОППО ЖОР.

Н32	<p>Науковий пошук молодих дослідників: збірник наукових праць студентів, магістрантів та викладачів / за заг. ред. Постової Світлани, Вербівського Дмитрія, Карплюк Світлани, Єремєєвої Віри. – Житомир : Вид-во ЖДУ ім. І. Франка, 2024. – Вип. 17. – 156 с.</p> <p>У збірнику представлено результати науково-дослідницької роботи за актуальними напрямками фізико-математичних, психолого-педагогічних наук та інформаційних технологій здобувачів першого другого та третього рівнів освіти, членів проблемних груп та наукових гуртків, учителів шкіл і викладачів фізико-математичного факультету Житомирського державного університету імені Івана Франка та інших ЗВО України.</p> <p style="text-align: right;">УДК 378.937</p>
------------	--

© Автори, 2024

© ЖДУ ім. І. Франка, видання, 2024

ЗМІСТ

Алексееенко В., Гуменюк С. Розробка моделей для прогнозування результатів на основі великих даних.....	6
Андрощук М. Франовський А. Змішана форма навчання, як один із видів організації освітнього процесу.....	8
Андрощук М. Франовський А. Про умови збіжності деяких послідовностей, заданих рекурентно.....	12
Білоус О., Ярмоленко Т. Аналіз існуючих теоретико-практичних розробок у галузі створення інформаційних систем та побудова розрахункового алгоритму рішення задачі на базі роботи державної установи	18
Волков С. Теорема про Британський прапор та її узагальнення.....	21
Грищук А. Використання методу Бете для розрахунку енергетичних спектрів квантових систем.....	23
Грищук С. Бігармонічне продовження градієнтів та моногенні функції бігармонічної алгебри.....	26
Гродецький Д. Особливості чат-ботів для різних платформ.....	28
Denega I., Zabolotnyi Ya. Extremal Problem on Three Non-Overlapping Domains Containing Ellipse Points.....	31
Довгопятий О., Ількевич Н., Севостьянов Є., Таргонський А. Спотворення відстаней при відображеннях з нерівністю Полецького в термінах простих кінців.....	34
Жуковецький І. Розробка гри за допомогою мови програмування Lua.....	39
Золкіна І., Таргонський А. Розв'язання одного із видів узагальненого рівняння Пелля.....	44
Іванов К., Подолян Р. Математика інвестування: правило 72 в економіці.....	49
Кіценко Р., Подолян Р. Рівняння Фішера в дії: математичний аналіз номінальних ставок та інфляції.....	51
Козак В. Ефективність використання технологій доповненої реальності в навчальному процесі.....	53
Kohut Ya., Parfinovych N. On Optimal Sparse Control Problem For Quasi-Linear Parabolic Equation With Variable Order of Nonlinearity.....	58

Кулага М. Перспективи використання технологій розширеної та віртуальної реальності у освіті.....	61
Кучменко А., Постова С. Теоретичні аспекти впровадження та використання штучного інтелекту.....	64
Лавренюк Я., Басканова Т. Сутність та види комп'ютерної графіки.....	69
Лашевич А., Сікора Я. Особливості викладання комп'ютерної графіки в закладах професійної освіти.....	73
Лузянчук К., Лисюк Л. Класифікація та характеристики різних видів мультимедійних засобів.....	78
Мисюк О. Теоретичні засади реалізації stem- освіти у закладах фахової передвищої освіти.....	82
Мороз А., Щехорський А. Аналіз комп'ютерних технологій створення музики.....	85
Немченко С., Поліщук М. Використання застосунків Google в управлінні та організації освітнього процесу.....	91
Огінська М. Дискретний та інтервальний ряди розподілу комплекснозначної вибірки. Голігон і гістограма.....	95
Огірко І. Математика та ІТ аналітика.....	101
Оверко В. Стабілізуючий вплив аортоподібної звивистості.....	106
Опанасюк Н. Взаємозв'язок математики та інформатики у процесі розвитку алгоритмічного мислення школярів.....	109
Пасько А. Гомології просторів комплекснозначних узагальнених досконалих сплайнів.....	111
Петков І., Салімов Р., Стефаучук М. Асимптотична поведінка на нескінченності розв'язків нелінійного рівняння Бельтрамі.....	113
Постова С., Поплавський О. Способи реалізації перевірки знань здобувачів освіти в умовах дистанційного навчання.....	115
Сичак О. Формування математичної компетентності здобувачів-майбутніх учителів математики в умовах неформальної та інформальної освіти.....	122
Смолянюк В. Аналіз основних етапів підключення ChatGPT до мобільних застосунків.....	125
Таргонська Є., Таргонський А. Використання числових послідовностей типу r у шифруванні.....	128

Чемерис О. Задачі оптимізації транспортної мережі мовою Python.....	137
Черняк Ю., Трофімчук О. До проблеми застосування математичних методів у фізиці.....	142
Шевчук М., Мельник А. Використання сучасних цифрових технологій в освітньому процесі...../...	144
Щербінін М., Ткаченко М. Розвиток креативності школярів на уроках математики.....	147
Щехорський А. Алгоритми похідних відображень.....	150
Щехорський А. Моделювання показників мінливості в описовій статистиці.....	153

Алексєєнко В.В.

асистент кафедри комп'ютерних наук та інформаційних технологій,

Гуменюк С.П.

асистент кафедри комп'ютерних наук та інформаційних технологій

Житомирський державний університет імені Івана Франка

РОЗРОБКА МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ПРОГНОЗУВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ НА ОСНОВІ ВЕЛИКИХ ДАНИХ

У сучасному світі обсяг даних, що генеруються щодня, зростає в геометричній прогресії. Цей процес охоплює всі сфери життя, включаючи бізнес, медицину, освіту та розваги. Великі дані (Big Data) стали ключовим ресурсом для прийняття рішень, розробки стратегій та покращення різних процесів. Математичне моделювання та аналіз великих даних дозволяють виявляти закономірності, прогнозувати результати та оптимізувати діяльність у різних галузях.

Великі дані характеризуються великим обсягом, високою швидкістю створення та великою різноманітністю. Традиційні методи обробки даних часто не можуть впоратися з такими обсягами інформації, тому необхідні нові підходи та інструменти. Великі дані можна розділити на структуровані, напівструктуровані та неструктуровані. До структурованих даних належать, наприклад, таблиці баз даних, тоді як неструктуровані дані включають текстові документи, зображення та відео.

Розробка моделей для прогнозування на основі великих даних включає кілька ключових етапів:

1. Збір даних. Включає процес отримання даних з різних джерел, таких як сенсори, соціальні мережі, бази даних, веб-сайти тощо.
2. Підготовка даних. Очищення даних, заповнення пропусків, обробка аномалій та перетворення даних до форми, зручної для аналізу.
3. Аналіз даних. Використання статистичних методів та алгоритмів машинного навчання для виявлення закономірностей та побудови моделей.
4. Моделювання. Створення прогнозних моделей за допомогою методів регресії, класифікації, кластеризації тощо.
5. Оцінка моделі. Перевірка точності та надійності моделі на тестових даних, оцінка її ефективності.

6. Впровадження та моніторинг. Використання моделі в реальних умовах та постійний моніторинг її продуктивності.

Розглянемо різноманітні методи та алгоритми, які використовуються для прогнозування на основі великих даних:

- Лінійна регресія (простий та ефективний метод, який використовується для передбачення значення залежної змінної на основі значень однієї або кількох незалежних змінних);
- Логістична регресія (метод класифікації, який прогнозує ймовірність належності об'єкта до певного класу);
- Дерева рішень (алгоритм, який використовує ієрархічну структуру для прийняття рішень, базуючись на значеннях вхідних змінних);
- Метод опорних векторів (використовується для класифікації та регресії, добре працює з великими обсягами даних);
- Нейронні мережі (потужний інструмент для моделювання складних нелінійних взаємозв'язків, особливо популярний у глибокому навчанні);
- Методи кластеризації (використовуються для групування об'єктів на основі їхніх характеристик, наприклад, алгоритм k-середніх).

Розробка моделей для прогнозування результатів на основі великих даних є важливим та перспективним напрямком у комп'ютерних науках. Використання сучасних методів машинного навчання та аналізу даних дозволяє отримувати точні та надійні прогнози, що сприяє прийняттю обґрунтованих рішень у різних сферах. Незважаючи на виклики, розвиток технологій та нових підходів відкриває широкі перспективи для подальшого вдосконалення моделей та їх застосування.

Список використаних джерел та літератури

1. Han J., Pei J., Kamber M. Data Mining: Concepts and Techniques. Elsevier, 2012. 740 p.
2. Murphy K. P. Machine Learning: A Probabilistic Perspective. MIT Press, 2012. 1098 p.
3. Bishop C. M. Pattern Recognition and Machine Learning. Springer, 2006. 758 p.

4. Hastie T., Tibshirani R., Friedman J. The Elements of Statistical Learning: Data Mining, Inference, and Prediction. Springer, 2009. 764 p.
5. Goodfellow I., Bengio Y., Courville A. Deep Learning. MIT Press, 2016. 800 p.

Андрощук Марія

здобувачка 4 курсу освітньої програми «Середня освіта (математика)»,

Франовський Анатолій

*кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри алгебри
та геометрії*

Житомирський державний університет імені Івана Франка

ЗМІШАНА ФОРМА НАВЧАННЯ, ЯК ОДИН ІЗ ВИДІВ ОРГАНІЗАЦІЇ ОСВІТНЬОГО ПРОЦЕСУ

Потреба в якісній освіті та постійний розвиток інформаційно-комунікаційних технологій зумовлюють виникнення нових форм та засобів навчання. Зокрема за останні роки в сфері освіти України широкого використання набула дистанційна форма навчання, що стала своєрідним прообразом для більш сучасної змішаної форми здобуття освіти.

Змішана форма навчання стає все більш актуальною і перетворюється з модної тенденції на альтернативу традиційним методам викладання.

Аналіз актуальних досліджень. Методичні аспекти організації і впровадження змішаної форми навчання в освітній процес представлено в роботах таких науковців як: О. Абатуров, А. Нікуліна, К. Генрі, Ч. Грехем, М. Грубер, М. Мар'єнко, А. Сухіх, С. Масліч, та ін.

Мета статті. Мета даної роботи полягає в представленні сутності, переваг та недоліків змішаної форми навчання, а також дослідженні її впливу безпосередньо на якість освіти учнів.

Виклад основного матеріалу. Blended Learning – так мовою оригіналу звучить поняття "змішане навчання". Сама концепція з'явилася ще в 1990-х як протипага онлайн-навчання, проте поступово вивчати та впроваджувати її почали лише з 2000-х, тож можна стверджувати що дана технологія є новою.

Змішане навчання – різновид гібридної методики, коли відбувається поєднання онлайн навчання, традиційного та самостійного навчання. Тобто

не лише звичайне використання сучасних технологій в поєднанні з традиційними, а повністю новий підхід до навчання, що трансформує, а іноді й «перевертає» клас (англ. flipped classroom).

Головною особливістю такої форми навчання та її відмінністю від інших є використання відразу двох форм навчання (очної та дистанційної) у пропорціях, залежних від конкретної ситуації. Той матеріал, який учень опрацьовує онлайн (у формі самостійного прочитання матеріалів, чи при перегляді демонстраційних відео), остаточно засвоюється офлайн (в приміщенні школи під час занять).

Зокрема виділяють декілька видів так званого «змішування» навчання: [2]



Схема 1. «Варіанти «змішування» навчального процесу»

Фактично весь процес змішаного навчання можна умовно поділити на дві частини: офлайн та онлайн. Причому під час проведення даних онлайн частин учні можуть самостійно обрати чи хочуть вони доєднатись вдома, чи бути присутніми в класі.

В процесі офлайн частин такого навчання, учні мають можливість напряму взаємодіяти з однокласниками та вчителем. І саме тоді відбувається занурення в роботу над груповими проектами, індивідуальні консультації, дискусії та будь-яка інша взаємодія, яка відбувається в реальному часі без участі ІКТ. [1]

Як і будь-яка інша форма навчання, змішане навчання має ряд переваг, які не можуть залишитись непоміченими, зокрема їх наведено на рис. 1.

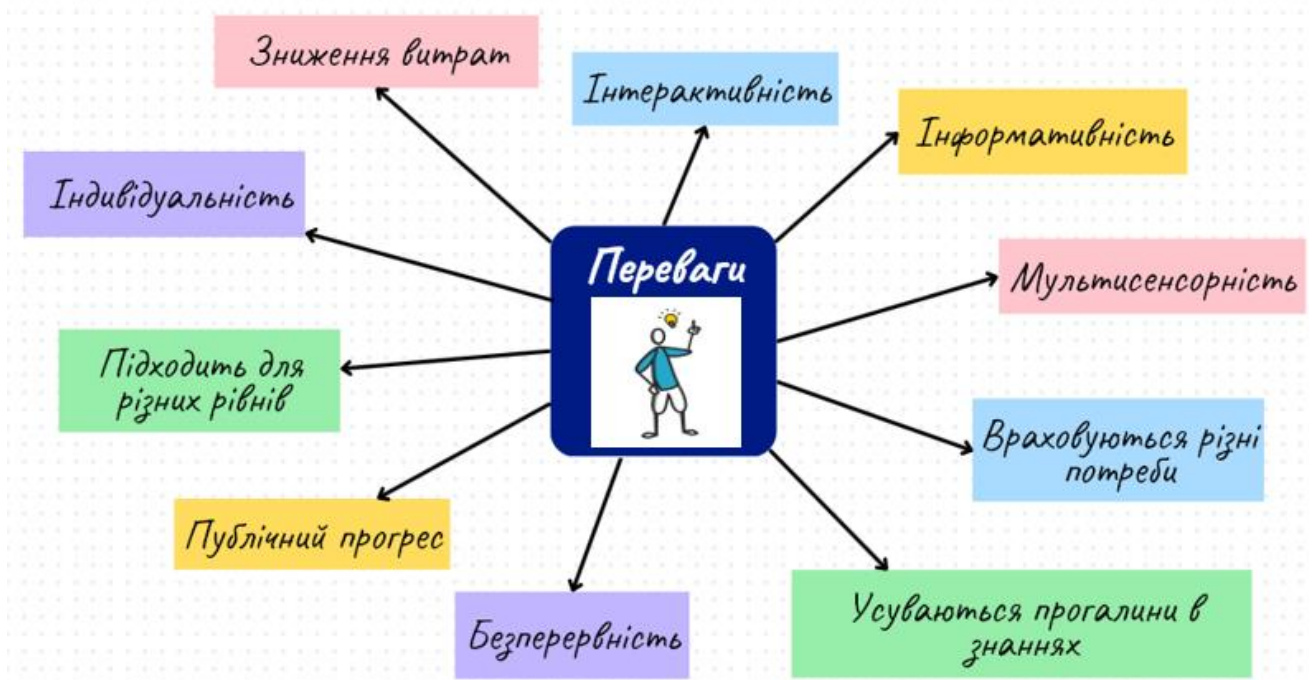


Рис. 1 «Переваги змішаного навчання»

Водночас, ця форма організації навчання має певні недоліки, які не варто ігнорувати та над усуненням яких ще варто попрацювати, їх ми представимо на рис. 2.



Рис. 2 «Недоліки змішаного навчання»

Проаналізувавши всі переваги та недоліки змішаної форми

навчання, які наведені на рис. 1 та рис. 2, вчитель може зробити висновки стосовно доцільності використання такої форми організації процесу навчання саме в своїй діяльності.

Висновки та перспективи подальших досліджень. Можемо підсумувати, що дана форма організації навчального процесу — перспективна технологія, яка при правильному підході допомагає досягти чудових результатів і вирішити багато проблем пов'язаних саме з очним навчанням.

За її допомогою можна досягти більшого залучення учнів, закладати більше інформації в певні курси, розвивати в дітях самостійність і враховувати можливості й бажання різних типів дітей.

А враховуючи всі фактори які наразі впливають на сферу освіти України, доволі перспективним є розвиток саме змішаного навчання у всіх його формах та напрямках.

Змішана форма навчання - це ефективний спосіб навчання, який дозволяє учням отримувати якісну освіту в зручний для них час і темпі.

Список використаних джерел та літератури

1. «Змішане навчання: плюси та мінуси.» [Електронний ресурс]. URL: <https://miyklas.com.ua/novosti/2021/09/zmishane-navchannya-plyusi-ta-minusi>
2. Змішане навчання: як організувати якісний освітній процес в умовах війни. [Електронний ресурс]. URL: <https://sqe.gov.ua/zmishane-navchannya-yak-organizuvati-yaki/>

Андрощук Марія,
здобувачка 4 курсу освітньої програми «Середня освіта (математика)»,
Франовський Анатолій
кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри алгебри
та геометрії

Науковий керівник: Сарана Олександр,
кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри
математичного аналізу, бізнес-аналізу та статистики
Житомирський державний університет імені Івана Франка

ПРО УМОВИ ЗБІЖНОСТІ ДЕЯКИХ ПОСЛІДОВНОСТЕЙ, ЗАДАНИХ РЕКУРЕНТНО

Поняття числової послідовності – одне з базових понять в напрямку математики, знайомство з яким розпочинається ще в школі (як приклад арифметичні та геометричні прогресії). Ця тема має широке коло застосувань у фізиці, інженерії, економіці та інших галузях науки. Дослідження властивостей послідовностей є важливим розділом математичного аналізу – одного з основних предметів у фаховій підготовці математиків.

Аналіз актуальних досліджень. Дослідження різних аспектів збіжності послідовностей представлено в роботах таких науковців як: Н. Гоєнко, М. Руновська, М. Михасюк, П. Слюсарчук, О Шпота та ін.

Мета статті. Мета даної роботи полягає в дослідженні збіжності послідовностей геометричного типу.

Виклад основного матеріалу. Оскільки геометрична прогресія може бути задана рекурентним відношенням: $b_k = \frac{b_{k-1}^2}{b_{k-2}}, b_1 \neq 0, b_2 \neq 0$, то такі послідовності назвемо послідовностями геометричного типу.

У роботі використовуються властивості зворотніх послідовностей. Зворотні послідовності в курсі математики зустрічаються досить часто, зокрема арифметична та геометрична прогресії. З теорією зворотніх послідовностей можна ознайомитись в [1], [2], [3].

Будемо записувати послідовності у вигляді $a_1, a_2, a_3, \dots, a_k, \dots$ або коротко $\{a_k\}$. Зворотна послідовність n -го порядку задається першими n членами a_1, a_2, \dots, a_n і рекурентним рівнянням

$$a_k = m_1 a_{k-1} + m_2 a_{k-2} + \dots + m_n a_{k-n} \quad (k \geq n + 1), \quad (1)$$

де m_1, m_2, \dots, m_n фіксовані дійсні числа. Таким чином, зворотна послідовність характеризується тим, що кожний член її (починаючи з деякого з них) виражається через одну і ту саму кількість n попередніх йому членів. Рівняння (1) називають зворотним рівнянням n -го порядку. набір чисел a_1, a_2, \dots, a_n називається початковими умовами рівняння (1).

Найбільш відомими прикладами зворотніх послідовностей є арифметична та геометрична прогресії.

Арифметичну прогресію можна задати як зворотну послідовність наступним способом: $a_1, a_k = a_{k-1} + d$; або $a_1, a_2, a_k = 2a_{k-1} - a_{k-2}$,

Геометричну прогресію можна задати як зворотну послідовність таким способом: $b_1, b_k = b_{k-1} \cdot q, q \neq 0, b_1 \neq 0$.

Дослідимо умови існування скінченної границі послідовності геометричного типу у випадку $\alpha = 1$.

Теорема 1. Нехай послідовність дійсних чисел u_k задана рекурентно: $u_1 > 0, u_2 > 0$,

$$u_k = \frac{u_{k-1}^m}{u_{k-2}^p}, p \neq 0$$

Тоді при виконанні однієї з наступних умов:

$$1) \begin{cases} p < \frac{m^2}{4}; \\ p > |m| - 1; \\ |m| < 2; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} m \in (0; 2]; \\ p = m - 1; \end{cases} \quad 3) \begin{cases} u_1 = u_2; \\ m = 2; \\ p = 1; \end{cases} \quad 4) \begin{cases} p > \frac{m^2}{4}; \\ p \in (0; 1). \end{cases}$$

послідовність u_k є збіжною.

Доведення. Розглянемо допоміжну послідовність $a_k = \ln u_k$.

Оскільки функція $y = \ln x$ є неперервною, то послідовності u_k та a_k або одночасно збіжні, або одночасно розбіжні.

Маємо: $a_k = \ln u_k = m \ln u_{k-1} - p \ln u_{k-2} = m a_{k-1} - p a_{k-2}$, тобто послідовність a_k є зворотньою.

Характеристичне рівняння послідовності a_k має вигляд: $q^2 - m q + p = 0$.

Знаходимо $D = m^2 - 4p$.

Можливі випадки:

1) $D > 0$, тоді корені рівняння дійсні:

$$q_1 = \frac{m - \sqrt{m^2 - 4p}}{2}, q_2 = \frac{m + \sqrt{m^2 - 4p}}{2},$$

а формула загального члена має вигляд [2]:

$$a_k = C_1 \left(\frac{m - \sqrt{m^2 - 4p}}{2} \right)^{k-1} + C_2 \left(\frac{m + \sqrt{m^2 - 4p}}{2} \right)^{k-1}.$$

Сталі C_1 та C_2 знаходимо з умов:

$$\begin{cases} a_1 = C_1 + C_2; \\ a_2 = C_1 \frac{m - \sqrt{m^2 - 4p}}{2} + C_2 \frac{m + \sqrt{m^2 - 4p}}{2}. \end{cases}$$

Отримаємо:

$$C_1 = \frac{ma_1 - 2a_2}{2\sqrt{m^2 - 4p}} + \frac{a_1}{2}, C_2 = \frac{2a_2 - ma_1}{2\sqrt{m^2 - 4p}} + \frac{a_1}{2}.$$

$$a_k = \left(\frac{ma_1 - 2a_2}{2\sqrt{m^2 - 4p}} + \frac{a_1}{2} \right) \left(\frac{m - \sqrt{m^2 - 4p}}{2} \right)^{k-1} + \left(\frac{2a_2 - ma_1}{2\sqrt{m^2 - 4p}} + \frac{a_1}{2} \right) \left(\frac{m + \sqrt{m^2 - 4p}}{2} \right)^{k-1}$$

Послідовність a_k , а отже і послідовність u_k є збіжною, якщо

$$\begin{cases} q_1 > -1; \\ q_2 < 1; \end{cases}$$

Тобто при виконанні умов:

$$\begin{cases} m - \sqrt{m^2 - 4p} > -2 \\ m + \sqrt{m^2 - 4p} < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{m^2 - 4p} < m + 2 \\ \sqrt{m^2 - 4p} < 2 - m \end{cases}.$$

Звідси отримуємо, що при виконанні умов: $\begin{cases} p < \frac{m^2}{4}; \\ p > |m| - 1; \\ |m| < 2. \end{cases}$

виконується $\lim_{k \rightarrow \infty} a_k = 0$, звідки $\lim_{k \rightarrow \infty} u_k = 1$.

Також послідовність a_k є збіжною, якщо $-1 < q_1 < q_2 = 1$. Неважко перевірити, що це досягається при виконанні умов:

$$\begin{cases} m \in (0; 2] \\ p = m - 1 \end{cases}.$$

У такому випадку $\lim_{k \rightarrow \infty} a_k = \frac{2a_2 - ma_1}{2\sqrt{m^2 - 4p}} + \frac{a_1}{2} = \frac{a_2 + a_1 - ma_1}{2 - m}$,

$$\lim_{k \rightarrow \infty} u_k = e^{\frac{a_2 + a_1 - ma_1}{2-m}}$$

2) Нехай $D=0$, тобто $p = \frac{m^2}{4}$, $m \neq 0$. Тоді характеристичне рівняння:

$q^2 - mq + \frac{m^2}{4} = 0$, тому $q_1 = q_2 = \frac{m}{2}$, а формула загального члена має

$$\text{вигляд [2]: } a_2 = C_1 \left(\frac{m}{2}\right)^{k-1} + C_2(k-1) \left(\frac{m}{2}\right)^{k-1} = \left(\frac{m}{2}\right)^{k-1} (C_2k + C_3)$$

Очевидно, що при $m \in (-2; 2)$ така послідовність є збіжною, причому $\lim_{k \rightarrow \infty} a_k = 0$, $\lim_{k \rightarrow \infty} u_k = 1$.

Також ця послідовність є збіжною якщо $m=2$, $C_2 = 0$. Легко перевірити, що це досягається при виконанні умов $p = 1$, $m = 2$, $u_1 = u_2$, тобто у цьому випадку u_k є стаціонарною послідовністю.

3) $D = m^2 - 4p < 0$. Тоді маємо:

$$q_1 = \frac{m - \sqrt{4p - m^2}i}{2}, \quad q_2 = \frac{m + \sqrt{4p - m^2}i}{2},$$

$$a_k = C_1 \left(\frac{m - \sqrt{4p - m^2}i}{2}\right)^{k-1} + C_2 \left(\frac{m + \sqrt{4p - m^2}i}{2}\right)^{k-1}.$$

З умов:

$$\begin{cases} a_1 = C_1 + C_2; \\ a_2 = C_1 \frac{m - \sqrt{4p - m^2}i}{2} + C_2 \frac{m + \sqrt{4p - m^2}i}{2}; \end{cases}$$

Знаходимо:

$$C_1 = \frac{a_1}{2} - \frac{ma_1}{2\sqrt{4p - m^2}}i + \frac{a_2}{\sqrt{4p - m^2}}i;$$

$$C_2 = \frac{a_1}{2} + \frac{ma_1}{2\sqrt{4p - m^2}}i - \frac{a_2}{\sqrt{4p - m^2}}i.$$

Послідовність a_k є збіжною при виконанні умов:

$$\begin{cases} |q_1| < 1; \\ |q_2| < 1; \end{cases} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{m^2 + (\sqrt{4p - m^2})^2}}{2} < 1,$$

з яких отримуємо $-1 < p < 0$.

Отже, при виконанні умов $\begin{cases} 4p - m^2 < 0; \\ -1 < p < 0; \end{cases}$

послідовність a_k є збіжною, причому $\lim_{k \rightarrow \infty} a_k = 0$. Теорема доведена.

Основний випадок послідовності геометричного типу.

$$u_k = \frac{\alpha \cdot u_{k-1}^m}{u_{k-2}^p}, \text{ (при вказаних вище умовах)} \quad \text{зводиться до}$$

випадку доведеної вище теореми.

Можливі випадки:

1) Нехай $\alpha \neq 1, m \neq p + 1$, тоді розглянемо допоміжну послідовність

$$x_k = \beta \cdot u_k, \text{ де } \beta = \alpha^{\frac{1}{m-1-p}}.$$

Члени цієї послідовності задовольняють співвідношення:

$$\begin{aligned} x_k = \beta \cdot u_k &= \beta \cdot \frac{\alpha \cdot u_{k-1}^m}{u_{k-2}^p} = \frac{\beta \cdot \alpha \cdot (\beta \cdot u_{k-1})^m \cdot \beta^p}{(\beta \cdot u_{k-2})^p \cdot \beta^m} \\ &= \frac{x_{k-1}^m}{x_{k-2}^p} \cdot \beta^{p+1-m} \cdot \alpha = \frac{x_{k-1}^m}{x_{k-2}^p} \cdot \beta^{p+1-m} \cdot \beta^{m-1-p} = \frac{x_{k-1}^m}{x_{k-2}^p} \end{aligned}$$

Очевидно, що послідовності u_k та x_k або одночасно збіжні, або одночасно розбіжні, а умови збіжності послідовності x_k визначаються доведеною раніше теоремою.

2) Нехай $\alpha \neq 1, m = p + 1$. Очевидно, що в цьому випадку таку послідовність x_k ввести не можна.

Виключимо параметр α з умов задання послідовності u_k .

$$\text{Маємо: } \alpha = \frac{u_k \cdot u_{k-2}^p}{u_{k-1}^{p+1}} = \frac{u_{k+1} \cdot u_{k-1}^p}{u_k^{p+1}},$$

$$\text{Звідси отримуємо: } u_{k+1} = \frac{u_k^{p+2} \cdot u_{k-2}^p}{u_{k-1}^{2p+1}}.$$

Тоді допоміжна послідовність $a_k = \ln u_k$ задовольняє рекурентне рівняння третього порядку:

$$a_{k+1} = (p+2)a_k + pa_{k-2} - (2p+1)a_{k-1}.$$

Наважко встановлюється, що коренями характеристичного рівняння цієї послідовності: $q^3 - (p+2)q^2 + (2p+1)q - p = 0$, є числа: $q_1 = 1, q_2 = 1, q_3 = p$.

Тоді формула загального члена має вигляд [2]:

$$a_k = C_1 \cdot 1^{k-1} + C_2(k-1) \cdot 1^{k-1} + C_3 \cdot p^{k-1} = B_1 + B_2k + B_3p^{k-1}$$

Очевидно, що така послідовність є збіжною лише при $-1 < p \leq 1$ та за виконання певних початкових умов, що забезпечують $B_2 = 0$.

Висновки та перспективи подальших досліджень. У результаті проведеного дослідження в роботі було розглянуто умови збіжності

послідовностей геометричного типу.

Необхідно зазначити, що дане дослідження є лише першим кроком у вивченні збіжності послідовностей геометричного типу. Подальші дослідження в цій галузі можуть призвести до отримання нових цікавих результатів.

Отримані результати можуть бути використані для:

- Дослідження збіжності послідовностей, заданих рекурентними рівняннями.
- Дослідження фізичних, технічних, економічних процесів що описуються рекурентними відношеннями.

Список використаних джерел та літератури

1. Баранівська А. Ф., Герус О. Ф., Осадчий М. М., Таргонський Л. П. Курс математичного аналізу. Функції однієї змінної. Житомир. – 2002.
2. Захаров Б.А. та Сарана О.А. Зворотні послідовності в олімпіадних задачах. Київ: У світі математики, т.6 (2000), № 4. С. 56-63.
3. Кукуш О.Г. та Ушаков Р.П. Про рекурентне зважування. Київ: У світі математики, 22 (2016), № 3. С. 1-13.

Білоус Олена

здобувачка 2 курсу освітньо-професійної програми «Професійна освіта (цифрові технології)»,

Ярмоленко Тетяна

*асистент кафедри комп'ютерних наук
та інформаційних технологій
фізико-математичного факультету*

Житомирський державний університет імені Івана Франка

АНАЛІЗ ІСНУЮЧИХ ТЕОРЕТИКО-ПРАКТИЧНИХ РОЗРОБОК У ГАЛУЗІ СТВОРЕННЯ ІНФОРМАЦІЙНИХ СИСТЕМ ТА ПОБУДОВА РОЗРАХУНКОВОГО АЛГОРИТМУ РІШЕННЯ ЗАДАЧІ НА БАЗІ РОБОТИ ДЕРЖАВНОЇ УСТАНОВИ

Цифровізація – це багатогранний процес переходу суспільства на цифрові технології, який стосується всіх сфер суспільної життєдіяльності (освіти, медицини, економіки, телебачення тощо), але в контексті модернізації державного управління вона має одне з першочергових напрямків, тому що саме він має вплинути на вдосконалення (зокрема, цифровізацію) різних суспільних галузей [1].

Метою роботи є аналіз існуючих інформаційних систем, теоретичних розрахунків економічної задачі.

Об'єктом дослідження виступає Великоволицький старостинський округ, який входить до числа Любарської селищної ради Житомирського району Житомирської області.

Інформаційною базою для написання дослідницької роботи виступали літературні та періодичні джерела з питань сучасних тенденцій, дані про Великоволицький старостинський округ для вирішення економічної задачі.

Моє завдання полягає у тому, щоб принести свій вклад у розвиток цифровізації державних установ. Можливість розраховувати економічні задачі.

Також слід зазначити про технічне забезпечення об'єкта дослідження та професійні навички працівників у Великоволицькому старостинському окрузі, а в подальшому користувачів системи. Тому створення, розробка, функції, аналіз відіграє чималу роль у ефективності роботи державної установи.

X1j	1	0	0	0	0	1	1
X2j	0	0	0	0	1	1	1
Отримані обмеження	1	0	0	0	1	Цільова функція:	
Задані обмеження	1	1	1	1	1	5	

Таблиця 3

Розв'язок задачі

Значення змінних	Xi1	Xi2	xi3	xi4	xi5	Отримані обмеження	Задані обмеження
X1j	1	0	1	0	1	3	3
X2j	0	1	0	1	0	2	2
Отримані обмеження	1	1	1	1	1	Цільова функція:	
Задані обмеження	1	1	1	1	1	19	

Розробка математичної моделі задачі

Складемо систему обмежень:

$$x_{11}+x_{12}+x_{13}+x_{14}+x_{15}=3$$

$$x_{21}+x_{22}+x_{23}+x_{24}+x_{25}=2$$

Складемо функцію мети:

$$Z=4x_{11}+2x_{12}+3x_{13}+1x_{14}+5x_{15}+2x_{21}+3x_{22}+3x_{23}+4x_{24}+1x_{25} \text{ @max}$$

Оптимальний варіант призначення $X_{11}=X_{13}=X_{15}=X_{22}=X_{24}=1$, решта $X_{ij}=0$, тобто староста призначається на першу роботу - підпис документів, третю - оформлення документів та п'яту роботу - участь у підготовці проектування місцевого бюджету, адміністратор призначається на другу роботу - оформлення заповітів і четверту - надання консультацій. Відповідна йому сумарна продуктивність і максимальна дорівнює $12+7=19$.

Список використаних джерел та літератури

1. Конференції Державного університету «Житомирська політехніка». URL: <https://conf.ztu.edu.ua/wp-content/uploads/2021/01/354.pdf> (дата звернення: 31.05.2024).

Волков Сергій

кандидат фізико-математичних наук, доцент,
доцент кафедри Вищої математики і фізики
Донецький національний технічний університет
м. Луцьк, Україна

ТЕОРЕМА ПРО БРИТАНСЬКИЙ ПРАПОР ТА ЇЇ УЗАГАЛЬНЕННЯ

Теорема Піфагора – теорема, що встановлює метричне співвідношення між сторонами прямокутного трикутника, є однією з найвідоміших в математиці, для якої відомо понад 350 способів доведення. «Фантазія» зацікавлених завжди породжувала і буде породжувати численні варіації та узагальнення співвідношення, яке у всіх асоціюється з «Піфагоровими штанами», див. наприклад ст. 28-34 в [1] або ст. 116 в [2]. Одним з таких узагальнень є теорема про Британський прапор [3].

Теорема (British flag). Якщо $ABCD$ прямокутник, O – будь-яка внутрішня його точка, то

$$AO^2 + CO^2 = BO^2 + DO^2. \quad (1)$$

Очевидно, що частинним випадком (1), коли точка O співпадає з однією із вершин заданого прямокутника, буде всім відоме: «сума квадратів катетів рівна квадрату гіпотенузи».

Відомо, що (1) виконується і у випадку коли точка O не є внутрішньою та не обов'язково належить площині яка містить заданий прямокутник.

Враховуючи властивості січних, хорд, визначення степені точки відносно кола та наслідки з них, автором отримано кілька співвідношень, що узагальнюють рівність (1).

Нагадаємо, що пряма, яка перетинає задане коло в двох точках називається січною, при цьому частину прямої, що знаходиться на відповідному крузі називають хордою (рис. 1). Дійсне число, що вказує на відносну відстань заданої точки до кола, називають – степінь точки відносно кола і обчислюють за формулою $\deg_s T = TO^2 - R^2$, див. наприклад ст. 206 в [1]. Очевидно, степінь є нульовою для усіх точок кола, додатна для зовнішніх точок (рис. 1 а) і від'ємна для внутрішніх точок круга, що

обмежене заданим колом (рис. 1 б), тобто функція знаку точки $s(T) = \text{sgn}(\text{deg}_S T)$ приймає значення 0,1 або -1 відповідно.

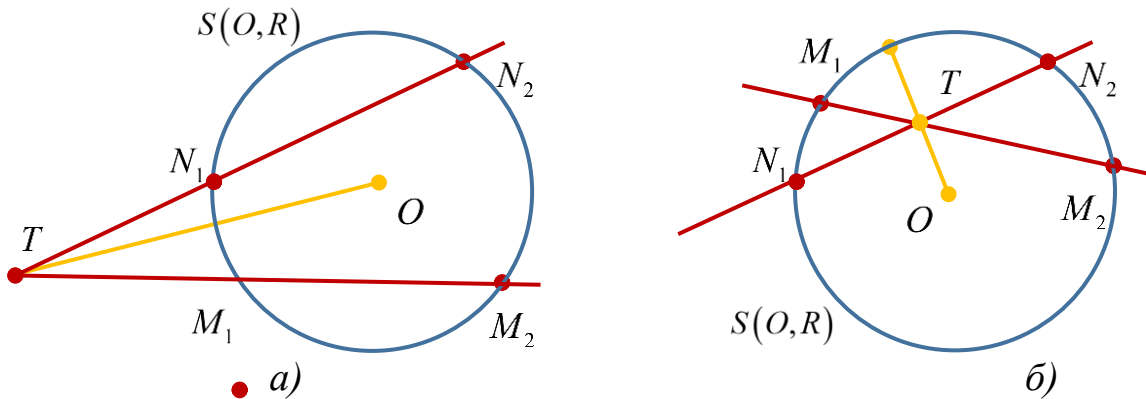


Рис. 1. Січні та хорди кола, степінь точки відносно кола.

Теорема (on the generalization of the British flag theorem). Якщо $ABCD$ – прямокутник та $S(O, R)$ – коло з центром в точці O і радіуса R , то

$$\text{deg}_S A + \text{deg}_S C = \text{deg}_S B + \text{deg}_S D, \quad (2)$$

$$s(A) \cdot AA_2 \cdot AA_1 + s(C)CC_2 \cdot CC_1 = s(B) \cdot BB_2 \cdot BB_1 + s(D) \cdot DD_2 \cdot DD_1, \quad (3)$$

$$AO_1^2 + CO_3^2 = BO_2^2 + DO_4^2, \quad (4)$$

де $\text{deg}_S T$ – степінь точки T відносно заданого кола; $A_1A_2, B_1B_2, C_1C_2, D_1D_2$ січні (та/або хорди) проведені через відповідні вершин заданого прямокутника до заданого кола (в крузі, що обмежене заданим колом) (рис. 2 а); $s(T) = \text{sgn}(\text{deg}_S T) = 0, 1$ або -1 ; O_i – точки дотику прямих, що проведені через відповідні вершини заданого прямокутника до заданого кола (рис. 2 б).

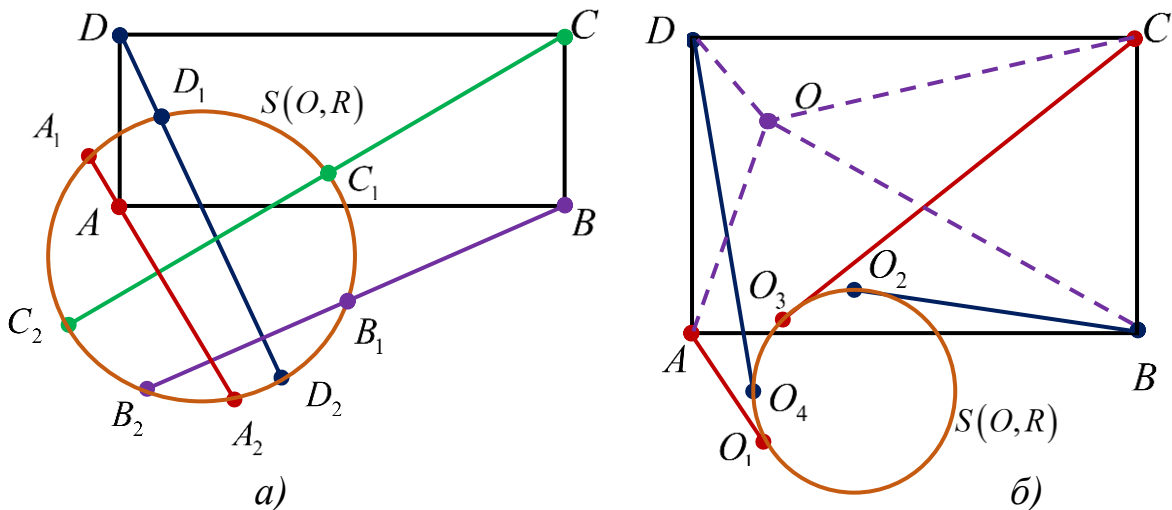


Рис. 2. До теореми про Британський прапор та її узагальнення.

Зазначений в роботі маловідомий факт (1) та доведені узагальнюючі співвідношення, дозволяють полегшити оволодіння практичними навичками при розв'язанні типових задач шкільного чи поглибленого курсу геометрії. Не менш цікавою та важливою буде подальша робота над пошуком нових співвідношень типу (1-4) коли, як приклад, в зазначених у роботі теоремах: замість прямокутника розглянути паралелограм; замість кола розглянути еліпс, тощо.

Список використаних джерел та літератури

1. Математична Хрестоматія. Для старших класів. Геометрія. За редакцією М. Кованцова. – К.: *Радянська школа*, 1970 р. – 384 с.
2. Мерзляк А. Г. Геометрія: підручник для 8 класів закладів заг. серед. освіти / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, М. С. Якір. – 2-ге видання, перероблене. – Х. : *Гімназія*, 2021. – 208 с.
3. Nguyen Minh Ha, Dao Thanh Oai: An interesting application of the British flag theorem. *Global Journal of Advanced Research on Classical and Modern Geometries*, Vol.4, Issue 1, 2015. – pp.31- 34.

Гришук Андрій

*кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри
фізики та методики її навчання
Житомирський державний університет імені Івана Франка*

ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДУ БЕТЕ ДЛЯ РОЗРАХУНКУ ЕНЕРГЕТИЧНИХ СПЕКТРІВ КВАНТОВИХ СИСТЕМ

При розв'язуванні стаціонарних рівнянь Шредінгера, які не мають точного розв'язку, найчастіше використовується варіаційний метод Рітца з варіаційними параметрами у хвильових функціях. Однак у задачах нанофізики, де потрібно вивчити низькосиметричні гетеросистеми, краще використовувати метод Бете з варіаційними параметрами у гамільтоніані системи. Метод Бете був застосований до задач атомної фізики [1]. Зокрема, для двоелектронного атома гелію та іонізованих до двох електронів атомів з більшою кількістю зарядів. Суть методу добре видно із задачі про розрахунок енергії основного стану атома гелію.

Уважається, що гамільтоніан атома гелію записаний в атомних одиницях ($e = \hbar = m = 1$) має вигляд

$$H = -\frac{1}{2}(\nabla_1^2 + \nabla_2^2) - Z\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right) + \frac{1}{r_{12}} \quad (1)$$

де r_1, r_2 — відстані першого і другого електрона від ядра, r_{12} — відстань між електронами, $\nabla_i^2 = \Delta_i$ — оператор Лапласа ($i=1,2$). $Z=2$ — кількість електронів у атомі.

Рівняння Шредінгера $H\Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = E\Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$ (2) точно не розв'язується, а доданок r_{12}^{-1} є завеликий, щоб його враховувати методом звичайної теорії збурень.

Ідея розв'язування рівняння (2) полягає в тому, щоб не змінюючи гамільтоніана H , максималізувати його основну складову, за рахунок такої ж мінімізації величини збурення. Як саме це здійснювати, видно з аналізу фізичної картини, з якої зрозуміло, що обидва електрони взаємоекрануються у полі ядра. Отже замість кількості зарядів Z , доцільно в головну частину гамільтоніана H_0 увести ефективну кількість зарядів $\tilde{Z} = Z - \sigma$, де величина σ відіграє роль постійної екранування і слід чекати, що її значення знаходяться у межах $0 < \sigma < 1$, оскільки дія ядерного заряду на кожен електрон лише частково екранується іншим.

Тепер гамільтоніан (1.32) має вигляд

$$H = H_0 + V, \quad (3)$$

$$\text{де } H_0 = -\frac{1}{2}(\nabla_1^2 + \nabla_2^2) - \tilde{Z}\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right), \quad V = \frac{1}{r_{12}} - \sigma\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right) \quad (4)$$

— головна складова, та збурення, відповідно. Тепер, очевидно, що збурення менше, ніж доданок r_{12}^{-1} і тому може враховуватись як поправка.

Рівняння Шредінгера з гамільтоніаном H_0 має точним розв'язком хвильову функцію

$$\Psi_0(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \frac{\tilde{Z}}{\pi} e^{-\tilde{Z}(r_1+r_2)} \quad (5)$$

яка нормована на одиницю. Отже отримується енергія

$$\begin{aligned} E(\tilde{Z}) &= \int d^3\vec{r}_1 \int d^3\vec{r}_2 \Psi_0^*(\vec{r}_1, \vec{r}_2) (H_0 + V) \Psi_0(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \\ &= \frac{\tilde{Z}^6}{\pi^2} \int d^3\vec{r}_1 \int d^3\vec{r}_2 \left(-\tilde{Z}^2 - \frac{\sigma}{r_1} - \frac{\sigma}{r_2} + \frac{1}{r_{12}} \right) e^{-2\tilde{Z}(r_1+r_2)} = -\tilde{Z}^2 - 2(Z - \tilde{Z})\tilde{Z} + \frac{5}{8}\tilde{Z}; \end{aligned} \quad (6)$$

Оптимізація виразу (1.37) за параметром \tilde{Z} дається умовно $\frac{\partial E(\tilde{Z})}{\partial \tilde{Z}} = 0$, що визначає $\tilde{Z} = Z - 5/16$, а отже і енергію основного стану атома гелію

$$E = -\left(Z - \frac{5}{16}\right)^2. \quad (7)$$

Точність визначення енергії основного стану атома гелію у порівнянні з експериментом складає 5%. Її можна покращити, якщо далі використовувати гамільтоніан H_0 і поправочний потенціал V за звичайною теорією збурень у другому і вищих її порядках. Метод Бете приводить до хороших результатів навіть тоді, коли гамільтоніан системи зовсім не містить малого параметра, але у задачі є достатньо фізичної інформації про те, як його „організувати”.

Прикладом є задача про спектр ангармонічного осцилятора „ x^4 ”, у якій аналітично не розв’язується. Енергія основного стану ($n = 0$) у цьому випадку $E_n = 0.668392(\alpha \hbar^4 m^{-2})^{1/3}$ з точністю до 3% збігається з точним значенням, що розраховується числовим способом. Важливо і те, що метод Бете дає добрі результати і при великих значеннях квантового числа n .

Як видно з наведених вище прикладів, метод Бете дозволяє розв’язувати квантово-механічні задачі, тоді, коли потенціальна енергія, яка входить у гамільтоніан, не є малою по відношенню до кінетичної енергії і розв’язати задачу теорією збурень неможливо. Зрозуміло, що для успішного розв’язування задачі цим методом необхідно вибрати апроксимуючий потенціал таким чином, щоб він не лише мав точні розв’язки, але й був максимально наближеним до вихідного.

Список використаних джерел та літератури

1. 125. Ткач М.В., Березовський Я.М. Метод Бете в теорії локалізованого екситона у сферичних квантових точках, розташованих у масивному середовищі. // ЖФД – 2003. – Т. 7, №2. – С. 188 - 194.
2. Вакарчук І.О. Квантова механіка. – Львів: ЛДУ ім. І.Франка, 2004. – 784с.

*Гришук Сергій,
кандидат фізико-математичних наук,
старший науковий співробітник,
старший науковий співробітник відділу
комплексного аналізу та теорії потенціалу,
Інститут математики НАН України,
м. Київ, Україна*

БІГАРМОНІЧНЕ ПРОДОВЖЕННЯ ГРАДІЄНТІВ ТА МОНОГЕННІ ФУНКЦІЇ БІГАРМОНІЧНОЇ АЛГЕБРИ

Однією з класичних задач теорії диференціальних рівнянь з частинними похідними є задача про продовження розв'язків рівнянь за межі області їх визначення.

При розв'язуванні крайових задач для плоских бігармонічних функцій, зокрема пов'язаних з теорією пружності, часто більш важливим є знаходження не самої шуканої бігармонічної функції, а її градієнта (див., наприклад, [1, 2]).

Нехай \mathbb{R} – множина дійсних чисел, D обмежена однозв'язна область декартової площини xOy , ∂D – межа області D , точки A_1 та A_2 – різні точки межі ∂D ; гладкі жорданові криві $\Gamma, \Gamma_1, \Gamma_2$ належать межі ∂D і мають у якості кінців A_1 та A_2 , крім того, дані точки не належать жодній із кривих $\Gamma, \Gamma_1, \Gamma_2$. Тоді ∂D є об'єднанням Γ_1, Γ_2 та A_1, A_2 , а крива Γ розбиває множину D на дві обмежені однозв'язні множини D_1 та D_2 , де межа ∂D_k області $D_k, k=1,2$, є об'єднанням Γ, Γ_k, A_1 та A_2 , при цьому D є об'єднанням областей D_1, D_2 та кривої Γ .

Нехай G – обмежена однозв'язна область декартової площини xOy ; функція $v : G \rightarrow \mathbb{R}$ має в G неперервні похідні першого порядку $\partial v / \partial x, \partial v / \partial y$. Символом $\text{grad } v$ будемо позначати упорядковану пару $(\partial v / \partial x, \partial v / \partial y)$, отже, $\text{grad } v : G \rightarrow \mathbb{R}^2$ для всіх $(x, y) \in G$. Якщо функція v бігармонічна в області G (має в G неперервні похідні до четвертого порядку включно і задовольняє рівняння $\Delta \Delta v = 0$, де Δ – лапласіан дійсної площини), то частинні похідні $\partial v / \partial x, \partial v / \partial y$ є також бігармонічними функціями в області G , тому градієнт $\text{grad } v$ будемо називати *бігармонічним* у цій області.

Предметом даного дослідження є знаходження необхідних та достатніх умов існування неперервного продовження через криву Γ

бігармонічних градієнтів $\text{grad } u_1$ та $\text{grad } u_2$ від відповідних бігармонічних функцій (в D_1 та D_1 відповідно) так, щоб продовження в область D градієнтів $\text{grad } u_1$ та $\text{grad } u_2$ визначало бігармонічний градієнт певної бігармонічної функції u в D . Іншими словами, потрібно з'ясувати, коли існує бігармонічна функція $u : D \rightarrow \mathbb{R}$, звуження градієнта якої на області D_1 та D_2 збігаються відповідно з градієнтами наперед заданих бігармонічних функцій $\text{grad } u_1$ та $\text{grad } u_2$.

Шукані умови продовження знаходяться у термінах граничної поведінки на Γ дійсних компонент для похідних відповідних порядків від аналітичних функцій (а саме: граничної поведінки деяких дійсних компонент аналітичних функцій та граничних значень певних компонент від їх похідних другого порядку), які набувають значення у комутативній двовимірній бігармонічній алгебрі (див., наприклад, [3,4]), причому певні їх пари дійсних компонент у областях D_k , $k = 1, 2$, збігаються відповідно зі значеннями градієнтів функцій u_k , $k = 1, 2$.

Анонсовані результати детально розглянуто у роботі [5].

Список використаних джерел та літератури

1. Albinus G. Multiple layer potentials for the quadrant and their application to the Dirichlet problem in plane domains with a piecewise smooth boundary. *Banach Center Publ.* 1983. **10**, № 1, P. 7 – 26.
2. Gryshchuk S. V., Plaksa S. A. Monogenic functions in the biharmonic boundary value problem. *Math. Methods Appl. Sci.* 2016. **39**, № 11, P. 2939 – 2952.
3. Грищук С. В., Плакса С. А. Моногенные функции в бигармонической алгебре. *Укр. мат. журн.* 2009. **61**, № 12. С. 1587 – 1596.
4. Gryshchuk S. V., Plaksa S. A. Basic properties of monogenic functions in a biharmonic plane. 2013. *Complex Analysis and Dynamical Systems V, Contemp. Math.* **591**, Amer. Math. Soc., Providence, RI, P. 127 – 134.
5. Грищук С. В. Бігармонічне продовження градієнтів за допомогою моногенних функцій зі значеннями у бігармонічній алгебрі. *Укр. мат. журн.* 2024. **76**, № 4, С. 487 – 501 (у друці).

Гродецький Дмитро

здобувач освіти 4 курсу освітньо-професійної програми «Сучасні інформаційні технології та програмування»

Житомирський державний університет імені Івана Франка

Науковий керівник: Вербівський Дмитрій,

кандидат педагогічних наук, доцент, доцент кафедри комп'ютерних наук та інформаційних технологій

ОСОБЛИВОСТІ ЧАТ-БОТІВ ДЛЯ РІЗНИХ ПЛАТФОРМ

Загальнодоступність комп'ютерів та смартфонів стала поштовхом до розвитку нових сервісів зв'язку. На зміну телефонним дзвінкам прийшли онлайн голосові та навіть відео дзвінки. Люди почали використовувати комп'ютери та інтернет для спілкування. Першим інструментом для цього стала електронна пошта, яка ідейно наслідувала традиційні листи, проте була значно ефективнішою. Далі популярності набули чати. Вони використовувалися для групового спілкування між двома та більше користувачами. Першим багатокористувацьким онлайн чатом був Talkomatic.

Звісно, з того часу чати еволюціонували і тепер практично у кожного сервісу, який надає послуги онлайн чату, не існує обмежень на кількість користувачів та на кількість каналів у яких бере участь користувач. Також сучасні чати усе частіше використовують, раніше вузько направлені технологій, такі як нейронні мережі, штучний інтелект та інші. Усі ці нововведення, так чи інакше, направлені і на покращення взаємодії із користувачем. Паралельно з чатами користувачі починали використовувати месенджери для спілкування між собою.

Чат-бот – це програма, яка виконує функцію співрозмовника, або віртуального помічника, та імітує спілкування з живою людиною. В його основі лежать заздалегідь прописані сценарії, завдяки яким бот може одразу видавати потрібну відповідь. Звісно, він не замінює оператора підтримки цілком, але може взяти на себе більшу частину його задач (якщо ми говоримо про типові задачі) [2].

За допомогою чат-ботів можна спілкуватися текстовими та аудіо повідомленнями на сайті, в месенджері, мобільному додатку або по телефону. Чат-боти використовують машинне навчання для створення

сценаріїв спілкування. Завдяки постійній взаємодії з людьми вони вчаться наслідувати справжню розмову і реагують на усні та письмові запити, щоб допомогти знайти відповідь. Оскільки чат-боти використовують штучний інтелект, вони розуміють мову, а не просто команди [1].

Статистика наголошує, що майже 40% користувачів по всьому світу бажають спілкуватися з чат-ботом, аніж з реальною людиною. Більш того, із диджиталізацією таких індустрій, як охорона здоров'я та роздрібна торгівля, чат-боти будуть набувати ще більшої популярності [2].

Боти сприяють автоматизації у діалогах з користувачами та допомагають їм знаходити інформацію значно швидше. Але у них є й багато інших функцій, як от заохочення до покупки, допомога у виборі товару тощо [2].

Вибираючи відповідну платформу для свого робота, слід виходити з її можливостей. Розберемо функціонал чат-ботів на найпопулярніших платформах.

Чат-боти на платформі Facebook Messenger мають просунутий набір функцій. До нього входять:

- текстові повідомлення;
- кнопки з варіантами дій;
- структурні елементи (до 10 в одному повідомленні);
- рахунки на оплату.

Чат-бот у Viber не поступається за функціоналом іншим платформам. Взаємодія з аудиторією здійснюється з публічного облікового запису в месенджері. Він має набір стандартних можливостей і кілька додаткових:

- розсилки (надсилання повідомлень всім контактам, включаючи не підписаних на канал);
- оформлення постів як «каруселі» з товарами [3].

Ботів у Телеграмі легко розпізнати по приставці “bot” у назві. Це одна з обов'язкових вимог платформи до власників автоматизованих чатів. Логіка чат-бота в Telegram контролюється за допомогою HTTPS запитів до API платформи. Основні функції, які доступні:

- інтеграція з іншими сервісами (наприклад, «розумним будинком» або роботом-пилососом);
- робота в онлайн-режимі (робот вбудовується в інші діалоги);

- вирішення різних завдань (бот може передбачати погоду, перекладати тексти тощо);
- гра з користувачем, інтерактивна взаємодія;
- надсилання текстових повідомлень, коментарів, пошук інформації;
- виконання команд. [3]

На платформі Skype bot доступні для створення текстові чат-боти, які мало відрізняються від конкурентів. Вони так само відповідають на запити користувача за заздалегідь прописаними скриптами. У повідомленнях можна додавати та змінювати елементи. Серед цікавих функцій варто відзначити блок «Меню» з переліком можливостей конкретного чат-бота. Його показують користувачеві під час знайомства з роботом. [3]

Доступним, зрозумілим, практичним та актуальним є кнопковий чат-бот, розміщений на платформі Telegram, яка поряд із звичною функцією месенджера, має ряд корисних можливостей та опцій, в тому числі для створення чат-бота.

Переваги створення чат-бота для Telegram є:

1. цілодобова можливість та доступність для користування;
2. миттєве отримання відповіді;
3. інтерфейс легкодоступний для розуміння та використання;
4. підтримка роботи з декількома користувачами одночасно;
5. зниження витрат.

Недоліки: якщо розмова виходить за межі запрограмованого алгоритму, користувач може не отримати відповідь на запитання. Чат-боти завжди вдосконалюють, розширюють можливості.

Із перерахованого вище випливає, що використання ботів в будь-яких сферах життя не обмежено і з кожним роком їх функціонал розширюється, а потреба зростає.

Список використаних джерел та літератури

1. Ушакова І. О. Підходи до створення інтелектуальних чат-ботів *Системи обробки інформації*. 2019. Вип.2(157), №2(157). С. 76-83
URL: <https://journal-hnups.com.ua/index.php/soi/article/view/soi.2019.157.10./83>

2. Telegram: історія створення месенджера, боти і блокування сервісу 24Техно: веб-сайт URL: https://tech.24tv.ua/ru/telegram-bot-cto-jeto-istorija-sozdaniya-obzor-na-telegram-kanaly_n1343683
3. Миронов, М.О. Тузенко, О.О. Телеграм-боти Прикладна математика та комп'ютерні науки: матеріали III Всеукраїнської науково-практичної Інтернет-конференції С. 93-96 URL: <http://rp.dsum.edu.ua/handle/123456789/3302>

Deneg Iryna

doctor of science, senior scientific researcher, senior researcher,

(²) candidate of science, senior researcher,

Institute of mathematics of the National Academy of Sciences of Ukraine,

Zabolotnyi Yaroslav

candidate of science, senior researcher,

Institute of mathematics of the National Academy of Sciences of Ukraine,

Kyiv, Ukraine

EXTREMAL PROBLEM ON THREE NON-OVERLAPPING DOMAINS CONTAINING ELLIPSE POINTS

Let C be the complex plane, $\bar{C} = C \cup \{\infty\}$ be its one point compactification, U be the open unit disk in C . Let function $f(z)$, meromorphic in a disk $|z| < 1$, maps univalently it onto the domain $B \subset \bar{C}$ such that $f(0) = a$, where $a \in B$. Then, the value $|f'(0)|$ is called conformal radius of the domain B relative to a point $a \in B$.

The following result was established by G.M. Goluzin (see, for example, [1-3]) using the variational method.

Theorem 1. *For functions $f_k(z)$, $k \in \{1, 2, 3\}$, which univalently map the disc $|z| < 1$ onto mutually non-overlapping domains, exact estimate holds*

$$|\prod_{k=1}^3 f'_k(0)| \leq \frac{64}{81\sqrt{3}} |(f_1(0) - f_2(0))(f_1(0) - f_3(0))(f_2(0) - f_3(0))|. \quad (1)$$

Equality in (1) is attained only for functions $w = f_k(z)$ which conformally and univalently map the disc $|z| < 1$ onto the angles $2\pi/3$ with vertex at point $w = 0$ and bisectors of which pass through points $f_k(0)$, $|f_k(0)| = 1$, and for functions obtained from it by means of any but the same fractional-linear transformation.

E.V. Kostyuchenko [3] proved that the maximum value of multiplication of inner radiuses for three simply connected non-overlapping domains in the disk is attained for three equal sectors. However, this statement remains valid for multiply connected domains D_k . It follows from V.N. Dubinin's generalization of inequality (1) to the case of arbitrary meromorphic functions [3].

Let $L = \left\{ z = x + iy : \frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{c^2} = 1 \right\}$ be the ellipse, where

$$b = \frac{1}{2} \left(\sqrt[3]{\sqrt{10} + 3} + \sqrt[3]{\sqrt{10} - 3} \right) \text{ and } c = \frac{1}{2} \left(\sqrt[3]{\sqrt{10} + 3} - \sqrt[3]{\sqrt{10} - 3} \right).$$

Then the following proposition is true.

Theorem 2. Let $\{a_k\} \in L$, $k \in \{1, 2, 3\}$, be any set of different points; $f_k(z)$, $k \in \{1, 2, 3\}$, be functions, regular and univalent in the disk $|z| < 1$ for which $f_k(0) = a_k$, moreover $f_i(z_1) \neq f_j(z_2)$ for an arbitrary natural $1 \leq i, j \leq 3$, $i \neq j$, and an arbitrary different $z_1, z_2 \in U$; $f_i(z) \notin [-1; 1]$ for an arbitrary natural $1 \leq i \leq 3$ and an arbitrary $z_1, z_2 \in U$. Then the following inequality holds:

$$\prod_{k=1}^3 |f'_k(0)| \leq \frac{64}{729} (223 - 70\sqrt{10}) \prod_{k=1}^3 \left| \frac{\sqrt{a_k^2 - 1}}{a_k - \sqrt{a_k^2 - 1}} \right|, \quad (2)$$

and the equality in (2) is attained, in particular, for points

$$a_k^0 = \frac{1}{2} \left(\sqrt[3]{\sqrt{10} - 3} \cdot e^{i\left(\varphi + \frac{2\pi}{3}(k-1)\right)} + \sqrt[3]{\sqrt{10} + 3} \cdot e^{-i\left(\varphi + \frac{2\pi}{3}(k-1)\right)} \right), \quad k \in$$

$\{1, 2, 3\}$, $\varphi \in \left[0, \frac{2\pi}{3}\right)$, and domains B_k^0 bounded by quarters of the hyperboles

$$\frac{x^2}{\cos^2\left(\varphi + \frac{2\pi}{3}(k-1) + \frac{\pi}{3}\right)} - \frac{y^2}{\sin^2\left(\varphi + \frac{2\pi}{3}(k-1) + \frac{\pi}{3}\right)} = 1$$

and

$$\frac{x^2}{\cos^2\left(\varphi + \frac{2\pi}{3}(k-1) - \frac{\pi}{3}\right)} - \frac{y^2}{\sin^2\left(\varphi + \frac{2\pi}{3}(k-1) - \frac{\pi}{3}\right)} = 1$$

(which can degenerate into a real or imaginary half-axis) and containing, respectively, the points a_k^0 .

Theorem 2 is valid also in a more general form.

Theorem 3. Let $\{a_k\} \in \bar{C} \setminus [-1; 1]$, $k \in \{1, 2, 3\}$, be any set of different fixed points; $f_k(z)$, $k \in \{1, 2, 3\}$, be functions, regular and univalent in the disk

$|z| < 1$ for which $f_k(0) = a_k$, moreover $f_i(z_1) \neq f_j(z_2)$ for an arbitrary natural $1 \leq i, j \leq 3, i \neq j$, and an arbitrary different $z_1, z_2 \in U$. Then the inequality (2) holds and the equality in (2) occurs, in particular, for the points a_k^0 and domains B_k^0 described in Theorem 2.

Remark 1. Note, that the case in which the points $a_k \in L$ is interesting primarily due to the fact that the equality in inequality (2) is achieved for this case and extremal configurations of the domains can be written in an explicit form.

Remark 2. Theorem 3 gives a different estimate for the product of the inner radii of three non-overlapping domains than Goluzin's theorem [1]. The estimate obtained in Theorem 3 is more accurate for many individual cases.

For example, for configurations of domains B_k^0 and points a_k^0 described in Theorem 3 for the case $\varphi = 0$ in inequality (2) we get equality

$$\prod_{k=1}^3 |f'_k(0)| \approx 0,0589.$$

By the Goluzin theorem the following estimate holds

$$\prod_{k=1}^3 |f'_k(0)| \approx 1,7778.$$

Note, that the estimate (2) can be applied only to configurations of domains B_k and points a_k for which $a_k \in B_k \subset \overline{C} \setminus [-1; 1], k \in \{1, 2, 3\}$.

References

1. Goluzin G.M. Geometric theory of functions of a complex variable. Amer. Math. Soc. Providence, R.I., 1969.
2. Bakhtin A. K., Bakhtina G. P. and Zelinskii Y. B. Topological-algebraic structures and geometric methods in complex analysis. Zb. prats of the Inst. of Math. of NASU, 2008.
3. Dubinin V.N. Condenser capacities and symmetrization in geometric function theory. Birkhäuser/Springer, Basel, 2014.

Довгопятий Олександр

асистент кафедри математичного аналізу, бізнес-аналізу та статистики,

Ількевич Наталія

кандидат хімічних наук, старший викладач кафедри фізики та методики її навчання,

Севостьянов Євген

доктор фізико-математичних наук, старший науковий співробітник, завідувач кафедри математичного аналізу, бізнес аналізу та статистики,

Таргонський Андрій

*кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри математичного аналізу, бізнес аналізу та статистики
Житомирський державний університет імені Івана Франка*

СПОТВОРЕННЯ ВІДСТАНЕЙ ПРИ ВІДОБРАЖЕННЯХ З НЕРІВНІСТЮ ПОЛЕЦЬКОГО В ТЕРМІНАХ ПРОСТИХ КІНЦІВ

Як відомо, квазіконформні відображення є локально неперервними за Гельдером. Зокрема, проблема неперервності за Гельдером для квазіконформних відображень і деяких їх узагальнень досліджувалися різними авторами, див., напр., [1], [2], [3], [4] і [5]. Ми також досліджували цю проблему для класів Орліча та Орліча-Соболева, див., напр., [6], [7] і [8]. Зараз ми розглянемо з цього приводу відображення, які задовольняють нерівність Полецького відносно p -модуля. Нам найбільш важлива ситуація, коли відображення діють в області з нерівностями Пуанкаре, оскільки саме в таких областях модуль сімей кривих метрично пов'язаний з евклідовим діаметром. Вказана концепція трохи нагадує простори Льовнера, а також області квазіекстремальної довжини за Герінгом-Маріто.

Надалі ми використовуємо наступні позначення:

$$B(x_0, r) = \{x \in \mathbf{R}^n : |x - x_0| < r\}, \quad B^n = B(0, 1), \quad S(x_0, r) = \{x \in \mathbf{R}^n : |x - x_0| = r\},$$

$S^{n-1} = S(0, 1)$, $\Omega_n = m(B^n)$, $\omega_{n-1} = H^{n-1}(S^{n-1})$, $A(x_0, r_1, r_2) := \{x \in \mathbf{R}^n : r_1 < |x - x_0| < r_2\}$. Нехай m – міра Лебега в \mathbf{R}^n , і нехай H^{n-1} – $(n-1)$ -вимірний міра Хаусдорфа. Всюди далі $M_p(\Gamma)$ позначає p -модуль сім'ї Γ (див. [9]). Для заданих множин $E, F \subset \overline{\mathbf{R}^n}$ і області $D \subset \mathbf{R}^n$ позначимо через $\Gamma(E, F, D)$ сім'ю всіх кривих $\gamma : [a, b] \rightarrow \overline{\mathbf{R}^n}$

таких, що $\gamma(a) \in E, \gamma(b) \in F$ і $\gamma(t) \in D$ при $t \in (a, b)$. Для заданої сім'ї Γ кривих $\gamma: [a, b] \rightarrow D$ в D , позначимо через $f(\Gamma)$ сім'ю всіх кривих $\{(f \circ \gamma): [a, b] \rightarrow f(D), \gamma \in \Gamma\}$.

Нехай $Q: \mathbf{R}^n \rightarrow [0, \infty]$ – вимірна за Лебегом функція, яка дорівнює нулю зовні області D . Розглянемо наступне поняття, див. [4, розділ 7.6]. Будемо говорити, що відображення $f: D \rightarrow \overline{\mathbf{R}^n}$ є кільцевим Q -гомеоморфізмом у точці $x_0 \in \overline{D}$ по відношенню до p -модуля, $x_0 \neq \infty$, $p \geq 1$, якщо знайдеться $r_0 = r(x_0) > 0$ таке, що при довільних $0 < r_1 < r_2 < r_0$ виконується умова

$$M_p(f(\Gamma(S(x_0, r_1), S(x_0, r_2), D))) \leq \int_A Q(x) \cdot \eta^p(|x - x_0|) dm(x), \quad (1)$$

де $\eta: (r_1, r_2) \rightarrow [0, \infty]$ – довільна вимірна за Лебегом функція, яка задовольняє нерівність

$$\int_{r_1}^{r_2} \eta(r) dr \leq 1. \quad (2)$$

Будемо говорити, що борелева функція $\rho: D \rightarrow [0, \infty]$ є *верхнім градієнтом функції* $u: D \rightarrow \mathbf{R}$, якщо для усіх спрямованих кривих γ , що з'єднують точки x і $y \in D$ виконується співвідношення $|u(x) - u(y)| \leq \int_\gamma \rho |dx|$.

Покладемо $u_B := \frac{1}{m(B)} \int_B u(x) dm(x)$. Як звично, для заданих множин $A, B \subset \mathbf{R}^n$,

покладемо $\text{diam} A = \sup_{x, y \in A} |x - y|$, $\text{dist}(A, B) = \inf_{x \in A, y \in B} |x - y|$. Нехай $p \geq 1$, тоді будемо

говорити, що область D задовольняє $(1; p)$ -нерівність Пуанкаре, якщо існують сталі $C \geq 1$ і $\tau > 0$ такі, що для будь-якої кулі $B \subset D$, довільної обмеженої неперервної функції $u: D \rightarrow \mathbf{R}$ і всякого верхнього градієнту ρ функції u виконується умова

$$\frac{1}{m(B)} \int_B |u(x) - u_B| dm(x) \leq C \cdot (\text{diam} B) \left(\frac{1}{m(\tau B)} \int_{\tau B} \rho^p(x) dm(x) \right)^{1/p}.$$

Область D називається *регулярною за Альфорсом*, якщо існує стала $C \geq 1$ така, що для всіх $x_0 \in D$ і всякого $R < \text{diam} D$ виконується умова

$\frac{1}{C} R^n \leq m(B(x_0, R) \cap D) \leq C R^n$. Нагадаємо, що відображення $f: D \rightarrow \overline{\mathbf{R}^n}$ між

областями $D \subset \mathbf{R}^n$ і $D' \subset \overline{\mathbf{R}^n}$ називається *замкненим*, якщо $C(f, \partial D) \subset \partial D'$, де $C(f, \partial D)$ – гранична множина f у ∂D . Означення простого кінця, яке

використовується нижче, може бути знайдено в [10]. Зокрема, ми говоримо, що кінець K – простий, якщо K містить ланцюг розрізів $\{\sigma_m\}$ такий, що для будь-якого континуума C в D виконується співвідношення

$$\lim_{m \rightarrow \infty} M(\Gamma(C, \sigma_m, D)) = 0, \quad (3)$$

де $M(\Gamma(C, \sigma_m, D))$ – конформний модуль сім'ї $\Gamma(C, \sigma_m, D)$. Тут і надалі \bar{D}_P позначає поповнення області D її простими кінцями, крім того, нехай $E_D = \bar{D}_P \setminus D$ – множина усіх простих кінців області D . Будемо говорити, що обмежена область D у \mathbf{R}^n є *регулярною* (у квазіконформному сенсі), якщо D може бути відображеною на обмежену область з локальною квазіконформною межею за допомогою деякого квазіконформного відображення g , причому кожен простий кінець $P \subset E_D$ є регулярним. Зауважимо, що простір \bar{D}_P є метризованим; само, якщо $g: D_0 \rightarrow D$ – квазіконформне відображення області D_0 на D , де область D_0 має локально квазіконформну межу, то для $x, y \in \bar{D}_P$ покладемо: $\rho(x, y) := |g^{-1}(x) - g^{-1}(y)|$. Тут для $x \in E_D$ елемент $g^{-1}(x)$ слід розуміти як деяку (єдину) межову точку D_0 , коректно визначену з огляду на [10, теорема 4.1]. *Тілом простого кінця* $P_0 \in E_D$ називається наступна множина: $I(P_0) = \bigcap_{m=1}^{\infty} \bar{d}_m$, де d_m , $m=1, 2, \dots$, – деяка спадна послідовність областей, відповідна до P_0 . Можна показати, що множина $I(P_0)$ визначена коректно (іншими словами, $I(P_0)$ не залежить від конкретно обраної послідовності d_m , $m=1, 2, \dots$, у даному простому кінці P_0). Можна показати, що $I(P_0) \subset \partial D$.

Для заданих $\delta > 0$ і $p \dots 1$, областей $D, D' \subset \mathbf{R}^n$, $n \dots 2$, простого кінця $P_0 \in E_D$, континуума $A \subset D$ і вимірної за Лебегом функції $Q: D \rightarrow [0, \infty]$ позначимо $F_{Q, A, \delta}^{p, P_0}(D, D')$ сім'ю всіх гомеоморфізмів f області D на D' які задовольняють умови (1)-(2) для всякого $x_0 \in I(P_0)$ (тут $I(P_0)$ позначає тіло простого кінця P_0) таких, що $\text{diam}(f(A)) \dots \delta$. Є справедливим наступний результат.

Теорема. Нехай $P_0 \in E_D := \bar{D}_P \setminus D$, нехай D – регулярна область (у квазіконформному сенсі), і нехай D' – регулярна за Альфорсом обмежена область з $(1; p)$ - нерівністю Пуанкаре, $n-1 < p \dots n$. Припустимо, виконані наступні умови: 1) для кожного $y_0 \in \partial D$ знайдеться $r'_0 = r'_0(y_0) > 0$ таке, що

множина $B(y_0, r) \cap D$ є скінченно зв'язною для всіх $0 < r < r_0'$, більше того, кожна компонента K множини $B(y_0, r) \cap D$ задовольняє наступну умову: всякі $x, y \in K$ можуть бути з'єднані кривою $\gamma: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}^n$ так, що $|\gamma| \in K \cap \overline{B(y_0, \max\{|x - y_0|, |y - y_0|\})}$, $|\gamma| = \{y \in \mathbf{R}^n : \exists t \in [a, b] : \gamma(t) = y\}$; 2) для кожного $y_0 \in I(P_0)$ знайдеться $0 < C = C(y_0) < \infty$ таке, що $\limsup_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\Omega_n \varepsilon^n} \int_{B(y_0, \varepsilon) \cap D} Q(x) dm(x)$, C .

Тоді для кожного $P \in E_D = \overline{D} \setminus D$ знайдеться $y_0 \in \partial D$ таке, що $I(P) = \{y_0\}$, де $I(P)$ позначає тіло простого кінця P . Крім того, знайдеться окіл U елементу P_0 і числа $\varepsilon_0 = \varepsilon_0(P_0, D', n, p, \delta, A) > 0$, $C = C(p, n, C, D') > 0$ такі, що для всіх $f \in F_{Q, A, \delta}^{p, P_0}(D, D')$ і $x, y \in U \cap D$ виконується нерівність

$$|f(x) - f(y)|, C \cdot \max \left\{ \frac{1}{\log^{n-1} \frac{\varepsilon_0}{|x - x_0|}}, \frac{1}{\log^{n-1} \frac{\varepsilon_0}{|y - x_0|}} \right\}, \quad (4)$$

де $x_0 := I(P_0)$.

Наслідок. За умов теореми f має неперервне продовження у точку $P_0 \in E_D$, причому

$$|f(x) - f(P_0)|, \frac{C}{\log^{n-1} \frac{\varepsilon_0}{|x - x_0|}}. \quad (5)$$

Висновки. Досліджена межева поведінка відображень з прямою модульною умовою типу Полецького за умови, що відповідна мажоранта у ній має скінченні середні по інфінітезимальних кулях. Така поведінка розглянута за умов, що область у прообразі має складну геометрію, а саме, вона регулярна в сенсі простих кінців. За теоремою Рімана будь-яка плоска однозв'язна область регулярна, тому такий результат має широкі застосування. Результуюча оцінка є одностайно неперервною по класу, по права частина нерівності (5) прямує до нуля при $x \rightarrow P_0$ і не залежить від f .

Список використаних джерел та літератури

1. Martio O., Rickman S., and Väisälä J. Distortion and singularities of quasiregular mappings. Ann. Acad. Sci. Fenn. Ser. A1, 1970. V. 465. P. 1–13.
2. Martio O., Näkki R. Boundary Hölder continuity and quasiconformal mappings. J. London Math. Soc. 1991. V. 44. P. 339–350.

3. Ryazanov V.I. and Sevost'yanov E.A. Toward the theory of ring ϱ -homeomorphisms. *Israel J. Math.* 2008. V. 68. P. 101–118.
4. Martio O., Ryazanov V., Srebro U. and Yakubov E. *Moduli in Modern Mapping Theory*. New York: Springer Science + Business Media, LLC, 2009.
5. Arsenovic' M., Mateljevic' M. On the Hölder continuity of ring ϱ -homeomorphisms. *Georgian Math. J.* 2022. V. 29, no. 6. P. 805–811.
6. Ryazanov V., Salimov R. and Sevost'yanov E. On the Hölder property of mappings in domains and on boundaries. *J. Math. Sci.* 2020. V. 246, no. 1. P. 60–74.
7. Mateljevic' M., Salimov R., Sevost'yanov E. Hölder and Lipschitz Continuity in Orlicz-Sobolev Classes, Distortion and Harmonic Mappings. *Filomat.* 2022. V. 36, no. 16. P. 5359–5390.
8. Mateljevic' M., Sevost'yanov E. On the behavior of Orlicz-Sobolev mappings with branching on the unit sphere. *Journal of Mathematical Sciences.* 2023. V. 270, no. 3. P. 467–499.
9. Rickman S. *Quasiregular mappings*. Berlin: Springer-Verlag, 1993.
10. Näkki R. Prime ends and quasiconformal mappings. *J. Anal. Math.* 1979. V. 35. P. 13-40.

Жуковецький Іван

здобувач 4 курсу освітньо-професійної програми «Сучасні інформаційні технології та програмування»

Науковий керівник

Мельник Анна, кандидат педагогічних наук, старший викладач кафедри комп'ютерних наук та інформаційних технологій Житомирський державний університет імені Івана Франка

РОЗРОБКА ГРИ ЗА ДОПОМОГОЮ МОВИ ПРОГРАМУВАННЯ LUA

В сучасному світі індустрія розваг, особливо відеоігри, стрімко розвивається та займає значне місце в житті людей. Зростаюча популярність мобільних ігор і незалежних (indie) розробників стимулює пошук ефективних і доступних інструментів для створення ігор. Понад 30 років тому зародилася індустрія комп'ютерних ігор, яка нині перетворилася на величезну галузь з прибутками у кілька мільярдів доларів щорічно. Цей успіх пов'язаний із поширенням комп'ютерних технологій, зокрема завдяки появі Інтернету, що забезпечило легкий доступ до ігор для кінцевого користувача. Це вигідно відрізняє комп'ютерні ігри від інших видів розваг, які часто потребують глибокого розуміння складних правил та концепцій.

Для того, щоб грати, користувачу необхідно мати комп'ютер, консоль або мобільний телефон, гру та іноді доступ до Інтернету. На відміну від інших форм розваг, що потребують знання правил і жанрів, комп'ютерні ігри не вимагають особливих знань для початку гри. Це робить їх привабливими для широкої аудиторії, незалежно від віку чи рівня підготовки.

Варто зазначити, що комп'ютерні ігри перестали асоціюватися лише з дозвіллям і тепер використовуються для концентрації, розвитку пам'яті, вивчення іноземних мов та інших корисних цілей. Спеціалізовані ігри навіть служать навчальним матеріалом у різних сферах, від водіння до управління літаками. Це значно розширює сферу застосування ігор і підвищує їхню цінність у сучасному світі.

Ігрова індустрія продовжує розвиватися, оскільки культура комп'ютерних розваг постійно еволюціонує, а попит на нові ігри залишається високим. Технологічний прогрес у цій галузі вважається

одним із найперспективніших напрямів. Інновації в графіці, штучному інтелекті та мережевих можливостях значно покращують ігровий процес, залучаючи все більше користувачів.

Останніми роками популярності набуває розробка ігор з використанням мови програмування Lua. Її простота, швидкість та гнучкість роблять її чудовим вибором для створення різноманітних ігрових проектів, від простих двомірних ігор до складних 3D-світів. Ця мова виявилася дуже ефективною і корисною для розробки ігор, оскільки часто застосовується як вбудована мова скриптів у багатьох ігрових двигунах, таких як Unity, Unreal Engine, Corona SDK. Вона дозволяє динамічно змінювати логіку гри без необхідності перекомпіляції основного коду, що значно скорочує час розробки і дозволяє швидко вносити зміни.

Переваги використання Lua для розробки ігор:

- Проста і легка для вивчення синтаксис мови, що робить її доступною для новачків.

- Висока продуктивність і ефективність використання ресурсів, що важливо для ігор.

- Гнучкість та легкість інтеграції з іншими мовами та платформами (C, C++, Java, Android, iOS).

- Активна спільнота та велика кількість бібліотек та інструментів, що підтримують розробку ігор.свої навички для створення ігор на різних платформах.

Основні характеристики Lua:

Код Lua не потрібно компілювати перед запуском, що робить його дуже швидким у виконанні. Змінні та функції можуть бути створені та модифіковані під час виконання програми. Lua має простий синтаксис, який легко вивчити початківцям. Lua може використовуватися для створення різних типів програм, включаючи ігри, веб-додатки та системне адміністрування.

Основні поняття Lua:

- **Змінні:** Змінні використовуються для зберігання даних. Вони мають ім'я та тип даних.

- **Оператори:** Оператори використовуються для виконання операцій над даними.

- **Функції:** Функції - це блоки коду, які виконують певне завдання.
- **Таблиці:** Таблиці - це колекції даних, які можуть містити значення різних типів.
- **Умови:** Умови використовуються для контролю виконання коду.
- **Цикли:** Цикли використовуються для повторення виконання коду.

Синтаксис Lua простий і лаконічний. Код Lua складається з рядків, які містять інструкції. Інструкції можуть бути розділені на окремі рядки або об'єднані в блоки за допомогою дужок.

Ігрові рушії та фреймворки Lua - це програмні інструменти, які полегшують розробку ігор. Вони надають готові компоненти та функціональність, такі як графіка, звук, фізика та штучний інтелект.

Деякі популярні ігрові рушії та фреймворки Lua:

- **Love2D:** Це легкий 2D-ігровий рушій, який простий у використанні та підходить для початківців.
- **Corona SDK:** Це кросс-платформенний 2D-ігровий рушій, який дозволяє створювати ігри для мобільних пристроїв, ПК та десктопів.
- **GMod:** Це ігровий двигун на основі Half-Life 2, який використовується для створення модифікацій та ігор.
- **CryEngine:** Це потужний 3D-ігровий двигун, який використовується для створення AAA-ігор.

Існує багато інструментів та бібліотек, які можуть бути корисними для розробки ігор на Lua.

Деякі популярні інструменти та бібліотеки:

- **Sublime Text:** Це текстовий редактор, який підтримує синтаксичне підсвічування та інші функції, корисні для розробників Lua.
- **Vim:** Це текстовий редактор з командним інтерфейсом, який популярний серед програмістів.
- **LuaRocks:** Це система управління пакетами для Lua, яка дозволяє легко встановлювати та використовувати бібліотеки.
- **FMOD:** Це бібліотека для роботи зі звуком, яка використовується у багатьох іграх.

- **Box2D:** Це фізичний двигун, який використовується для симуляції фізики в іграх.

Першим кроком у розробці гри є вибір ігрової концепції та дизайну. Це включає в себе визначення типу гри, яку ви хочете створити, її цільової аудиторії, ігрового світу, персонажів, правил та ігрового процесу.

Деякі фактори, які слід врахувати при виборі ігрової концепції:

- Виберіть концепцію, яка відповідає вашим навичкам та досвіду в програмуванні та дизайні.
- Виберіть концепцію, яку ви зможете реалізувати в рамках доступних вам часу та ресурсів.
- Виберіть концепцію, яка буде цікавою вашій цільовій аудиторії.
- Спробуйте придумати оригінальну концепцію, яка виділятиметься на тлі інших ігор.

Після того, як ви вибрали ігрову концепцію, вам потрібно буде створити ігровий дизайн. Це включає в себе розробку документів, які описують всі аспекти гри, такі як:

- **Ігровий документ:** Цей документ описує загальну концепцію гри, цільову аудиторію, ігровий світ, персонажів, правила та ігровий процес.
- **Технічний документ:** Цей документ описує технічні аспекти гри, такі як мова програмування, ігровий двигун, графіка, звук та музика.
- **Дизайн-документ:** Цей документ описує дизайн рівнів, інтерфейсу користувача та інших візуальних елементів гри.

Першим кроком у розробці гри є вибір ігрової концепції та дизайну. Це включає в себе визначення типу гри, яку ви хочете створити, її цільової аудиторії, ігрового світу, персонажів, правил та ігрового процесу.

Після того, як ви створили ігровий дизайн, вам потрібно буде створити ігрові ресурси. Це включає в себе графіку, звук та музику.

Ви можете створити графіку самостійно або найняти художника. Існує багато безкоштовних та платних ресурсів для графіки. Важливо, щоб графіка відповідала вашому ігровому дизайну та була приємною для очей.

Ви можете створити звук самостійно або найняти звукорежисера. Існує багато безкоштовних та платних ресурсів для звуку. Важливо, щоб звук був чітким та відповідав вашому ігровому дизайну.

Ви можете створити музику самостійно або найняти композитора. Існує багато безкоштовних та платних ресурсів для музики. Важливо, щоб музика була атмосферною та відповідала вашому ігровому дизайну.

Після того, як ви створили ігрові ресурси, вам потрібно буде запрограмувати ігрову логіку. Це включає в себе код, який керує ігровим процесом, такими як рух персонажів, взаємодія з об'єктами, штучний інтелект та фізика.

Деякі поради щодо програмування ігрової логіки на Lua:

- Розбийте код на невеликі, керовані частини.
- Використовуйте коментарі, щоб пояснити свій код.
- Ретельно тестуйте свій код, щоб знайти та виправити помилки.
- Використовуйте LuaRocks для завантаження та використання бібліотек, які можуть допомогти вам у розробці гри.

Після того, як ви запрограмували ігрову логіку, вам потрібно буде протестувати та налагодити гру. Це включає в себе пошук та виправлення помилок, а також переконання, що гра працює правильно та відповідає вашому ігровому дизайну.

Отже, Lua - це проста, динамічна та гнучка мова програмування, яка добре підходить для розробки ігор. Існує багато ігрових рушіїв, фреймворків, інструментів та бібліотек, які можуть допомогти вам у розробці ігор на Lua. Процес розробки гри на Lua складається з декількох етапів, включаючи вибір ігрової концепції та дизайну, створення ігрових ресурсів, програмування ігрової логіки, тестування та налагодження гри, а також публікацію та розповсюдження гри.

Золкіна Ірина

учениця 23 групи Ліцею №1 міста Житомира,

Таргонський Андрій

кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри

математичного аналізу, бізнес-аналізу та статистики

Житомирський державний університет імені Івана Франка

РОЗВ'ЯЗАННЯ ОДНОГО ІЗ ВИДІВ УЗАГАЛЬНЕНОГО РІВНЯННЯ ПЕЛЛЯ

Ідея розглянути такий вигляд діофантових рівнянь з'явилася при узагальненні третього завдання XXIII Турніру юних математиків [1]. Загальна теорія діофантових рівнянь є далекою до завершеності. Не існує загального методу їх розв'язання, тож зазвичай розглядаються лише окремі їх класи [2], [3].

Мета статті: знаходження методу розв'язання для одного з видів узагальненого рівняння Пелля.

У роботі введено діофантове рівняння виду $x^2 - (n^2 - 1)y^2 = -(n^2 - 2)$, де n – параметр і є цілим числом.

Лема (розв'язок для $n = 0$): Для $n = 0$ цілими парами розв'язків рівняння $(n^2 - 2) + x^2 = (n^2 - 1)y^2$ будуть $(1; 1), (-1; 1), (-1; -1), (1; -1)$.

Доведення. Підставимо значення параметру $n = 0$ у рівняння: $x^2 + y^2 = 2$.

Отримуємо рівняння кола, цілими розв'язками якого будуть тільки чотири пари чисел: $(1; 1), (-1; 1), (-1; -1), (1; -1)$.

Лема (розв'язок для $|n| = 1$): Для $|n| = 1$ множина розв'язків рівняння $(n^2 - 2) + x^2 = (n^2 - 1)y^2$ буде мати вигляд $\{(x; y) \mid x \in \{-1; 1\}, y \in \mathbb{Z}\}$.

Доведення. Підставимо значення параметру $|n| = 1$ у рівняння: $x^2 = 1$. Тоді його розв'язком буде $\{(x; y) \mid x \in \{-1; 1\}, y \in \mathbb{Z}\}$.

Означення 1: нехай запис $(x_1; y_1) < (x_2; y_2)$ або $(x_2; y_2) > (x_1; y_1)$ означає:

$$\begin{cases} x_1 < x_2 \\ y_1 < y_2 \end{cases}$$

Означення 2: нехай запис $(x_1; y_1) = (x_2; y_2)$ означає:

$$\begin{cases} x_1 = x_2 \\ y_1 = y_2 \end{cases}$$

Означення 3: нехай запис $(x_1; y_1) \leq (x_2; y_2)$ або $(x_2; y_2) \geq (x_1; y_1)$ означає:

$$\begin{cases} (x_1; y_1) < (x_2; y_2) \\ (x_1; y_1) = (x_2; y_2) \end{cases}$$

Лема (про порівняння розв'язків): Нехай $(x_1; y_1)$ та $(x_2; y_2)$ деякі різні невід'ємні розв'язки рівняння $(n^2 - 2) + x^2 = (n^2 - 1)y^2$, $x_1 \leq x_2$. Тоді $(x_1; y_1) < (x_2; y_2)$.

Доведення. Нехай $(x; y)$ – деякий невід'ємний розв'язок рівняння.

$$(n^2 - 2) + x^2 = (n^2 - 1)y^2 \Rightarrow y^2 = \frac{(n^2 - 2) + x^2}{n^2 - 1} \Rightarrow y = \sqrt{\frac{(n^2 - 2) + x^2}{n^2 - 1}}$$

Якщо $x_1 = x_2$, то $y_1 = \sqrt{\frac{(n^2 - 2) + x_1^2}{n^2 - 1}} = \sqrt{\frac{(n^2 - 2) + x_2^2}{n^2 - 1}} = y_2 \Rightarrow (x_1; y_1) = (x_2; y_2)$ (за означенням 2). Отримуємо протиріччя.

$$\begin{aligned} \text{Тож, } 0 \leq x_1 < x_2 &\Rightarrow x_1^2 < x_2^2 \Rightarrow \\ (n^2 - 2) + x_1^2 < (n^2 - 2) + x_2^2 &\Rightarrow \frac{(n^2 - 2) + x_1^2}{n^2 - 1} < \frac{(n^2 - 2) + x_2^2}{n^2 - 1} \Rightarrow \\ \Rightarrow y_1^2 < y_2^2 &\Rightarrow y_1 < y_2. \end{aligned}$$

$$\text{Тоді: } \begin{cases} x_1 < x_2 \\ y_1 < y_2 \end{cases} \Rightarrow (x_1; y_1) < (x_2; y_2)$$

Наслідок: всі невід'ємні розв'язки можна порівнювати.

Лема (про відображення f): Нехай відображення f має вигляд: $f(x; y) = (|n|x + y(n^2 - 1); x + |n|y)$. Тоді $(x_1; y_1) < (x_2; y_2) \Leftrightarrow f(x_1; y_1) < f(x_2; y_2)$, де $(x_1; y_1), (x_2; y_2)$ – деякі невід'ємні розв'язки рівняння $(n^2 - 2) + x^2 = (n^2 - 1)y^2$.

Доведення. Доведемо лему в одну сторону: $(x_1; y_1) < (x_2; y_2) \Rightarrow f(x_1; y_1) < f(x_2; y_2)$.

$$\begin{aligned} (x_1; y_1) < (x_2; y_2) &\Rightarrow \begin{cases} x_1 < x_2 \\ y_1 < y_2 \end{cases} \Rightarrow \\ \Rightarrow \begin{cases} |n|x_1 < |n|x_2 \\ y_1(n^2 - 1) < y_2(n^2 - 1) \\ x_1 < x_2 \\ |n|y_1 < |n|y_2 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} |n|x_1 + y_1(n^2 - 1) < |n|x_2 + y_2(n^2 - 1) \\ x_1 + |n|y_1 < x_2 + |n|y_2 \end{cases} \\ (|n|x_1 + y_1(n^2 - 1); x_1 + |n|y_1) &< (|n|x_2 + y_2(n^2 - 1); x_2 + |n|y_2) \\ f(x_1; y_1) &< f(x_2; y_2) \end{aligned}$$

Тож $(x_1; y_1) < (x_2; y_2) \Rightarrow f(x_1; y_1) < f(x_2; y_2)$.

Тепер доведемо в протилежну сторону $f(x_1; y_1) < f(x_2; y_2) \Rightarrow (x_1; y_1) < (x_2; y_2)$.

Нехай $f(x_1; y_1) < f(x_2; y_2)$. Припустимо, що $(x_1; y_1) \geq (x_2; y_2)$. Тоді за вже доведеною частиною леми про відображення f $(x_1; y_1) \geq (x_2; y_2) \Rightarrow f(x_1; y_1) \geq f(x_2; y_2)$. Протиріччя, тому $(x_1; y_1) < (x_2; y_2)$. Отже $f(x_1; y_1) < f(x_2; y_2) \Rightarrow (x_1; y_1) < (x_2; y_2)$.

Лема (про відображення g): Нехай відображення g має вигляд $g(x; y) = (|n|x + y(1 - n^2); y|n| - x)$. Тоді $(x_1; y_1) < (x_2; y_2) \Leftrightarrow g(x_1; y_1) < g(x_2; y_2)$, де $(x_1; y_1), (x_2; y_2), g(x_1; y_1)$ – невід’ємні розв’язки рівняння.

Доведення. Спочатку доведемо в одну сторону: $(x_1; y_1) < (x_2; y_2) \Rightarrow g(x_1; y_1) < g(x_2; y_2)$.

Нехай $(x_1; y_1) < (x_2; y_2) \Rightarrow f(g(x_1; y_1)) < f(g(x_2; y_2))$.

За лемою про відображення f : $f(g(x_1; y_1)) < f(g(x_2; y_2)) \Rightarrow g(x_1; y_1) < g(x_2; y_2)$.

Тоді $(x_1; y_1) < (x_2; y_2) \Rightarrow g(x_1; y_1) < g(x_2; y_2)$.

Тепер доведемо в протилежну сторону: $g(x_1; y_1) < g(x_2; y_2) \Rightarrow (x_1; y_1) < (x_2; y_2)$.

Нехай $g(x_1; y_1) < g(x_2; y_2)$.

Тоді за лемою про відображення f : $g(x_1; y_1) < g(x_2; y_2) \Rightarrow f(g(x_1; y_1)) < f(g(x_2; y_2)) \Rightarrow (x_1; y_1) < (x_2; y_2)$.

Теорема: якщо $(x_1; y_1)$ є розв’язком рівняння $(n^2 - 2) + x^2 = (n^2 - 1)y^2$ при $|n| \geq 2$, то від належить одній з рекурентних послідовностей розв’язків.

Доведення. Нехай S – множина розв’язків рівняння, що лежать між $(p_0; q_0)$ і $(p_1; q_1)$, включаючи $(p_0; q_0)$ і не включаючи $(p_1; q_1)$. Впорядкуємо множину S за зростанням за допомогою наслідку з леми 3.1. Нехай S_i – i -ий елемент множини S .

Нехай A – множина невід’ємних розв’язків рівняння $(n^2 - 2) + x^2 = (n^2 - 1)y^2$.

Нехай M – множина послідовностей пар $(l_{i,k}; r_{i,k})$, для яких $(l_{i,0}; r_{i,0}) = S_i$ та $(l_{i,k+1}; r_{i,k+1}) = (|n|l_{i,k} + (n^2 - 1)r_{i,k}; l_{i,k} + |n|r_{i,k}) =$

$= f(l_{i,k}; r_{i,k})$, по аналогії з послідовністю $(p_k; q_k)$. $i \geq 1$ – номер послідовності, а $k \geq 0$ – номер розв'язку у послідовності.

Доведемо, що кожний невід'ємний розв'язок головного рівняння належить якійсь послідовності з множини M .

Припустимо, що існує розв'язок $(x_1; y_1)$, який не входить до множини M , тобто він не належить послідовності $(p_k; q_k)$, яка повністю лежить в множині M .

Впорядкуємо множину A за неспаданням, користуючись наслідком з леми про порівняння розв'язків. Оскільки пара $(x_1; y_1)$ не входить до послідовності $(p_k; q_k)$ і послідовність $(p_k; q_k)$ необмежено зростає, то з впорядкування множини слідує, що для неї знайдеться таке m : $(p_m; q_m) < (x_1; y_1) < (p_{m+1}; q_{m+1})$.

За лемою про відображення g :

$$\underbrace{g \circ \dots \circ g}_m(p_m; q_m) < \underbrace{g \circ \dots \circ g}_m(x_1; y_1) < \underbrace{g \circ \dots \circ g}_m(p_{m+1}; q_{m+1}).$$

$$\text{Тоді: } (p_0; q_0) < \underbrace{g \circ \dots \circ g}_m(x_1; y_1) < (p_1; q_1).$$

Оскільки g переводить розв'язок в розв'язок, то $\underbrace{g \circ \dots \circ g}_m(x_1; y_1)$ також є розв'язком. Тому $\underbrace{g \circ \dots \circ g}_m(x_1; y_1)$ належить множині S .

$$S_i = \underbrace{g \circ \dots \circ g}_m(x_1; y_1)$$

$$\underbrace{f \circ \dots \circ f}_m(S_i) = \underbrace{f \circ \dots \circ f}_m\left(\underbrace{g \circ \dots \circ g}_m(x_1; y_1)\right)$$

$$\underbrace{f \circ \dots \circ f}_m\left(\underbrace{g \circ \dots \circ g}_m(x_1; y_1)\right) = \underbrace{f \circ \dots \circ f}_m(S_i)$$

$$(x_1; y_1) = \underbrace{f \circ \dots \circ f}_m(S_i) \Rightarrow (x_1; y_1) = (l_{i,m}; r_{i,m})$$

Отримуємо протиріччя. Отже, доведено, що кожний розв'язок головного рівняння належить хоча б одній послідовності з множини M .

Алгоритм знаходження розв'язків для $|n| \geq 2$:

1) Перебором знайти множину $S = \{(x; y) \mid (p_0; q_0) \leq (x; y) < (p_1; q_1)\}$

$$(p_0; q_0) = (1; 1); (p_1; q_1) = f(p_0; q_0) = f(1; 1) = (n^2 + n - 1; n + 1)$$

2) Побудувати множину невід'ємних відповідей $M = \{(l_{i,k}; r_{i,k}) \mid (l_{i,0}; r_{i,0}) = S_i \text{ та } (l_{i,k+1}; r_{i,k+1}) = (nl_{i,k} + (n^2 - 1)r_{i,k}; l_{i,k} + nr_{i,k}) = f(l_{i,k}; r_{i,k})\}$

3) Знайти множину усіх відповідей $Q: (x; y) \in Q \Leftrightarrow (|x|; |y|) \in A$.

Висновки та перспективи подальших досліджень:

1. Сформульоване та введено діофантове рівняння виду $x^2 - (n^2 - 1)y^2 = -(n^2 - 2)$.
2. Знайдено множину розв'язків для $n = 0, |n| = 1$
3. Знайдено і сформульовано алгоритм розв'язання для $|n| \geq 2$.

В подальшому отримані результати можна використовувати для отримання розв'язків більш загальних випадків діофантових рівнянь, зокрема, рівняння Пелля.

Список використаних джерел:

1. Всеукраїнський турнір юних математиків імені професора М.Й. Ядренка. Режим доступу: <https://tym.in.ua/2023/06/20/tym-2023-problems/>
2. D. Andrica An Introduction to Diophantine Equations, 2012. 350 с.
3. L.J. Mordell Diophantine Equations, 1969. 327 с.

Іванов К.Д.

*здобувач освіти фахової передвищої освіти
правознавчого факультету,*

Подолян Р.П.

*викладач математики вищої категорії
Одеський фаховий коледж економіки,
права та готельно-ресторанного бізнесу
Одеса, Україна*

МАТЕМАТИКА ІНВЕСТУВАННЯ: ПРАВИЛО 72 В ЕКОНОМІЦІ

Постановка проблеми. У фінансовому плануванні часто потрібен інструмент для швидкої та точної оцінки темпів зростання інвестицій. Одним із ефективних засобів для цього є правило 72, яке дозволяє визначити час, необхідний для подвоєння інвестицій при заданій річній процентній ставці.

Аналіз актуальних досліджень. Правило 72 широко використовується, наприклад, фінансовими аналітиками для швидкої оцінки інвестиційних можливостей. Також, існують різні модифікації та доповнення правила, які можуть підвищити його точність і застосовність у сучасних умовах.

Мета. Ця робота полягає у вирішенні таких завдань, як проведення глибокого аналізу правила 72 та його теоретичних основ. Також робота спрямована на розширення розуміння та вдосконалення використання цього правила, зокрема для прийняття обґрунтованих інвестиційних рішень у сучасному економічному середовищі.

Виклад основного матеріалу. Правило 72 є корисним математичним інструментом для швидкого розрахунку того, скільки часу потрібно для подвоєння інвестицій при певній річній процентній ставці. Цей метод, хоч і нескладний, може служити важливим орієнтиром для інвесторів і фінансових аналітиків.

Правило 72 - це швидка та корисна формула для оцінки часу, необхідного для подвоєння вкладених грошей при заданій річній нормі прибутковості, або для визначення річної ставки прибутку, знаючи час подвоєння інвестицій. Формула виглядає так:

$$t = \frac{72}{r},$$

де:

t — час, необхідний для подвоєння інвестицій (у роках), r — річна процентна ставка (у відсотках).

Однак, при розрахунках за цим варіантом формули присутня незначна похибка. Використання коефіцієнта 69.3 замість 72 зменшує похибку, підвищуючи точність і надійність прогнозів. Формула для точнішого розрахунку виглядає так:

$$t = \frac{69.3}{r}$$

Правило 69 базується на точнішому обчисленні часу подвоєння, враховуючи логарифмічні властивості зростання інвестицій. Вихідне рівняння для подвоєння інвестицій виглядає так:

$$A = P \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t,$$

В даному випадку: A — кінцева сума інвестиції, P — початкова сума інвестиції.

Для подвоєння інвестицій, коли $A=2P$:

$$2P = P \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t$$

Беремо натуральний логарифм з обох сторін:

$$\ln(2) = t \times \ln\left(1 + \frac{r}{100}\right)$$

Розв'язуючи відносно t :

$$t = \frac{\ln(2)}{\ln\left(1 + \frac{r}{100}\right)}$$

Для малих значень r , використовуючи наближення $\ln(1 + x) = x$:

$$\ln\left(1 + \frac{r}{100}\right) = \frac{r}{100}$$

Тоді формула перетворюється на:

$$t = \frac{\ln(2)}{r/100} = \frac{100 \times \ln(2)}{r}$$

Оскільки $\ln(2) = 0.693$, ми повертаємось до нашої першої формули.

Висновок. Правило 72 та його модифікація (правило 69) є важливими інструментами в арсеналі фінансових аналітиків і інвесторів. Вони допомагають швидко і ефективно оцінити час, необхідний для подвоєння

інвестицій, і таким чином, сприяють прийняттю кращих рішень у сфері інвестування.

Список використаної літератури:

1. Богл Д. Керівництво розумного інвестора: 2007
2. Правило 72 – за скільки часу подвоїться ваш вклад? URL: <http://surl.li/tsjnj> (дата звернення: 15.05.2024)
3. The Rule of 72: Definition, Usefulness, and How to Use It URL: <http://surl.li/tsjnm> (дата звернення: 15.05.2024)

Кіценко Р. І.

*здобувачка фахової передвищої освіти
правознавчого факультету,*

Подольян Р. П.

*викладач математики вищої категорії
Одеський фаховий коледж економіки,
права та готельно-ресторанного бізнесу
Одеса, Україна*

РІВНЯННЯ ФІШЕРА В ДІЇ: МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ НОМІНАЛЬНИХ СТАВОК ТА ІНФЛЯЦІЇ

Постановка проблеми. Економічна нестабільність та коливання рівня інфляції значною мірою впливають на прийняття фінансових рішень як на макроекономічному, так і на мікроекономічному рівнях. Рівняння Фішера становить основу для розуміння взаємозв'язку між темпом інфляції, номінальною та реальною відсотковими ставками.

Аналіз актуальних досліджень. Багато дослідників звертали увагу на проблему інфляції, працюючи над пошуком ефективних засобів боротьби з цим явищем. Теоретичну основу дослідження інфляції складають роботи визнаних класиків економічної науки, таких як Дж. М. Кейнс та М. Фрідман. Рівняння Фішера було створено І. Фішером, щоб з'ясувати, як інфляція впливає на відсоткові ставки.

Мета полягає в детальному аналізі рівняння Фішера та його математичному аспекті застосування в сучасних економічних умовах.

Виклад основного матеріалу. Рівняння Фішера є важливим інструментом в економіці та фінансах, оскільки воно встановлює зв'язок

між номінальною відсотковою ставкою (i), реальною відсотковою ставкою (r), і рівнем інфляції (π). Математично рівняння Фішера виглядає так:

$$i = r + \pi$$

Тобто, номінальна відсоткова ставка складається з реальної відсоткової ставки і очікуваного рівня інфляції. Наведемо приклад: якщо номінальна відсоткова ставка за позикою складає 8%, а рівень інфляції 3%, то реальна відсоткова ставка:

$$r = i - \pi$$

$$r = 8\% - 3\% = 5\%$$

У практичному застосуванні часто використовують модифіковану форму рівняння Фішера, яка враховує складний відсоток, тобто відсотки, що розраховуються на основі відсотка від суми позики та відсотків:

$$1 + i = (1 + r) \times (1 + \pi)$$

Припустимо, ми хочемо знати номінальну відсоткову ставку, яка дозволить зберегти реальну вартість вкладу на рівні реальної відсоткової ставки 3% при очікуваному рівні інфляції 2%.

Використовуємо модифіковану форму рівняння Фішера, де $r = 0.03$ (3%), $\pi = 0.02$ (2%):

$$1 + i = (1 + 0.03) \times (1 + 0.02)$$

$$1 + i = (1.03) \times (1.02)$$

$$1 + i = 1.0506$$

$$i = 1.0506 - 1$$

$$i = 0.0506$$

Отже, номінальна відсоткова ставка у цьому випадку становить приблизно 5.06%.

Ця форма точніше відображає взаємозв'язок між змінними, особливо при високих рівнях інфляції та відсоткових ставках. Проте, при низьких рівнях інфляції та відсоткових ставок, спрощене рівняння є достатньо точним.

Висновки та перспективи подальших досліджень. Рівняння Фішера важливе для розуміння впливу інфляції на фінансові ринки та прийняття фінансових рішень. Подальші дослідження можуть досліджувати вплив інфляції на ринки, стратегії центральних банків та розробляти нові методи прогнозування інфляції.

Список використаної літератури

1. Грабинська І. В., Пилипенко О. Ю. Емпірична оцінка внутрішнього та міжнародного ефектів Фішера для економіки України. Бізнес Інформ. 2020. №12. С. 279–285.
2. О. В. Зайцев. Розвиток моделі врахування інфляції за формулою І. Фішера. Механізм регулювання економіки. 2012. №4. С. 159-168.
3. Фінансовий ринок: навч. посібник за заг.ред. / Арутюнян С. С. та ін. К: Гуляєва В.М., 2018 - 484 с.

Козак Віталій

Здобувач 1 курсу освітньо-професійної програми

«Інформатика в закладах освіти»,

Науковий керівник: Ярослава Сікора,

кандидат педагогічних наук, доцент,

доцент кафедри комп'ютерних наук та інформаційних технологій,

Житомирський державний університет імені Івана Франка

ЕФЕКТИВНІСТЬ ВИКОРИСТАННЯ ТЕХНОЛОГІЙ ДОПОВНЕНОЇ РЕАЛЬНОСТІ В НАВЧАЛЬНОМУ ПРОЦЕСІ

Технології доповненої реальності (AR) стають все більш популярними в галузі освіти, оскільки вони дозволяють створювати захоплюючі та інтерактивні навчальні середовища. Ці технології можуть суттєво підвищити залученість учнів та покращити розуміння складних концепцій [1]. У цій статті розглянемо переваги використання AR в навчанні, наведемо приклади застосування та виокремимо виклики впровадження цих технологій у закладах освіти.

Виклад основного матеріалу. Застосування технологій доповненої реальності в освіті має низку суттєвих переваг. По-перше, AR дозволяє створювати інтерактивні та захопливі навчальні матеріали, які підвищують зацікавленість учнів [2, 4]. Замість нудних, статичних посібників, учні можуть взаємодіяти з тривимірними моделями, спостерігати за динамічними процесами та отримувати додаткову інформацію завдяки анотаціям, спливаючим підказкам та мультимедійним елементам.

Занурення у навчальний матеріал, можливість дослідження та експериментування значно підвищує мотивацію учнів. Вони стають більш

зацікавленими та готовими докладати зусилля у навчанні [10]. Крім того, AR дозволяє адаптувати навчальний матеріал під індивідуальні потреби учнів, що також сприяє підвищенню мотивації та ефективності засвоєння знань (рис. 1).



Рис. 1. Переваги використання технологій доповненої реальності в освіті

Ще одна важлива перевага використання технологій доповненої реальності в освіті – це можливість ефективно візуалізувати складні концепції та процеси. AR дозволяє створювати тривимірні моделі, анімації та інтерактивні симуляції, що значно полегшує розуміння учнями абстрактних явищ.

Наприклад, під час навчання природничим наукам, учні можуть досліджувати тривимірні моделі молекул, спостерігати за роботою органів тварин чи за зміною пір року. У гуманітарних дисциплінах AR може використовуватись для віртуальних екскурсій до музеїв або історичних пам'яток, а також для перегляду 3D-реконструкцій стародавніх будівель та артефактів.

У мистецькій освіті AR додає нових вимірів до творчого процесу. Учні можуть створювати власні віртуальні скульптури чи малюнки, накладаючи їх на реальне оточення [3]. Крім того, AR може використовуватись для ознайомлення учнів з інструментами, техніками та стилями різних видів мистецтва.

Навіть у точних науках, таких як математика чи фізика, AR допомагає візуалізувати абстрактні концепції та процеси [5]. У фізиці, вони можуть

візуалізувати рух планет, демонстрацію законів механіки чи хвильові процеси. Такі інтерактивні засоби значно покращують засвоєння складного теоретичного матеріалу та дозволяють учням створювати міцніші асоціації з реальним світом [3].

Незважаючи на численні переваги, впровадження технологій доповненої реальності в освіті стикається з певними викликами (рис. 2). Одним із основних є необхідність придбання відповідного обладнання, таких як смартфони, планшети чи окуляри AR. Це може бути фінансовим тягарем для багатьох закладів освіти, особливо в умовах обмеженого бюджету.

Крім того, потрібно забезпечити належну технічну підтримку та навчити вчителів ефективно використовувати AR-технології. Розробка якісного навчального контенту також вимагає додаткових зусиль та ресурсів [8, 9]. Важливо також враховувати питання безпеки та конфіденційності, зокрема відстеження дій учнів чи збір їхніх даних.

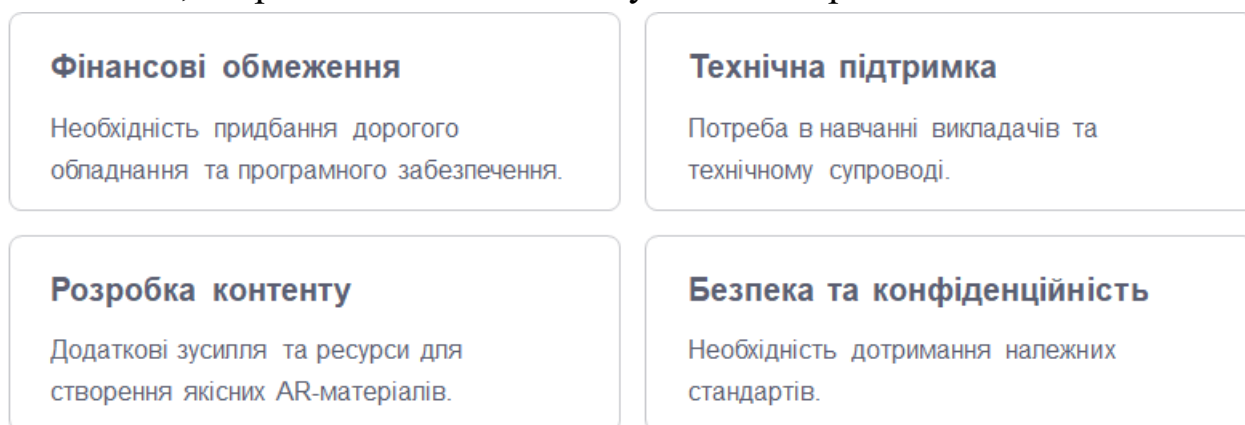


Рис. 2. Виклики використання AR-технології

Тим не менш, ці виклики можна подолати завдяки стратегічному плануванню, підтримці адміністрації та поступовому впровадженню технологій. Налагодження ефективної співпраці між освітянами, ІТ-фахівцями та постачальниками AR-рішень є ключем до успішної інтеграції цих технологій у навчальний процес.

Для ефективного впровадження технологій доповненої реальності в освіті важливо дотримуватись ряду рекомендацій. По-перше, необхідно ретельно планувати та інтегрувати AR-елементи в навчальну програму, щоб вони органічно доповнювали існуючі методи та матеріали.

Наступним кроком є забезпечення належної підготовки та навчання вчителів. Вони мають розуміти можливості AR, знати, як його використовувати та як інтегрувати в заняття. Крім того, важливо надавати постійну підтримку вчителям у процесі впровадження нових технологій.

Не менш важливим є залучення учнів до процесу впровадження AR. Заохочуйте їх до експериментування, надавайте можливості для самостійного дослідження та створення власного контенту [6, 7]. Це сприятиме кращому засвоєнню матеріалу та розвитку навичок XXI століття.

Висновки та перспективи подальших досліджень. Отже, технології доповненої реальності мають великий потенціал для підвищення ефективності навчального процесу. Вони дозволяють створювати захопливі, інтерактивні навчальні середовища, які підвищують мотивацію учнів та покращують засвоєння складних концепцій.

Хоча існують певні виклики, пов'язані з фінансуванням, технічною підтримкою та розробкою контенту, ці проблеми можна подолати завдяки ретельному плануванню та поступовому впровадженню AR-технологій. Залучення вчителів та учнів до цього процесу є ключем до успішної інтеграції AR в освітню систему.

У майбутньому ми можемо очікувати на ще більше поширення та вдосконалення AR-технологій в освіті. Вони стануть невід'ємною частиною навчального процесу, дозволяючи учням занурюватись у віртуальні світи, отримувати миттєвий зворотній зв'язок та розвивати важливі навички XXI ст.

Список використаних джерел і літератури

1. Бабюк Н. П. Аналіз можливостей використання технологій віртуальної реальності в освітньому процесі. Комп'ютерні ігри та мультимедіа як інноваційний підхід до комунікації : матеріали II Всеукраїнської науково-технічної конференції молодих вчених, аспірантів та студентів (м. Одеса, 29–30 вересня 2022 р.). Одеса, 2022. С. 9–11. URL: <http://ir.lib.vntu.edu.ua/bitstream/handle/123456789/35816/111836.pdf?sequence=2&isAllowed=y> .

2. Єфімов Д. В. Використання доповненої реальності (AR) в освіті. *Вісник Запорізького національного університету*. 2021. Т. 2, № 1. С. 219–225. DOI: <https://doi.org/10.26661/2522-4360-2021-1-2-34>.

3. Забіяка І. М. Сучасна система вищої освіти в європейських країнах: проблеми і перспективи. *Наукові записки*. 2022. № 207. С. 137–142. DOI: <https://doi.org/10.36550/2415-7988-2022-1-207-137-142>.

4. Коркішко І. А. Переваги та недоліки використання віртуальної реальності у закладах загальної середньої освіти (зарубіжний досвід). Звітна науково-практична конференція Інституту інформаційних технологій і засобів навчання НАПН України : матеріали науково-практичної конференції (м. Київ, 11 лютого 2021 р.). Київ, 2021. С. 54–55. URL:

<https://lib.iitta.gov.ua/724023/1/Збірник%20тез%20звітної%202021%20фін.pdf#page=54>.

5. Лещенко Т. О., Жовнір М. М., Юфименко В. Г. Імерсивні технології в мовній освіті: від теорії до практичного впровадження. *Інноваційна педагогіка*. 2022. Т. 2, № 54. С. 13–17. URL: http://repository.pdmu.edu.ua/bitstream/123456789/19969/1/Immersive_technologies_in_language_education.pdf.

6. Матвієнко Ю. С. Використання доповненої реальності в навчальному процесі. Сучасні інформаційні технології в освіті і науці : 3 Всеукр. наук. Інтернет-конф., (м. Умань, 26–27 березня 2021 р.). Умань, 2021. С. 68–70. URL: <https://dspace.udpu.edu.ua/bitstream/123456789/13683/1/Збірник%20Умань%20%2826-27.03.2021%29.pdf#page=68>.

7. Чабан О. В., Пашкевич І. А. Використання технологій доповненої реальності в освітньому процесі. Science, innovations and education: problems and prospects : proceedings of VII International scientific and practical conference (February 9–11, 2022). Tokyo, Japan, 2022. P. 499–504. URL:

<http://repositsc.nuczu.edu.ua/bitstream/123456789/14841/1/SCIENCE-INNOVATIONS-AND-EDUCATION-PROBLEMS-AND-PROSPECTS-9-11.02.22.pdf#page=499>.

8. Kovalenko V., Marienko M., Sukhikh A. Use of augmented and virtual reality tools in a general secondary education institution in the context of blended learning. *Information Technologies and Learning Tools*. 2020. Vol. 86, No. 6. P. 70–86. DOI: <https://doi.org/10.33407/itlt.v86i6.4664>.

9. Osadchyi V. V., Valko N. V., Kuzmich L. V. Using augmented reality technologies for STEM education organization. *Journal of Physics: Conference Series*. 2021. Vol. 1840. DOI: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1840/1/012027>.

10. Volynets V. Use of virtual reality technologies in education. *Continuing Professional Education: Theory and Practice*. 2021. No. 2. P. 40–47. DOI: <https://doi.org/10.28925/1609-8595.2021.2.5>.

*Kohut Yaroslav,
PhD Student,
Parfinovych Nataliia,
Dr.Sc., Prof., Head of Department,
Oles Honchar Dnipro National University,
Dnipro, Ukraine*

ON OPTIMAL SPARSE CONTROL PROBLEM FOR QUASI-LINEAR PARABOLIC EQUATION WITH VARIABLE ORDER OF NONLINEARITY

The role of optical satellite multi-band images in remote sensing of the Earth surface has been increasingly contributing to many agricultural monitoring services. In spite of the fact that optical images have a high resolution and are easily captured by low-cost cameras, the real-life satellite images frequently suffer from different types of noise, blur, and other atmosphere artifacts, which greatly reduce the effective information in such images. Hence, removing noise is a crucial step for image quality improvement in image processing task. In the last decades, models based on partial differential equations (PDEs) have been widely used in the image de-noising problems. Since 1990s, originated from the pioneering work of Perona and Malik, many different models have been proposed to separate noise from the noisy images (see [1, 2]).

However, since the noise, edges, and texture are high-frequency components, it is difficult to distinguish them in the process of denoising, and, as a result, the denoised images could inevitably lose some details. This problem becomes much more difficult if the original image is contaminated by an impulse noise. In view of this, we mainly focus on those approaches where the denoising problem can be stated in the form of some optimal control problem with special

class of controls simulating the presence of both the white Gaussian additive noise n and the noise v with a strong impulsive nature which the Gaussian model fails to describe. In this case the observed image can be represented as $f = u + v + n$, and the question is how to separate a true image u eliminating both Gaussian noise n and impulse noise v from f .

Mainly because of this we focus on the analysis of the consistency and well-posedness of the following optimal control problem (OCP):

$$\text{Minimize } J(v, u) = \|v\|_{L^2(0,T;L^1(\Omega))}^2 + \frac{\mu}{2} \int_{\Omega} |u(T) - f_0|^2 dx \quad (1)$$

subject to the following constraints

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \text{div} (|D(t, x, u)\nabla u|^{p_u(t,x)-2} D(t, x, u)\nabla u) = \kappa(f - u - v) \quad (2)$$

$$\text{in } Q_T := (0, T) \times \Omega,$$

$$\partial_\nu u = 0 \text{ on } (0, T) \times \partial\Omega, \quad (3)$$

$$u(0, \cdot) = f_0(\cdot) \text{ in } \Omega. \quad (4)$$

Here, $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ is a bounded simple-connected open set with a sufficiently smooth boundary $\partial\Omega$, $T > 0$ is a positive value, $\kappa \in \mathbb{R}$ is a given positive parameter, $f \in L^2(\Omega)$, $f_0 \in L^2(\Omega)$ and $v_a, v_b \in L^2(\Omega)$, $v_a(x) \leq v_b(x)$ a.e. in Ω , are given distributions,

$$\|v\|_{L^2(0,T;L^1(\Omega))}^2 = \int_0^T \left(\int_{\Omega} |v| dx \right)^2 dx \quad (5)$$

is the so-called directional sparsity term, $R_\eta: L^1(\Omega; \mathbb{R}^2) \rightarrow L^1(\Omega; \mathbb{R}^2)$ is a linear bounded operator, and the exponent $p_u: Q_T \rightarrow \mathbb{R}$ is defined by the rule

$$p_u(t, x) := 1 + g\left(\frac{1}{h} \int_{t-h}^t |(\nabla G_\sigma * \tilde{u}(\tau, \cdot))(x)| d\tau\right), \quad \forall (t, x) \in Q_T, \quad (6)$$

where $g: [0, \infty) \rightarrow (0, 1]$ is a continuous non-increasing function such that $g(0) = 1$ and $g(s) > 0$ for all $s > 0$ with $\lim_{s \rightarrow \infty} g(s) = 0$,

$$|g(s) - g(y)| \leq C_g |s - y|, \quad \forall s, y \in [0, \infty) \text{ with some constant } C_g > 0, \quad (7)$$

$$G_\sigma(x) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi}\sigma)^2} \exp\left(-\frac{|x|^2}{2\sigma^2}\right), \quad \sigma > 0, \quad (8)$$

$$(G_\sigma * \tilde{u}(t, \cdot))(x) (= \int_{\mathbb{R}^2} G_\sigma(x - y) \tilde{u}(t, y) dy), \quad (9)$$

\tilde{u} denotes zero extension of u from Q_T to $\mathbb{R} \times \mathbb{R}^2$, $h > 0$ and $\sigma > 0$ are given small positive values.

$D = D(t, x, u)$ is the anisotropic diffusion tensor and we define it as follows

$$D(t, x, u) := \varepsilon I + J_\rho(u_\sigma), \quad (10)$$

where $\varepsilon > 0$ is a small parameter, $I \in (\mathbb{R}^N, \mathbb{R}^N)$ is the unit matrix, and

$$J_\rho(u_\sigma) := G_\rho * (\nabla u_\sigma \otimes \nabla u_\sigma) = G_\rho * (\nabla u_\sigma (\nabla u_\sigma)^t) \quad (11)$$

with

$$\nabla u_\sigma = \nabla u_\sigma(t, x) := (\nabla G_\sigma * \tilde{u}(t, \cdot))(x).$$

Since it is unknown whether the weak solutions of the problem (2) – (4) belong to the space $C([0, T]; L^2(\Omega))$ (see [2,3]), the solvability of optimal control problem (1) – (4) remains an open question. In view of this we propose to involve into consideration the following relaxed version of the original optimal control problem

$$\begin{aligned} \text{Minimize } J(v, u) &= \|v\|_{L^2(0, T; L^1(\Omega))}^2 + \frac{\mu}{2\omega} \int_{T-\omega}^T \|u(t, \cdot) - f_0(\cdot)\|_{L^2(\Omega)}^2 dt \\ &\text{subject to the constraints (2) – (4),} \end{aligned} \quad (12)$$

where ω is a small positive value such that $T - \omega \gg 0$, $f \in L^2(\Omega)$, $f_0 \in L^2(\Omega)$, $v \in \mathcal{V}_{ad}$, and $\theta \in L^\infty(\Omega; \mathbb{R}^2)$ are given distributions.

Our main result can be stated as follows:

Theorem 1. Let $f \in L^2(Q_T)$, $f_0 \in L^2(\Omega)$, and $v_a, v_b \in L^2(\Omega)$, $v_a(x) \leq v_b(x)$ a.e. in Ω , be given distributions, and let $\kappa > 0$ and $\mu > 0$ be given constants. Then, for each $0 < \omega < T$ the optimal control problem (1) – (4) admits at least one solution $(v^0, u^0) \in \Xi$.

References

1. Kogut P, Kohut Ya, Parfinovych N, Solvability Issues for Some Noncoercive and Nonmonotone Parabolic Equations Arising in the Image Denoising Problems. *Journal of Optimization, Differential Equations and Their Applications (JODEA)*. 2022, V 30, N2, P. 19–48.
2. D'Apice C, Kogut P, Manzo R, Qualitative Analysis of an Optimal Sparse Control Problem for Quasi-Linear Parabolic Equation with Variable Order of Nonlinearity, *Journal of Optimization. Differential Equations and Their Applications (JODEA)*. 2023, V 31, N 2, P. 125–173.
3. Kogut P, Kohut Ya, Optimal sparse control formulation for reconstruction of noiseaffected images. *Axioms*. 2023, V 12, N12, 1073, 22p.

Кулага Максим

*здобувач 3 курсу освітньо-професійної програми Професійна освіта
(цифрові технології)*

*Науковий керівник: Мосіюк Олександр Олександрович
кандидат педагогічних наук доцент кафедри комп'ютерних наук,
доцент кафедри комп'ютерних наук та інформаційних технологій,
Житомирський державний університет імені Івана Франка*

ПЕРСПЕКТИВИ ВИКОРИСТАННЯ ТЕХНОЛОГІЙ РОЗШИРЕНОЇ ТА ВІРТУАЛЬНОЇ РЕАЛЬНОСТІ У ОСВІТІ

За останні десятиліття технології розширеної реальності (AR) та віртуальної реальності (VR) відіграли значну роль у трансформації різних сфер життя, включаючи освіту. Однак, не зважаючи на широкий потенціал цих технологій, їх використання в освіті залишається неоднозначним та не повністю вивченим. Основною проблемою є нестабільність та непередбачуваність результатів, а також відсутність стандартів для ефективного впровадження AR та VR в навчальний процес. Крім того, важливо враховувати психологічні та когнітивні аспекти використання цих технологій у навчанні, оскільки вони можуть впливати на учнів по-різному.

Останні дослідження у галузі використання AR та VR в освіті підкреслюють потенційні переваги цих технологій, такі як підвищення мотивації учнів, покращення засвоєння матеріалу та створення більш інтерактивного навчального середовища. Однак, існують протиріччя у відомостях щодо реального впливу AR та VR на результати навчання. Деякі дослідження підтверджують позитивний ефект, тоді як інші вказують на те, що результати можуть бути відмінними в залежності від конкретних умов та контексту використання. Більше того, існують обмеження в доступності та вартості обладнання для використання AR та VR в шкільних класах, що обмежує їх широкомасштабне впровадження.

Тож **метою** роботи є розгляд переваг та можливостей використання цих технологій у сучасному навчальному процесі та залучення учнів до більш ефективного навчання.

Виклад основного матеріалу. Розширена реальність (AR) та віртуальна реальність (VR) швидко стають невід'ємною частиною освітнього процесу, надаючи навчальним закладам нові можливості та

ресурси для покращення навчання та залучення учнів. AR та VR перетворюють традиційну навчальну среду, дозволяючи створювати іммерсивні та інтерактивні дослідження, вправи та симуляції, які сприяють кращому розумінню матеріалу та розвитку навичок.

Для початку визначимося з визначеннями термінів. Так термін «розширена реальність» або ж англійською мовою «augmented reality» може розглядатися у вузькому та широкому значеннях. Зокрема у вузькому значенні термін «розширена реальність» позначає форму віртуальної реальності, в якій дисплей, що кріпиться на голові учасника, є прозорим, що дозволяє чітко уявлення про реальний світ і доповнювати їх. Окремі дослідники вказували, що розширена реальність має відповідати трьом основним характеристикам: поєднання реального і віртуального світів, взаємодія в реальному часі і точна 3D-реєстрація віртуальних і реальних об'єктів.

У широкому розумінні термін «розширена реальність» позначає доповнення природного зорового зворотного зв'язку з оператором згенерованими підказками чи спеціалізованою інформацією.

Під віртуальною реальністю (англійською мовою virtual reality чи скорочено VR) зазвичай розуміють технологію, яка створює віртуальне занурення в цифрове середовище завдяки комп'ютерній графічній симуляції, що дозволяє користувачам зануритися в інтерактивний тривимірний світ, в якому зустрічаються різні типи чуттєвого та емоційного досвіду.

Однією з головних переваг AR та VR в освіті є можливість візуалізації абстрактних концепцій та складних процесів. Наприклад, використання AR може дозволити учням дослідити внутрішню будову молекул або географічні особливості світу безпосередньо в класі, забезпечуючи глибше розуміння та запам'ятовування матеріалу. Крім того, VR надає можливість віртуального поглибленого навчання, де учні можуть імітувати реальні ситуації, такі як хірургічні операції або космічні подорожі, без ризику для життя та здоров'я. Це дозволяє практикувати навички у безпечному середовищі та збільшує самодостатність учнів.

Нарешті, AR та VR можуть покращити доступність освіти для всіх категорій учнів, включаючи тих, хто має обмеження або особливі потреби. Ці технології дозволяють індивідуалізувати навчання, пристосовуючи його

до потреб кожного учня та роблячи його більш доступним та захоплюючим. Загалом, AR та VR відкривають нові можливості для інноваційного та ефективного навчання, які можуть стати ключовими компонентами освітнього процесу у майбутньому.

Висновки та перспективи подальших досліджень. Підсумовуючи зауважимо, що розширена реальність (AR) та віртуальна реальність (VR) мають значний потенціал для трансформації сучасної освіти. Вони забезпечують нові можливості для іммерсивного, інтерактивного та ефективного навчання, сприяючи покращенню розуміння матеріалу та розвитку навичок учнів.

Однак для повного використання потенціалу AR та VR у сфері освіти потрібно вирішувати ряд викликів, такі як вартість обладнання, доступність контенту й навчальних програм, а також питання забезпечення навчальних програм згідно з навчальними стандартами.

Одним із подальшого напрямку дослідження може бути вивчення впливу використання AR та VR на здібності та розвиток креативності учнів у навчанні.

Список використаної джерел та літератури

1. Augmented and virtual reality in U.S. education: a review: analyzing the impact, effectiveness, and future prospects of ar/vr tools in enhancing learning experience (2024, apr. 17). Available: <https://fepbl.com/index.php/ijarss/article/view/1043>
2. Augmented Virtual Reality: How to Improve Education Systems (2017 jun. 15) Available: <https://eric.ed.gov/?id=EJ1150087>
3. Prospects for the use of Augmented Reality in Education (2022 dec. 12) Available: <https://www.bibliothek.tu-chemnitz.de/ojs/index.php/cs/article/view/552>
4. Prospects of augmented reality and virtual reality for online education: a scientometric view (2023 aug. 9) Available: <https://www.emerald.com/insight/content/doi/10.1108/IJEM-10-2022-0407/full/html>

Кучменко Артем

здобувач 3 курсу освітньо-професійної програми «Сучасні інформаційні технології та програмування»,

Постова Світлана

кандидат педагогічних наук доцент кафедри комп'ютерних наук, доцент кафедри комп'ютерних наук та інформаційних технологій Житомирський державний університет імені Івана Франка

ТЕОРЕТИЧНІ АСПЕКТИ ВПРОВАДЖЕННЯ ТА ВИКОРИСТАННЯ ШТУЧНОГО ІНТЕЛЕКТУ

Штучний інтелект (ШІ) – це галузь комп'ютерних наук, що прагне створити інтелектуальні машини, здатні виконувати завдання, які зазвичай потребують людського інтелекту. До таких завдань належать розпізнавання образів, прийняття рішень, навчання та вирішення проблем.

ШІ не має єдиного чіткого поняття тому кожен може описувати його на власний розсуд. Ось декілька можливих варіантів:

- **Системи, що імітують людське мислення:** системи штучного інтелекту, що здатні навчатися на наданих їм даних, робити власні висновки, прогнозувати та приймати рішення, подібно до того, як це роблять люди.
- **Інструмент для розширення людських можливостей:** штучний інтелект, що доповнює людський і допомагає нам вирішувати складні завдання, обробляти великі обсяги даних та автоматизувати рутинні процеси.
- **Новий спосіб взаємодії зі світом:** технології штучного інтелекту відкривають і надають нові можливості для взаємодії зі навколишнім світом, роблячи наше життя комфортнішим, безпечнішим та ефективнішим.

ШІ вже використовується в багатьох сферах життя, таких як:

- **Медицина:** ШІ використовується для діагностики різноманітних захворювань, аналізу медичних зображень, при розробці нових ліків та персоналізації лікування.
- **Фінанси:** ШІ використовується для виявлення шахрайства, прогнозування ринкових тенденцій, управління ризиками та автоматизації торгівлі.

- **Виробництво:** ШІ використовується для оптимізації виробничих процесів, прогнозування поломок обладнання, контролю якості продукції та автоматизації робочих завдань.
- **Транспорт:** ШІ використовується для розробки самокерованих автомобілів, оптимізації маршрутів у навігаторах, управління транспортними потоками та підвищення безпеки на дорогах.
- **Роздрібна торгівля:** ШІ використовується для персоналізації рекомендацій продуктів, аналізу поведінки покупців, оптимізації цін та автоматизації обслуговування клієнтів.
- **Сфера послуг:** ШІ використовується для автоматизації роботи служб підтримки клієнтів, чат-ботів, віртуальних помічників та персоналізації послуг.

Сьогодні ШІ розвивається дуже стрімко. До ключових трендів у цій галузі належать *машинне навчання*. Цей метод навчання штучного інтелекту робить системи здатними навчатися на певних наданих даних без чіткої інструкції. Ці алгоритми використовуються в багатьох сферах, таких як розпізнавання образів, обробка мови та прогнозування заданих подій. Завдяки машинному навчанню ШІ-системи стають гнучкішими, більш адаптивними та здатними до виконання складних завдань.

Штучний інтелект (ШІ) можна класифікувати за різними критеріями, такими як його можливості та підходом до вирішення проблем. Ось деякі з найпоширеніших класифікацій:

I. За можливостями:

- **Слабкий ШІ (ANI):** Також відомий як "вузький ШІ", ANI зосереджується на виконанні конкретних завдань, як правило, у межах однієї вузької області. Прикладами ANI є системи розпізнавання обличь, чат-боти та програми для гри в шахи.
- **Сильний ШІ (AGI):** Також відомий як "штучний загальний інтелект", AGI прагне досягти рівня інтелекту, еквівалентного людському, будучи здатним виконувати будь-яке інтелектуальне завдання, яке може виконати людина. AGI все ще є теоретичною концепцією і не існує жодної існуючої системи, яка б його досягла.
- **Штучний суперінтелект (ASI):** ASI гіпотетично перевершує людський інтелект у всіх аспектах, включаючи творчість, логіку та

вирішення проблем. ASI є предметом наукової фантастики та не існує жодних доказів того, що він є можливим або досяжним.

II. *За підходом до вирішення проблем:*

- **Символічний ШІ:** Цей підхід використовує символи та логічні правила для представлення знань та міркувань. Він був домінуючим підходом у ранні роки досліджень ШІ, але його обмежила складність представлення здорового глузду та знань про світ у символічній формі.
- **З'єднаний ШІ:** Цей підхід використовує штучні нейронні мережі, які є математичними моделями, натхненними структурою людського мозку. Нейронні мережі здатні навчатися на даних і робити прогнози або приймати рішення.
- **Еволюційний ШІ:** Цей підхід використовує принципи еволюції для вирішення проблем. Алгоритми еволюційного ШІ імітують природний відбір, генеруючи популяцію можливих рішень і повторно використовуючи та варіюючи найкращі з них протягом поколінь.
- **Статистичний ШІ:** Цей підхід використовує статистичні методи для навчання на даних і прогнозування майбутніх результатів. Він широко використовується у таких сферах, як машинне навчання та обробка природної мови.
- **Гібридний ШІ:** Цей підхід поєднує два або більше з вищезазначених підходів.

Штучний інтелект має потенціал значно покращити наше життя багатьма способами. Однак важливо усвідомлювати переваги та недоліки, пов'язані з ШІ.

Переваги ШІ:

- ❖ **Швидкість:** ШІ може одночасно обробляти велику кількість інформації. Він навчається колосальній кількості книжок, скільки ви за все життя не прочитаете. Тож він з легкістю допоможе знайти відповіді на запитання, які вас цікавлять, або допоможе чомусь навчить. Наприклад, якщо ви цікавитесь динозаврами, ШІ може швидко знайти стислу та вичерпну інформацію на цю тему.
- ❖ **Точність:** ШІ вміє безпомилково рахувати. Він має спеціальні алгоритми, які дозволяють йому швидко та точно обчислювати різні види математичних задач. Базуючись на вивчених даних він може

знаходити найкоротший шлях на мапі або навіть прогнозувати погоду.

- ❖ **Ефективність:** Виконуючи монотонні завдання, ШІ звільняє наш час для важливіших і більш цікавих справ. Наприклад, він допоможе перекласти текст з іншої мови, знайде потрібну інформацію для шкільного проєкту або реферату, та допоможе в оптимізації розкладу дня.
- ❖ **Творчість:** ШІ може стати чудовим партнером у творчих проєктах: він допоможе з ідеями для музики, шкільного твору або малюнків або ж може сам їх створити.

Недоліки ШІ:

- ❖ **Питання розуміння:** навіть такі розумні люди, як штучний інтелект, завжди вмикають вашу голову. Це дуже зручно, але важливо аналізувати і перевіряти отриману з його допомогою інформацію. Справа в тому, що штучний інтелект не завжди розуміє поставлені вами завдання. Це залежить від точності постановки питання. Тож будьте готові до того, що його відповідь вас розчарує або введе в оману.
- ❖ **Залежність:** якщо ви в усьому надмірно покладаетесь на допомогу і знання штучного інтелекту, ви можете розучитися мислити самостійно.
- ❖ **Погане рішення:** штучний інтелект "знає" тільки те, чим його "нагодували". Отже, він має обмеження щодо прийняття оптимальних рішень. Існує багато обмежень, встановлених розробниками. Тому нам потрібно бути обережними при його використанні: враховуйте його, але не покладайтесь на його відповідь.
- ❖ **Відсутність людського фактору:** штучний інтелект не завжди враховує людські емоції, контекст чи інші нюанси, важливі для прийняття правильних рішень. Особливо якщо це стосується етичних питань.

Глибоке навчання – це підвид машинного навчання, який використовує штучні нейронні мережі, натхненні структурою людського мозку. Нейронні мережі здатні навчатися на великих обсягах даних, виявляючи складні закономірності та роблячи точні прогнози. Глибоке

навчання є основою таких проривних технологій, як розпізнавання облич, самокеровані автомобілі та машинний переклад.

ШІ для explainability: цей дослідницький напрямок прагне зробити ШІ-системи більш прозорими та зрозумілими для людей. Це важливо для того, щоб ми могли довіряти ШІ-системам та використовувати їх відповідально. Дослідники розробляють методи, які дозволяють людям розуміти, як ШІ-системи приймають рішення, які дані вони використовують та які фактори впливають на їхні результати.

ШІ-помічник: цей тип ШІ використовується для допомоги людям у виконанні завдань. ШІ-помічники можуть бути вбудовані в смартфони, віртуальні помічники або чат-боти. Вони надають інформацію, виконують завдання та пропонують персоналізовані рекомендації, роблячи наше життя зручнішим та ефективнішим.

З моменту відкриття ШІ, для користування, загалу він швидко закріпився у сучасному суспільстві і зайняв у місце у багатьох сферах: починаючи від генерації простих зображень і до керування напівавтомних транспортних систем і розробники продовжують поглиблювати його інтеграцію у наше життя.

Список використаних джерел та літератури

1. Мосіюк О. О. Штучний інтелект: вступ до машинного навчання : навч.-метод. посіб. Житомир : Вид-во ЖДУ ім. Івана Франка, 2019. 76 с.

2. Іванченко Г. Ф. Система штучного інтелекту: навчальний посібник К.: КНЕУ, 2011. 382 с.

3. Нікольський Ю. В. Системи штучного інтелекту: навчальний посібник. Львів: «Магнолія-2006», 2015 р. 279 с.

4. Poole D., Mackworth A. Artificial intelligence. Foundations of computational agents. URL: <http://artint.info/>

Лавренюк Ярослав

*доктор фізико-математичних наук, професор кафедри
комп'ютерних наук та інформаційних технологій*

Баскакова Тетяна

*здобувачка 3 курсу освітньої програми
«Середня освіта (інформатика)»,
Житомирський державний університет імені Івана Франка*

СУТНІСТЬ ТА ВИДИ КОМП'ЮТЕРНОЇ ГРАФІКИ

Комп'ютерна графіка до нещодавна передбачала виключно набуття елементарних навичок роботи з програмним засобом Paint. З 2017 року вивчення роботи з графічними зображення включає в себе опанування роботи з растровими зображеннями, векторними та 3D графікою.

Теоретичні основи комп'ютерної графіки та дизайну, як і окремі аспекти навчання роботи з комп'ютерною графікою вивчали С. Співак, В. Березовський, В. Потієнко, І. Завадський та інші. В роботах обґрунтовується актуальність навчання та використання комп'ютерної графіки, описуються проблема та шляхи формування компетентностей учнів опрацювання графічних зображень та інше.

Самостійним напрямком інформаційних технологій комп'ютерна графіка стала на початку 60-х років 20-го сторіччя. Її засновник – Айвен Едвард Сазерленд вперше створив спеціалізований пакет машинної графіки. Впродовж 10 наступних років подання інформаційних даних на екрані комп'ютера у вигляді графіки згодом стало використовуватися в наукових і військових дослідженнях у Масачусетському технологічному університеті. За півсторіччя комп'ютерна графіка від фрагментарних об'єктів стала найважливішим засобом сучасних ІТ- технологій.

Загальновідомим фактом є те, що людина 75% навколишнього світу сприймається візуально. Причиною такого високого відсотку вважають особливості роботи мозку людини. Найкраще він сприймає ту інформацію, яка потребує найменших когнітивних зусиль. Отже, графічне зображення - це ґрунтовний і змістовий, водночас, доступний вид інформації, який не потребує значних розумових зусиль.

На перших етапах комп'ютерна графіка була пасивною. Користувач не міг керувати формуванням зображення, і програми не надавали

можливості змінити його конструкції. З часом виникли програми, що мали діалогову систему і можливості інтерактивної графіки.

Інтерактивним режимом називають такий режим, при якому користувач може вносити зміни у реальному часі безпосередньо у процесі обробки графічної інформації.

У цілому, інтерактивною комп'ютерна графіка називається за умови наявності в її складі графічної системи технічних і програмних інструментів, які дозволяють формувати динамічно зображення.

Сьогодні всі програми комп'ютерної графіки підтримують інтерактивний режим і надають можливості оперативного втручання у графічне зображення.

Згідно із трактуванням, наданим С. Маценко «комп'ютерна графіка - це галузь знань, яка вивчає та розробляє методи і засоби збереження, синтезу і перетворення цифрових зображень за допомогою ІКТ». У свою чергу, цифрове зображення визначається як модель реального або штучно створеного графічного зображення, що зберігається у вигляді сукупності цифрових кодів у пам'яті комп'ютера [7].

С. Горобець дає таке визначення комп'ютерній графіці: «Наукова дисципліна, що розробляє технології створення, обробки та візуалізації графічної інформації засобами обчислювальної техніки і охоплює всі види і форми представлення зображень, які сприймає людина на екрані монітора або зовнішньому носії». Комп'ютерна обробка дозволяє за допомогою таких пристроїв як сканер, цифровий фотоапарат зберігати, тиражувати, компонувати цифрові зображення [2].

Найменшою одиницею комп'ютерної графіки є графічний об'єкт – певний малюнок, отриманий за допомогою комп'ютера. Сукупність графічних об'єктів носить назву зображення. Основними задачами комп'ютерної графіки є:

- візуалізація інформації (створення тривимірних зображень різних об'єктів і сцен) на екрані монітору;
- виконання різних дій із зображеннями;
- зберігання, архівування та передавання графічної інформації.

Сьогодні комп'ютерна графіка застосовується в усіх галузях людської

діяльності. Це і інженерна графіка (системи автоматизації проектування та конструювання), інформаційні системи (зокрема, геоінформаційні системи для роботи з картографічними БД із географічною інформацією), системи ілюстративної та ділової графіки (дозволяє використовувати комп'ютер як інструмент для художника) тощо.

Незважаючи на величезну кількість сфер застосування, за способом створення зображень комп'ютерна графіка поділяється на 3 види: растрова; векторна; фрактальна; тривимірна.

Растрова графіка – це графіка, спрямована на створення, обробку і зберігання растрових зображень. Растрове зображення формується з масиву кольорових точок, які називаються пікселями. Для обробки растрових зображень застосовується растрові графічні редактори. Характеристиками растрового зображення виступають: кількість пікселів на один дюйм; роздільна здатність (рекомендований розмір зображення); формат колірного простору.

Векторна графіка – це графіка, створена за допомогою геометричних примітивів (векторів), які можна описати математично. Такі зображення можуть без втрат якості масштабуватися, повертатися, деформуватися, оскільки описуються математичними лініями.

Перевагами векторної графіки вважається їх значно менший обсяг, порівняно з аналогічними растровими зображеннями. У векторній графіці легше відредагувати окремі об'єкти, не пошкоджуючи решту зображення. У векторній графіці є і недоліки: по-перше “штучність” зображення. Малюнок, створений з математичних ліній і векторів не може мати вигляд природнього зображення. Неприродність малюнку – причина того, що векторну графіку використовують, для побудови креслень, ескізів, планів, інженерних конструкцій.

Характеристики векторного зображення – лінія, відрізок, коло, еліпс. Вони можуть мати такі атрибути як колір, товщину лінії, скруглені кути, їх розміри і кути нахилу. Формат векторного зображення – AI (Adobe Illustrator), CDR (CorelDraw), SVG (зберігає також і анімацію), WMF.

Тривимірна графіка – графіка, яка вивчає методи побудови об'ємних моделей об'єктів у віртуальному просторі. Об'єкт такої графіки - це набір поверхонь, а найменша одиниця поверхонь має назву полігон.

Характеристики полігону, його координати – це вектор (x, y, z) , призначений для створення візуальних ефектів. Він обробляється спільно з матрицями масштабування, повороту і зсуву.

Фрактальна графіка також базується на математичних обчисленнях. В ній, на відміну від векторної графіки, зображення будується за допомогою фрагментів, «фракталів», записаних на основі спеціальних математичних формул. Основна властивість фракталів – самовідтворення. Самовідтворення - це здатність відтворювати за будь-яким фрагментом фракталу всю його глобальну структуру. Фрактальні зображення дозволяють імітувати природні та космічні ландшафти, тривимірні об'єкти, фільми, пейзажі.

Сприяло швидкому розвитку і поширенню комп'ютерної графіки стрімке прогресивне зростання функціональних можливостей комп'ютерної техніки та удосконалення відповідного програмного забезпечення. Забезпечують комп'ютерну графіку засоби введення і виведення графічної інформації, обчислювальні засоби, засоби зберігання графічної інформації тощо.

Сьогодні їх існує величезна кількість, всі вони відрізняються одна від одної сферою застосування, мовами програмування, режимами роботи. До того ж програми обробки графіки можна розділити на дві групи: растрові та векторні і 3D.

Таким чином, комп'ютерна графіка – це прогресивна складова цифрових технологій. Її розвиток набув і продовжує набувати надзвичайного поширення через зручність наочність та ефективність сприйняття людським мозком. Комп'ютерна графіка - це процес створення графічних зображень за допомогою графічних програм, які сьогодні працюють в інтерактивному режимі. Комп'ютерна графіка використовується майже в усіх галузях людської діяльності, а забезпечують її засоби введення і виведення графічної інформації, обчислювальні засоби, засоби зберігання графічної інформації.

Список використаних джерел та літератури

1. Бабенко Л.В. Комп'ютерна графіка [навчальний посібник для студентів вищих педагогічних навчальних закладів. Кіровоград : РВВ КДПУ ім. В. Винниченка, 2010. 250 с.

2. Горобець С. М. Основи комп'ютерної графіки: Навч. пос. / С. М. Горобець. – Житомир: Вид-во ЖДУ ім. Івана Франка, 2014. – 168 с.
3. Інженерна та комп'ютерна графіка /За ред. В. Є. Михайленка – К.: Вища школа, 2001. – 350 с.
4. Куленко М. Основи графічного дизайну / М.Куленко. - К. : Кондор, 2006. - 489 с.
5. Мироненко В.В. Компетентність в комп'ютерній графіці. *Системи обробки інформації*. Випуск 9 (146). 2016. С.213-216
6. Співак С.М. Теоретичні основи комп'ютерної графіки та дизайну: Навчальний посібник / Теоретичні основи комп'ютерної графіки та дизайну: Навчальний посібник. Київський університет імені Бориса Грінченка. - К.:2013
7. Устин В.Б. Композиція в дизайні. Методичні основи композиційно-художнього формоутворення в дизайнерській творчості: [навч. посібник] М.: АСТ: Астрель, 2006. 239 с.
8. Челомбітько В. Ф. Концептуальні моменти створення орнаментів: від графіки до комп'ютерних технологій// *Технічна естетика і дизайн*. 2012. Вип. 11. - С. 199-203.

Лашевич Андрій

здобувач освіти 3 курсу освітньо-професійна програма:

«Професійна освіта (Цифрові технології)»,

Сікора Ярослава

кандидат педагогічних наук, доцент, доцент кафедри комп'ютерних наук та інформаційних технологій

Житомирський державний університет імені Івана Франка

ОСОБЛИВОСТІ ВИКЛАДАННЯ КОМП'ЮТЕРНОЇ ГРАФІКИ В ЗАКЛАДАХ ПРОФЕСІЙНОЇ ОСВІТИ

Комп'ютерна графіка стала невід'ємною складовою сучасного суспільства. Вона знаходить застосування в багатьох сферах, таких як дизайн, реклама, кіно, ігрова індустрія, медицина та наука. Відповідно, знання та вміння у цій галузі стають все більш важливими на ринку праці. Викладання комп'ютерної графіки в професійних (професійно-технічних) навчальних закладах є значущим завданням, яке вимагає застосування

сучасних та ефективних методик. Традиційні методи, включаючи лекції та практичні заняття, залишаються актуальними, проте вони не завжди забезпечують студентів усіма необхідними знаннями та навичками.

Дослідження в цій галузі допоможуть удосконалити процес викладання комп'ютерної графіки та підготувати студентів до успішної кар'єри в цій динамічній та перспективній галузі.

Мета статті - дослідити особливості викладання комп'ютерної графіки в закладах професійної (професійно-технічної) та фахової передвищої освіти та проаналізувати різні підходи, які можуть покращити засвоєння цього предмету студентами.

Виклад основного матеріалу. Зростання популярності комп'ютерної графіки спричинило підвищений попит на фахівців у цій сфері. Ринок праці шукає осіб, які володіють знаннями та навичками в області комп'ютерної графіки. Комп'ютерна графіка стала невід'ємною частиною сучасного світу. Її використовують у багатьох галузях, таких як:

- дизайн: вебдизайн, графічний дизайн, дизайн інтер'єру, промисловий дизайн;
- реклама: телевізійна реклама, онлайн-реклама, друкована реклама;
- кіноіндустрія: візуальні ефекти, анімація, 3D-моделювання;
- ігри: розробка комп'ютерних ігор, розробка мобільних ігор;
- медицина: візуалізація медичних даних, комп'ютерна хірургія;
- наука: візуалізація наукових даних, комп'ютерне моделювання.

Традиційні методи викладання комп'ютерної графіки, такі як лекції та практичні заняття, залишаються важливими, але часто не забезпечують студентам повного обсягу необхідних знань та навичок.

Програми для обробки графіки можна класифікувати за типом графіки, яку вони обробляють, на растрові, векторні та 3D. Аналіз програм, що використовуються для підготовки бакалаврів, підтверджує актуальність усіх цих типів. Програми для обробки растрових зображень призначені для професійної обробки готових растрових малюнків з метою покращення їх якості. Однією з найвідоміших є Adobe Photoshop - потужний редактор, який використовується дизайнерами, художниками та іншими фахівцями, що працюють із реалістичними зображеннями.

Для ефективного засвоєння комп'ютерної графіки потрібні спеціально розроблені методи навчання, які поєднують теоретичні основи з практичними навичками.

Основу будь-якого навчання становить теорія. Лекційні заняття в закладах професійної (професійно-технічної) освіти спрямовані на надання студентам базових знань про комп'ютерну графіку, її історію, принципи та основні поняття. Викладачі використовують мультимедійні презентації, відеоматеріали та інтерактивні засоби навчання, щоб зробити лекції більш цікавими та доступними для розуміння. Важливою частиною є пояснення термінології, основних принципів роботи з різними графічними форматами та інструментами.

Практичні заняття відіграють вирішальну роль у навчанні комп'ютерної графіки, оскільки вони дозволяють студентам закріпити теоретичні знання на практиці. Під час лабораторних робіт студенти працюють з різними програмними засобами, такими як Adobe Photoshop, CorelDRAW, Illustrator та інші. Виконуючи завдання поетапно, вони опановують конкретні інструменти та техніки. Викладачі надають детальні методичні інструкції та проводять індивідуальні консультації, щоб допомогти студентам у навчанні.

Одним із найефективніших методів навчання є проектно-орієнтоване навчання. Студенти працюють над реальними проектами, що вимагають застосування різних навичок і знань. Це можуть бути завдання зі створення логотипу, розробки веб-дизайну, створення анімаційного ролика або 3D-моделювання. Проектна діяльність стимулює творчий підхід, розвиває вміння працювати в команді та готує студентів до реальних професійних викликів.

Інтерактивні методи навчання та гейміфікація – це сучасні підходи, які роблять процес навчання більш захоплюючим. Застосування ігор, конкурсів, змагань та інтерактивних завдань спонукає студентів до активної участі та підвищує їхню мотивацію. Наприклад, організація конкурсів на найкращий дизайн графічних проектів сприяє активному залученню студентів та розвитку їхніх професійних навичок.

У педагогіці та дидактиці методи розділяються на вербальні, наочні та практичні, в залежності від джерела передачі та сприймання навчального матеріалу. Вивчення графічних зображень потребує особливого підходу.

Наприклад, математичні та алгоритмічні аспекти побудови зображень, а також різноманітні види графіки та програмні засоби можна пояснювати вербально.

Проведення лабораторних робіт також потребує уважного та диференційованого підходу з боку викладача. Перші роботи мають містити докладні інструкції, де студенти опановують навички роботи з програмним засобом. Оскільки робота з графічними зображеннями вимагає опанування кожного інструменту програмного засобу, на початкових етапах навчання студентам рекомендується проводити пошукову діяльність для вивчення конкретного інструменту.

Використання цих методів може допомогти викладачам комп'ютерної графіки зробити процес навчання більш цікавим, ефективним та відповідним потребам сучасного ринку праці. Інтерактивні методи, лабораторні роботи та гейміфікація сприяють залученню студентів та стимулюють їхню активність і мотивацію. Розширення навичок та знань у галузі комп'ютерної графіки підготовлює студентів до викликів, що постають на сучасному ринку праці, де високий рівень професійних навичок є важливим критерієм успіху.

Згідно з дослідженням, проведеним Київським освітнім центром "Простір толерантності" та іншими вченими, ефективність засвоєння матеріалу справді залежить від методів його передачі та активності студента чи учня у процесі навчання.

Наприклад: лекції - 5% засвоєння; читання - 10% засвоєння; відео/аудіо матеріали - 20% засвоєння; демонстрація - 30% засвоєння; дискусійні групи - 50% засвоєння; практика через дію - 75% засвоєння; навчання інших / застосування отриманих знань відразу ж - 90% засвоєння.

Висновки та перспективи подальших досліджень. У сучасному світі викладання комп'ютерної графіки вимагає використання різноманітних методик, що враховують індивідуальні потреби та особливості кожного студента. Важливо створювати захоплюючі уроки, де студенти можуть самостійно експериментувати та розвивати свою творчість. Інтерактивні методи навчання, такі як відеоуроки, інтерактивні вправи та вебінари, дозволяють студентам отримувати доступ до матеріалів у будь-який зручний для них час і вивчати матеріал у власному темпі. Надання студентам можливості здобувати практичні навички через

виконання реальних проектів та завдань допомагає їм застосовувати теоретичні знання на практиці та розвивати свої професійні навички. Крім того, підтримка студентів у їхньому навчанні, надання доступу до додаткових ресурсів та підтримка з боку викладачів, така як індивідуальні консультації та менторська підтримка, є важливими елементами успішного навчання. Отже, актуальні методики викладання комп'ютерної графіки в закладах професійної освіти полягають у використанні інтерактивних та практичних підходів, підтримці студентів у їхньому навчанні та стимулюванні їхньої творчої активності. Завдяки цим методикам, студенти отримують не лише необхідні знання та навички, але й розвивають свої професійні та творчі здібності.

Список використаних джерел та літератури

1. Бабенко Л.В. Комп'ютерна графіка: навчальний посібник для студентів вищих педагогічних навчальних закладів. Кіровоград : РВВ КДПУ ім. В. Винниченка, 2010. 250 с.
2. Дементієвська Н.П., Морзе Н.В. Комп'ютерні технології для розвитку учнів та вчителів // Інформаційні технології і засоби навчання: Зб. наук. праць / За ред. В.Ю.Бикова, Ю.О.Жука. К.: Атака, 2005. С. 76 - 95.
3. Інженерна графіка (ЕТ) URL: <http://www.dl.sumdu.edu.ua/textbooks/13743/>
4. Калита Н. Організаційні форми навчання: історія та сучасність. Актуальні питання гуманітарних наук. 2014. Вип. 10. С. 229-234

*Лукянчук Катерина,
здобувачка 2 курсу освітньо-професійної програми «Професійна освіта
(цифрові технології)»,
Лисюк Людмила
асистент кафедри комп'ютерних наук та інформаційних технологій
Житомирський державний університет імені Івана Франка*

КЛАСИФІКАЦІЯ ТА ХАРАКТЕРИСТИКИ РІЗНИХ ВИДІВ МУЛЬТИМЕДІЙНИХ ЗАСОБІВ

У сучасному світі мультимедійні засоби відіграють все більш важливу роль у різних сферах життя, наприклад, таких як освіта. Розуміння класифікації та характеристик різних видів мультимедійних засобів є важливим для їх ефективного використання. Існує багато різних видів мультимедійних засобів, і вони можуть мати різні характеристики. Це може призвести до складнощів у виборі правильного типу мультимедіа для конкретної мети.

Актуальність. Мультимедійні засоби стають все більш поширеними в освіті і їх використання у викладанні комп'ютерних дисциплін не є винятком. Використання мультимедіа може значно удосконалити процес навчання, зробивши його цікавішим та доступнішим для студентів. Це може позитивно позначитися на розумінні матеріалу та мотивації до навчання. Мультимедійні засоби грають ключову роль у навчальних процесах з комп'ютерних дисциплін. Використання цих інструментів сприяє створенню сприятливої та захоплюючої атмосфери для навчання, що допомагає студентам краще засвоювати матеріал.

Мета: дослідження теоретичних основ використання мультимедійних засобів у викладанні комп'ютерних дисциплін, а також аналіз їх практичного застосування на прикладі конкретних засобів.

Виклад основного матеріалу. Мультимедійні засоби можна класифікувати за різними критеріями, наприклад, за форматом представлення інформації, за способом використання та за дидактичною функцією та ін.:

- Тип даних: Текст, зображення, аудіо, відео, інтерактивні елементи.

- Спосіб подання: Статичні, динамічні, інтерактивні.
- Платформа: Веб, мобільні пристрої, настільні комп'ютери.
- Призначення: Освітні, розважальні, комерційні, інформаційні.

За форматом представлення інформації:

- Лінійні: Інформація подається послідовно, від одного елемента до іншого (текст, аудіо).
- Нелінійні: Інформація подається у вільній формі, користувач може обирати, в якому порядку її вивчати (веб-сайти, інтерактивні енциклопедії).
- Ієрархічні: Інформація подається у вигляді ієрархії, де кожен елемент має підпорядковані йому елементи (схеми, дерева).
- Мережеві: Інформація подається у вигляді мережі зв'язків між елементами (концептуальні карти, діаграми).
- Візуальні: зображення, фотографії, малюнки, схеми, діаграми, карти тощо.
- Аудитивні: аудіозаписи, музика, мовні повідомлення тощо.
- Візуально-аудитивні: відеофільми, навчальні відео, презентації тощо.
- Інтерактивні: комп'ютерні програми, навчальні симулятори, тести тощо.
- Інші: Існують й інші формати, наприклад, комбіновані (текст з відео), віртуальні середовища, 3D-моделі.

За способом використання:

- Інформаційні: призначені для ознайомлення студентів з новою інформацією. Використовуються для надання інформації (презентації, веб-сайти).
- Навчальні: призначені для формування знань, умінь та навичок. Використовуються для навчання та розвитку навичок (симулятори, навчальні ігри).
- Контролюючі: призначені для перевірки знань, умінь та навичок студентів (тести).
- Ілюстративні: використовуються для доповнення тексту та пояснення складних понять (зображення, відео).
- Розважальні: використовуються для розваги (фільми, музика, ігри).

- Інші: Існують й інші способи використання, наприклад, дослідницькі, комунікативні, управлінські.
За дидактичною функцією:
- Ілюстративні: доповнюють і пояснюють текстовий матеріал.
- Демонстраційні: показують процеси, явища та об'єкти, які неможливо продемонструвати реальним способом.
- Навчальні: використовуються для формування знань, умінь та навичок.
- Контролюючі: використовуються для перевірки знань, умінь та навичок студентів (тести, заліки).
- Вступні: використовуються для ознайомлення з новою темою (презентації, лекції).
- Пояснювальні: використовуються для пояснення складних понять (ілюстрації, відео).
- Закріплюючі: використовуються для закріплення вивченого матеріалу (тести, вправи).
- Узагальнюючі: використовуються для підведення підсумків та систематизації знань (схеми, таблиці).

Однією з ключових переваг використання мультимедійних інструментів у викладанні предметів інформатики є їх здатність задовольняти різні стилі навчання. «Візуальні» учні, наприклад, можуть отримати користь від інтерактивного моделювання та анімації, які допомагають їм візуалізувати абстрактні поняття. З іншого боку, слухачі, які навчаються на слух, можуть віддати перевагу аудіо-поясненням або подкастам, щоб зміцнити своє розуміння. Використовуючи різноманітні медіа-формати, викладачі можуть створити більш інклюзивне навчальне середовище, яке відповідає різноманітним навчальним уподобанням.

Характеристики різних видів мультимедійних засобів (переваги та недоліки):

- **Текст:**

***Переваги:** Легко створювати та редагувати, доступний для пошукових систем.*

***Недоліки:** Може бути монотонним, не завжди візуально привабливим.*

- **Зображення:**

Переваги: Візуально привабливі, можуть передавати емоції та ідеї.

Недоліки: Можуть бути великими за розміром, потребують спеціального програмного забезпечення для редагування.

- **Аудіо:**

Переваги: Може передавати емоції та атмосферу, може використовуватися для створення інтерактивних елементів.

Недоліки: Може бути дорогим у виробництві, може не бути доступним для людей з вадами слуху.

- **Відео:**

Переваги: Найбільш динамічний і захоплюючий тип мультимедіа, може використовуватися для передачі складних ідей.

Недоліки: Може бути дорогим у виробництві, може потребувати великої пропускної здатності.

- **Інтерактивні елементи:**

Переваги: Можуть дозволити користувачам взаємодіяти з контентом, можуть зробити навчання більш цікавим.

Недоліки: Можуть бути складними у створенні, можуть потребувати спеціального програмного забезпечення.

Мультимедійні засоби можна використовувати для:

- **Покращення навчання:** Мультимедійні засоби можуть зробити навчання більш цікавим та захоплюючим, а також допомогти учням краще засвоїти інформацію.
- **Підвищення ефективності комунікації:** Мультимедійні засоби можуть допомогти зробити повідомлення більш чіткими, лаконічними та переконливими.
- **Збільшення продажів:** Мультимедійні засоби можуть використовуватися для реклами продуктів та послуг, а також для стимулювання продажів.
- **Надання інформації:** Мультимедійні засоби можна використовувати для надання інформації про продукти, послуги, події та інші теми.

Отже, мультимедійні засоби - це потужний інструмент, який можна використовувати для різних цілей. Використовуючи можливості мультимедіа, викладачі можуть створювати привабливі, інтерактивні та

ефективні навчальні програми, які сприяють глибшому розумінню складних концепцій і активному навчанню.

Список використаних джерел та літератури

1. Вікіпедія. URL: <https://en.wikipedia.org/wiki/Multimedia>
2. Авраменко О. М., Авраменко О. О., Іванова О. В. Використання інтерактивних мультимедійних засобів у навчанні інформатики. Інформаційні технології та математичне моделювання, 2022. 120 с
3. Шевченко І. М., Ткаченко О. В. Мультимедійні засоби як фактор підвищення ефективності навчання інформатики. Інформатика та освіта. 2020. № 23. С. 17-24.
4. Гордієнко О. М., Запорожець О. В. Використання мультимедійних засобів у викладанні дисципліни "Комп'ютерні мережі". Вісник Національного університету "Житомирський політехнічний інститут". Серія: Інформатика та кібернетика. 2019. № 4. С. 112-117.
5. Бондар В. М., Шпак І. М. Застосування мультимедійних технологій у навчанні інформатики. Вісник Національного технічного університету "Харківський політехнічний інститут". Серія: Інформатика. 2020. № 3. С. 102-108.

Мисюк Олександра

*здобувачка третього (освітньо-наукового) рівня вищої освіти
кафедри професійно-педагогічної, спеціальної освіти, андрагогіки та
управління*

*Науковий керівник: Постова Світлана, кандидат педагогічних
наук, доцент, доцент кафедри комп'ютерних наук та інформаційних
технологій, Житомирський державний університет імені Івана Франка*

ТЕОРЕТИЧНІ ЗАСАДИ РЕАЛІЗАЦІЇ STEM- ОСВІТИ У ЗАКЛАДАХ ФАХОВОЇ ПЕРЕДВИЩОЇ ОСВІТИ

Ситуація в освітній сфері Україні останні десятиліття переживає ряд суттєвих трансформацій. Одним із них є виокремлення в освітній ланці фахової передвищої освіти як окремої ланки. Одним із напрямів розвитку фахової передвищої освіти є переорієнтування освітнього процесу з традиційного знаннєвого підходу на студентоорієнтоване навчання, де на

перший план виходять освітні потреби студента та необхідні соціальні навички [2].

Основним із основних завдань фахової передвищої освіти є органічне поєднання теоретичної та практичної підготовки, науково-дослідної і інноваційної діяльності в освітньому процесі, а також створення умов, необхідних для реалізації здібностей і талантів учасників освітнього процесу тощо [1].

Водночас світ сьогодні сильно потребує фахівців, які уміють працювати на межі різних дисциплін, розв'язувати складні задачі, ефективно працювати в команді, мають навички критичного мислення тощо. Тому напрям освіти, який сприяє розвитку інтелектуальних здібностей і залученню дітей до науково-технічної творчості (STEM) є затребуваним у всьому світі.

STEM-освіта поєднує в собі міждисциплінарний та проектний підходи, що засновані на інтеграції природничих наук з технологіями, інженерією, творчістю та математикою, що демонструється через практичну діяльність.

Пріоритетними напрямками реалізації STEM-освіти є: проведення просвітницько-профорієнтаційної роботи з метою ознайомлення зі STEM-професіями; організація та проведення освітніх заходів, спрямованих на популяризацію STEM-навчання (конкурси, хакатони, змагання, STEM-фестивалі, наукові пікніки, STEM-екскурсії тощо); поширення досвіду та здобутків науковців світу шляхом вивчення публікацій, презентацій під час освітніх заходів тощо [3].

Проектна діяльність є одним з найперспективніших елементів освітнього процесу в контексті STEM-освіти. Вона створює умови для творчого саморозвитку та самореалізації здобувачів, формує всі необхідні для життя полікультурні, мовні, інформаційні, політичні та соціальні компетентності: здатність активно шукати та систематизувати знання, орієнтуватися в інформаційному просторі, бачити проблеми наскрізь та приймати рішення [4].

Під час організації проектної діяльності зі здобувачами доцільно дотримуватись таких принципів: дослідницька діяльність здобувачів є наближеною до науково-дослідницької діяльності, є її початком і найчастіше має продовження в подальшій науковій діяльності; зміст

дослідження обов'язково повинен поєднуватися з навчальною метою, загальними потребами суспільства. Також варто пам'ятати, що справжнє наукове дослідження є неперервним процесом, тому його не можна виконати за кілька днів або тижнів. Обов'язковою умовою проведення наукового дослідження є керівництво викладача, який навчає методиці проведення дослідження, консультує та скеровує роботу здобувача в процесі виконання проекту, розв'язання поставлених проблем та завдань.

Таким чином, впровадження STEM-проектів у закладах освіти має серйозний вплив на майбутню профорієнтацію. Перспектива розвитку STEM-освіти сприяє підвищенню ефективності системи освіти та інтеграції української системи освіти у світовий та європейський освітні простори.

Список використаних джерел та літератури

1. Закон України «Про фахову передвищу освіту», 2019. [online] (Останнє оновлення 20 березня 2020). Доступно: <<https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/2745-19#Text>>
2. Курок Р. Тенденції розвитку фахової передвищої освіти в сучасних умовах. Професійна педагогіка/1(22)'2021. С. 41-48
3. Карюк Н.В. Впровадження елементів stem-технологій в освітній простір закладу загальної середньої освіти. STEM-освіта: науково-теоретичні аспекти, досвід впровадження, перспективи розвитку: матеріали всеукраїнської науково-практичної конференції (21 квітня 2021 р., м. Луцьк) / укладачі: Н. А. Поліщук, В. В. Камінська. Луцьк: Волинський ІШПО, 2021. С. 121-127.
4. Патрикєєва О. О., Горбенко С. Л., Лозова О. В. STEM-проект як складова професійної орієнтації учнівської молоді. Наукові записки Малої Академії наук України, 3 (19), 2020. С. 3-9.

Мороз Андрій

*здобувач 2 курсу освітньо-професійної програми
«Професійна освіта (Цифрові технології)»,*

Щехорський Анатолій,

*кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри
комп'ютерних наук та інформаційних технологій
Житомирський державний університет імені Івана Франка*

АНАЛІЗ КОМП'ЮТЕРНИХ ТЕХНОЛОГІЙ СТВОРЕННЯ МУЗИКИ

Ситуація в Україні та світі наприкінці ХХ – початку ХХІ ст. ознаменувалася стрімким збільшенням різноманіття інформаційно-технічних засобів, одними із яких є комп'ютери. За різними даними [1, 3, 7], комп'ютер – це технічний пристрій, за допомогою якого люди можуть виконувати операції різної складності за відносно короткий проміжок часу.

Музика як один із видів мистецтва, допомагає людям виразити власні емоції та почуття за допомогою звуків, тональності та ритму. Комп'ютерна музика має двозначне тлумачення: з одного боку – вона є творчим результатом досягнутим за допомогою комп'ютерів, з іншого – це використання комп'ютерних засобів для створення музики через сукупність певних алгоритмів [6]. Результатом спільного застосування музики та комп'ютерів є музично-комп'ютерні технології як інноваційний різновид мистецтва цифрової епохи [2].

Аналіз актуальних досліджень. Відповідно до літературних даних, вперше комп'ютерні технології стали використовуватися у музичній сфері починаючи з кінця ХХ ст. Перша комп'ютерна музика була створена із використанням електронних компонентів, у яких коливальні схеми генерували різні хвилі. Зміна останніх у свою чергу створювала різний музичний тембр. Зокрема, винахідником Т. Кахіллом було створено клавішний інструмент, який генерував звуки за допомогою коливань електричного струму [6, 7].

На початкових етапах комп'ютерного прогресу ІТ-спеціалісти створювали програми виключно для вирішення технічних задач та моделювання творчих продуктів (ігрові вправи, синтез музичних творів, аналіз текстів і мови, автоматичний переклад). Це сприяло появі «штучного

інтелекту» як одного із творчих напрямків у створенні музики. У цьому контексті комп'ютерні технології мали прикладне значення, яке полягало у їх експериментальній та контролюючій функції. Активний розвиток «штучного інтелекту» розпочався у другій половині ХХ ст. та не втратив своєї актуальності і до теперішнього часу [7].

Мета статті – проаналізувати комп'ютерні технології створення музики, їх сфери та переваги використання.

Виклад основного матеріалу. Протягом останніх десятиріч комп'ютерні технології набули особливого значення та стали обов'язковим атрибутом фахівців різних сфер професійної діяльності, оскільки дозволяють фіксувати та зберігати великі масиви інформації. Не винятком тому є і музична сфера, адже динамічний розвиток комп'ютерної галузі відкрив нові можливості для роботи музичного устаткування [4, 5].

Сучасні комп'ютерні технології створення музики володіють надзвичайно широким спектром використання, а їх програмні можливості дозволяють застосовувати їх у різних сферах музичної практичної діяльності (Рис. 1) [7].

На сучасному етапі розвитку комп'ютерні технології надають музичним фахівцям необхідні програмні засоби: комп'ютери широко використовуються у роботі акустичних електронних систем, для створення музичних програм, у тому числі навчального типу, а також у роботі «штучного інтелекту» під час аналізу музичних творів [1, 4, 7].

Протягом останніх років розвиток комп'ютерної музики супроводжувався переважно удосконаленням мультимедіа. Поєднання можливостей цифрової аудіотехніки персонального комп'ютера та MIDI-технологій допомогло створити ефективну систему для виробництва комп'ютерної музики [4].

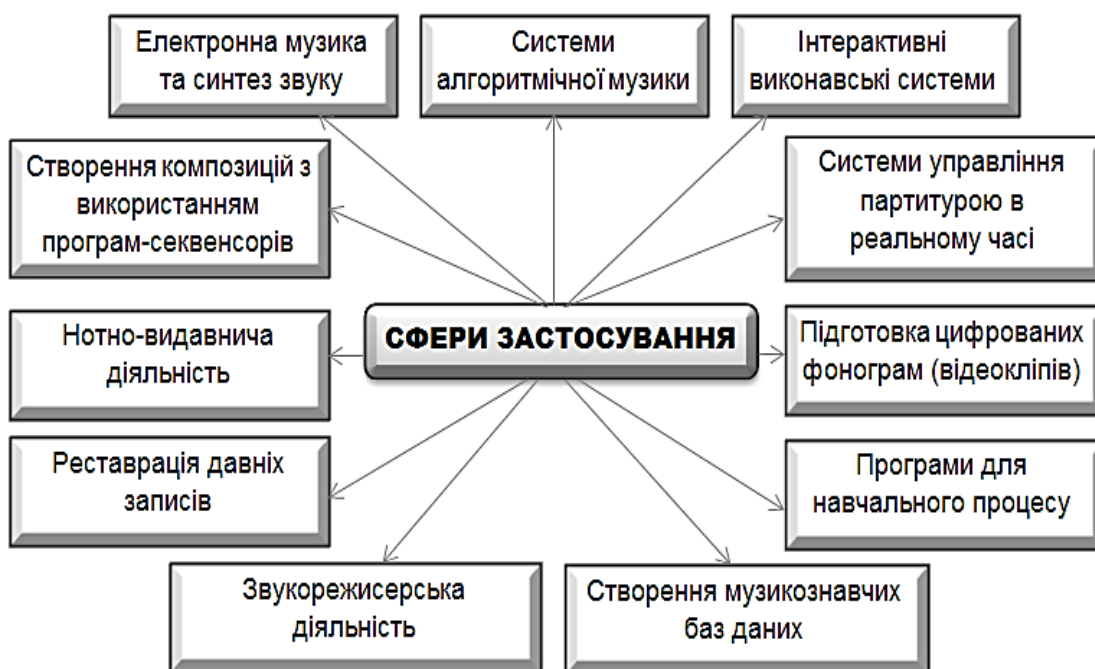


Рис. 1. Музичні сфери застосування комп'ютерних технологій

Сучасний розвиток комп'ютерної техніки створення музики дозволяє використовувати комп'ютер з метою зберігання, корегування, надання додаткових ефектів, а також комбінування різноманітних музичних творів. За даними літературних джерел, існують такі комп'ютерні технології створення музики (Рис. 2) [2, 4, 5].

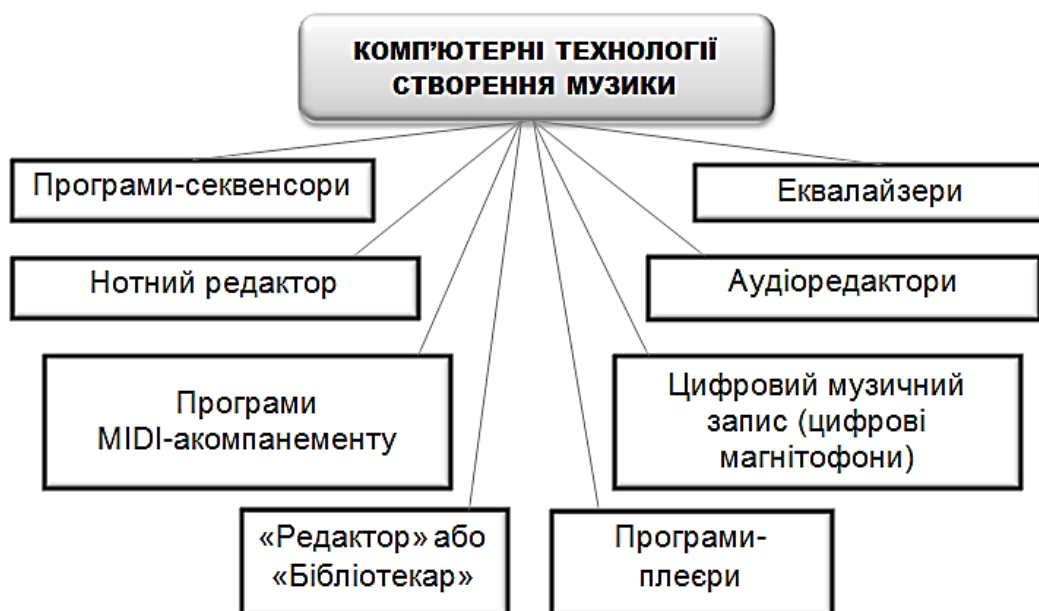


Рис. 2. Комп'ютерні технології створення музики [2, 5]

Одними із сучасних та широко використовуваних комп'ютерних технологій створення музики є аудіоредактори, які призначені для запису та редагування музичного твору (копіювання, вирізання, вставка, заглушка окремих фрагментів, інвертація) задля його оптимального звучання. Вдосконалені програми можуть виконувати складніші завдання, пов'язані зі спектральною та тимчасово-динамічною обробкою сигналу звуку [2, 3, 5, 7].

Звуковим редактором, який володіє різними функціональними можливостями є Sound Forge, який використовують для запису якісного звукового сигналу, його візуального відображення, редагування, видалення шумів, відновлення старих записів, архівування, конвертування файлів, перетворення інформації на популярні веб-формати [2, 6].

Іншими популярними комп'ютерними технологіями створення музики є програми-секвенсори – пристрої для створення та відтворення даних для електронного музичного інструменту у форматі MIDI. Функціональне призначення секвенсорів полягає у налаштуванні тембру, динамічності та інших параметрів звучання музики. Їх використання у сфері створення музики відкриває широкі можливості для творчості музикантів та викладачів музичних освітніх компонент [3, 6].

Зокрема, програми-секвенсори Nuendo або Cubase володіють додатковими можливостями – демонстрація звучання музичного твору з додатковими ефектами, створення та зміна нотного тексту, аранжування мелодії шляхом поєднання секвенсора з графічним редактором. Окрім того, Cubase дозволяє перемішувати треки та зберігати їх у форматах wav або mp3. Порівняно із Cubase, Nuendo може використовуватися і для озвучення відео, телевізійних програм, радіо-передач. Вона містить більшу кількість сурраунд-каналів і плагінів [3, 6].

Програми Meta Synth і Turbo Synth (Macintosh) та Generator та Reality (Windows) призначені для створення MIDI-акомпанементу. Відтворення мелодії після аранжування здійснюється через мультимембранну аудіокарту, синтезатор або звуковий модуль. Такі програми, як правило, включають кліше різних стилів музики. Деякі з них дозволяють створити власний стиль, редагувати наявний та накладати додаткові звучання поверх акомпанементу [2, 6, 7].

Програмні можливості віртуальних синтезаторів полягають у імітації роботи звичайних, створенні незвичних шумів, здійсненні переходів з одного звуку на інший [6].

Іншою комп'ютерною технологією яка призначена для створення музики є нотний редактор. Його призначення полягає у введенні, редагуванні та друці нотного тексту. Найпопулярнішою такою програмою є Sibelius, яка може працювати на системі Windows та MacOS. Інший нотний редактор – Finale, можна використовувати для створення ритмічних партій, музикування, упорядкування нотного матеріалу [2, 4].

Одними із сучасних засобів комп'ютерних технологій створення музики є цифрові магнітофони: DAT, багатоканальні магнітофони, хард-диск-рекордери, робочі станції [2, 3]. Проте для їх роботи комп'ютери мають бути оснащені звуковими картами для запису і відтворення звуку.

Еквалайзери – пристрої для корекції спектральних властивостей (тембру) акустичного сигналу. Використовуючи еквалайзери можна проводити монтаж музичної композиції та обробку звукового сигналу на виході [2].

Іншою функціональною перевагою комп'ютерних технологій створення музики є можливість збереження на жорсткому диску програм звуку із внутрішньої пам'яті синтезаторів. Такі програми називаються бібліотеками або редакторами, та дають змогу комбінувати записані дані між собою.

Популярними є і комп'ютерні програми-плеєри, призначені для відтворення на комп'ютері цифрового аудіо або відео. Такими є [2, 4]:

- Winamp – мультимедійний плеєр, який може відтворювати майже усі формати;
- NAD – може виконувати усі основні функції;
- K-Jofol – призначений для перебудови інтерфейсу програм.

Висновки та перспективи подальших досліджень. Комп'ютерні технології створення музики є важливими сучасними засобами, які спрощують роботу та розширюють межі функціональних можливостей фахівців різних сфер музичної діяльності: полегшують процес створення та виконання музичних творів, створюють додаткові ефекти під час програвання, змінюють характер звучання. У подальшому планується

застосування досліджених програмних засобів для створення музичних композицій.

Список використаних джерел та літератури

5. Баженов В.А., Венгерський П.С., Гарвона В.С. Інформатика. Комп'ютерна техніка. Комп'ютерні технології : підручник. Київ : Каравела, 2016. 592 с.
6. Ван Ціхуей. Сучасні музично-комп'ютерні технології: суть, роль та значення в сучасній професійній музичній освіті. *Теорія та методика навчання та виховання*. 2019. № 47. С. 9-16.
7. Варнавська Л.І. Комп'ютерні технології: можливості використання в музичній освіті. *Педагогіка вищої та середньої школи*. 2012. Вип. 36. С. 160-165.
8. Гайденко І. Створення музики за допомогою комп'ютера. *Проблеми взаємодії мистецтва, педагогіки та теорії і практики освіти : зб. наук. праць*. Харків : Каравела, 2001. Вип. 6. С. 37-42.
9. Ткачов А.С., Ван Ціхуей. Характеристика сучасних музично-комп'ютерних технологій. *Інформаційно-комунікаційні технології в освіті*. Вип. 23. Т. 2. 2020. С. 172-175.
10. Сова М.О. Музичні комп'ютерні технології як інструментарій сучасного освітнього процесу. *Науковий часопис НПУ імені М.П. Драгоманова. Серія: Творча особистість учителя: проблеми теорії і практики*. 2012. Вип. 16(26). С. 128-132.
11. Фадеева К.В. Музичні комп'ютерні технології ХХ століття : монографія. Київ. 2006. 399 с.

Немченко Сергій

*доктор педагогічних наук, доцент,
професор кафедри комп'ютерних наук та інформаційних
технологій,*

Поліщук Марина,

*здобувачка 3 курсу освітньо-професійної програми
«Середня освіта (інформатика)»*

Житомирський державний університет імені Івана Франка

ВИКОРИСТАННЯ ЗАСТОСУНКІВ GOOGLE В УПРАВЛІННІ ТА ОРГАНІЗАЦІЇ ОСВІТНЬОГО ПРОЦЕСУ

У сучасній освіті використання цифрових технологій є невід'ємною частиною, особливо в контексті управління та організації освітнього процесу. Застосунки Google стають ключовим інструментом для поліпшення організації освітнього процесу як для здобувачів, так і для учителів. Їх можливості не лише спрощують викладання, але й активізують учнів, розвиваючи їх цифрові навички. У цьому віддзеркалюється практичне використання застосунків Google як засобу покращення якості навчання та створення інноваційного навчального середовища для вивчення усіх шкільних дисциплін, у тому числі й інформатики.

Актуальність даної теми полягає у використанні застосунків Google на різних етапах підготовки учителів до уроків й безпосередньо на уроках інформатики, що вимагає адаптації навчального процесу до потреб та викликів сучасної епохи. Ці інструменти стають не лише ефективними засобами для навчання, а й відповідають вимогам цифрової ери. Вони надають вчителям та учням зручні засоби для спільної роботи, сприяють активному навчанню та розвитку ключових навичок, що надзвичайно важливо в сучасному освітньому середовищі. Такий підхід не тільки покращує якість освіти, але й готує учнів до викликів сучасного цифрового світу.

Мета статті – дослідження та розкриття потенціалу використання застосунків Google в управлінні та організації освітнього процесу на прикладі на уроків інформатики.

Виклад основного матеріалу. В сучасній освіті роль інформаційних технологій (ІТ) стає визначальною, оскільки вони не лише впливає на

методи навчання, але й формують основу для розвитку суспільства в цілому. Відповідно шкільний курс інформатики є ключовим елементом у формуванні компетентностей, необхідних для успішного адаптування до умов інформаційного суспільства.

Актуальність використання Google сервісів у сучасній освіті полягає у необхідності відповідати вимогам сучасного цифрового світу та підготувати учнів до ефективного функціонування в ньому. Ось декілька ключових моментів, які підтверджують актуальність використання інструментів середовища Google.

Сучасні учні виростають у цифровій епосі, тому використання інформаційних технологій у навчанні стає невід'ємною складовою. Вчителі й учні використовують різні інтерактивні та онлайн-інструменти для поліпшення навчального процесу.[2]

Інформатика стає ключовою галуззю знань, оскільки цифрові технології стають все більш важливими у всіх аспектах життя. І важливо поряд з вивченням цієї дисципліни впроваджувати інформаційні технології у освітній процес, щоб учні мали необхідні навички для розвитку в цій галузі.

Навчання цифрової грамотності та етики в Інтернеті стає не менш важливим, оскільки допомагає учням ефективно користуватися технологіями та розуміти їх вплив на суспільство. З початком карантинних обмежень і повномасштабної війни в Україні компанія Google надала широкі безкоштовні можливості для закладів освіти, які у свою чергу вдало ними скористались. Відповідно такі застосунки як Classroom, Calendar, Forms, Drive, Meet вже відомі усім учасникам освітнього процесу, якщо заклад користується Google Workspace.[1]

У даній статті розглянемо Google Keep, Jamboard та Blockly, використання яких в освітньому процесі надає широкі можливості для удосконалення навчального процесу та створення більш захопливого середовища для учнів. Ці інструменти дозволяють ефективно організувати матеріали, сприяють спільній роботі та практичному використанню знань, що стимулює активну участь учнів та підвищує їхню мотивацію до навчання. Ці інструменти полегшують організацію ресурсів та сприяють активному залученню учнів до навчання.[3]

Хоча використання Google сервісів в освіті має численні переваги, воно також стикається з викликами, такими як проблеми з кібербезпекою та нерівномірний доступ до технічних засобів. Також важливо, щоб вчителі та учні мали достатній рівень навичок для ефективного використання цих інструментів.

В цілому, використання Google сервісів у навчальному процесі допомагає створити динамічне та інноваційне середовище, сприяючи розвитку різних навичок учнів. Однак для успішного впровадження цих інструментів необхідно вирішувати проблеми кібербезпеки та забезпечити рівноправний доступ до них для всіх учасників навчального процесу.

Продовжуючи в цьому напрямку було вирішено розробити методичні матеріали з використанням Google середовищ на прикладі уроків з інформатики, що може бути ключовим етапом у покращенні якості навчання. Ці матеріали повинні відповідати державним стандартам, бути інтерактивними, доступними та зручними у використанні, а також спрямовані на розвиток навичок, які важливі у XXI столітті. [4] У результаті проведеного дослідження було розроблено методичні матеріали для проведення уроків з інформатики із залученням зазначених ресурсів з будь-якого місця та у будь-який час. У розроблених матеріалах враховано використання сучасних технологій для створення інтерактивних завдань, стимулювання активної участі учнів у процесі навчання, сприяння колективній роботі над проектами та можливість оперативного оновлення матеріалів згідно з потребами учнів.

Додатково, використання інструментів, таких як Blockly та Jamboard, може допомогти створити цікаві та змістовні завдання для учнів, що сприятиме їхньому розвитку та підвищить мотивацію до навчання.

Важливою метою таких методичних матеріалів є забезпечення доступу до якісних навчальних ресурсів у будь-який час і з будь-якого місця, а також підтримка активної участі учнів у навчальному процесі та сприяння їхньому розвитку як професійних, так і особистісних навичок.

Отже, розробка методичних матеріалів, що базуються на використанні Google сервісів, може стати важливим інструментом для покращення якості освіти та забезпечення успішного навчання учнів у сучасному цифровому світі. Розроблена серія уроків та лабораторних робіт із використанням Google середовища, Blockly та Jamboard призначена для

навчання учнів базовим навичкам програмування, розвитку критичного мислення, комунікаційних навичок, співпраці та творчості. Ці методичні матеріали сприяють ефективному засвоєнню знань та розвитку практичних навичок, зробивши навчання більш цікавим та доступним для учнів.

Висновки та перспективи подальших досліджень.

Використання інструментів Google в управлінні та організації освітнього процесу, у тому числі й на уроках інформатики, відкриває безліч можливостей для покращення навчального процесу та створення захопливого навчального середовища. Ці інструменти не лише допомагають спростити викладання, але й активізують учнів, розвиваючи їх цифрові навички. Вони стають необхідним елементом адаптації навчального процесу до вимог сучасного цифрового світу та підготовки учнів до ефективного функціонування в ньому.

Таким чином, використання Google інструментів у навчальному процесі сприяє створенню динамічного та інноваційного середовища, допомагаючи учням розвивати не лише професійні, а й особистісні навички, необхідні у сучасному світі.

Подальші дослідження можуть спрямовуватися на оцінку конкретних результатів використання застосунків Google у навчанні шкільних предметів, включаючи покращення академічних досягнень учнів та їхню мотивацію до навчання. Варто зазначити, що подальші дослідження мають спиратись на найкращі практики забезпечення кібербезпеки та захисту приватності даних учнів при використанні застосунків Google у освітньому процесі.

Список використаних джерел та літератури

1. Шиненко М. А. Використання хмарних технологій для професійного розвитку вчителів (зарубіжний досвід). Інформаційні технології в освіті. 2019. Вип. 42. С. 206–214.

2. Хміль Н.А. Формування у майбутніх учителів навичок використання хмарного сервісу Google календар у професійній діяльності. Фізикоматематична освіта: науковий журнал. 2017. Вип. 4(14). С. 118–123.

3. Носенко Ю. Г., Попель М. В., Шишкіна М. П. Хмарні сервіси і технології у науковій і педагогічній діяльності: Методичні рекомендації / За ред. М. П. Шишкіної. Київ: ІТЗН НАПН України, 2016. 73 с.

4. Ставицька І.В. Інформаційно-комунікаційні технології в освіті. URL: <http://confesp.fl.kpi.ua/node/1103>

*Огінська Марина,
учениця 11 класу (31 група) ліцею №1 міста Житомира
Науковий керівник: Коломієць Таміла,
доктор філософії,
старший викладач кафедри математичного
аналізу, бізнес-аналізу та статистики
Житомирський державний університет імені Івана Франка*

ДИСКРЕТНИЙ ТА ІНТЕРВАЛЬНИЙ РЯДИ РОЗПОДІЛУ КОМПЛЕКСНОЗНАЧНОЇ ВИБІРКИ. ПОЛІГОН І ГІСТОГРАМА

Статтю присвячено застосуванню основних понять теорії статистики [1–3], зокрема математичної статистики [4–6], для побудови дискретного та інтервального статистичних рядів розподілу вибірки, вибраної з множини комплексних чисел [7]. Наведено графічне зображення комплекснозначної вибірки у вигляді 3D-полігону та 2D-гістограми з використанням мови програмування JavaScript [8].

Основні результати. Розглянемо алгоритми побудови дискретних та інтервальних статистичних рядів розподілу комплекснозначної вибірки (відповідно до запропонованих нижче способів порівняння комплексних чисел) за аналогом алгоритму побудови дискретного ряду розподілу дійснозначної вибірки.

Нехай $\mathbb{N} = \{1, 2, \dots\}$ – множина натуральних чисел, $\mathbb{R} = (-\infty; +\infty)$ – множина дійсних чисел, $\mathbb{C} = \{z = x + yi, x, y \in \mathbb{R}\}$ – множина комплексних чисел.

Алгоритм побудови дискретного статистичного ряду розподілу комплекснозначної вибірки, використовуючи порівняння комплексних чисел за їх модулем:

1. Знайти обсяг сукупності $n \in \mathbb{N}$ – кількість елементів у вибірці (об'єм вибірки).

2. Побудувати варіаційний ряд розподілу – записати значення комплексних варіант $z_j \in \mathbb{C}$ вибірки у порядку зростання, використовуючи алгоритм порівняння комплексних чисел за їх модулем $|z_j| \in \mathbb{R}$.

3. Знайти частоти $n_j \in \mathbb{N}$ зустрічі комплексних варіант $z_j \in \mathbb{C}$ у вибірці відповідно до їх модулів $|z_j| \in \mathbb{R}$.

4. Результати оформити у вигляді таблиці (таблиця 1).

Таблиця 1

Дискретний ряд розподілу за модулем комплексного числа

z_j	z_1	z_2	z_3	...	z_{k-1}	z_k
$ z_j $	$ z_1 $	$ z_2 $	$ z_3 $...	$ z_{k-1} $	$ z_k $
n_j	n_1	n_2	n_3	...	n_{k-1}	n_k

Для дискретного ряду розподілу комплекснозначної вибірки, заданого таблицею 1, виконується умова

$$\sum_{j=1}^k n_j = n. \quad (1)$$

Алгоритм побудови дискретного статистичного ряду розподілу комплекснозначної вибірки, використовуючи порівняння комплексних чисел за їх дійсними та / або уявними частинами:

1. Знайти обсяг сукупності $n \in \mathbb{N}$ – кількість елементів у вибірці (об'єм вибірки).

2. Побудувати варіаційний ряд розподілу – записати значення комплексних варіант $z_j \in \mathbb{C}$ вибірки у порядку зростання, порівнюючи комплексні числа за їх дійсними $\text{Re}(z)$ та / або уявними $\text{Im}(z)$ частинами.

3. Знайти частоти $n_j \in \mathbb{N}$ зустрічі комплексних варіант $z_j \in \mathbb{C}$ у вибірці відповідно до їх дійсних $\text{Re}(z)$ та / або уявних $\text{Im}(z)$ частин.

4. Результати оформити у вигляді таблиці (таблиця 2).

Таблиця 2

Дискретний ряд розподілу за дійсною та / або уявною частинами комплексного числа

z_j	z_1	z_2	z_3	...	z_{k-1}	z_k
-------	-------	-------	-------	-----	-----------	-------

n_j n_1 n_2 n_3 ... n_{k-1} n_k

Для дискретного ряду розподілу комплекснозначної вибірки, заданого таблицею 2, також виконується умова (1).

Алгоритм побудови інтервального статистичного ряду розподілу комплекснозначної вибірки, впорядкованої за модулем комплексного числа:

1. Знайти обсяг сукупності $n \in \mathbb{N}$ – кількість елементів у вибірці (об'єм вибірки).

2. Визначити кількість інтервалів $l \in \mathbb{N}$ за формулою Стерджеса (l округлити до цілого числа):

$$l = 1 + 3,322 \cdot \lg n.$$

3. Знайти мінімальне $z_{min} \in \mathbb{C}$ і максимальне $z_{max} \in \mathbb{C}$ значення вибірки, використовуючи алгоритм порівняння комплексних чисел за їх модулем $|z_j| \in \mathbb{R}$.

4. Визначити ширину одного інтервалу $h \in \mathbb{C}$ за формулою:

$$h = \frac{z_{max} - z_{min}}{l}.$$

5. Знайти межі інтервалів $z_j [z_j; z_{j+1})$, $j = 1, 2, \dots, l$, тобто

$$z_1 = z_{min}, z_2 = z_1 + h, \dots, z_k = z_{k-1} + h, z_{k+1} = z_k + h.$$

6. Записати кількість спостережень в кожному інтервал (частоти n_j , $j = 1, 2, \dots, k$), тобто число комплексних варіант z_j , $j = 1, 2, \dots, k$, які входять до відповідних інтервалів $[z_j; z_{j+1})$, $j = 1, 2, \dots, k$.

7. Результати оформити у вигляді таблиці (таблиця 3).

Таблиця 3

Інтервальний ряд розподілу за модулем комплексного числа

$[z_j; z_{j+1})$	$[z_1; z_2)$	$[z_2; z_3)$	$[z_3; z_4)$...	$[z_{k-1}; z_k)$	$[z_k; z_{k+1}]$
n_j	n_1	n_2	n_3	...	n_{k-1}	n_k

Для інтервального статистичного ряду розподілу, заданого таблицею 3, виконується умова (1).

Алгоритм інтервального статистичного ряду розподілу комплекснозначної вибірки, використовуючи порівняння комплексних чисел за їх дійсними та / або уявними частинами є аналогічним до алгоритму дійснозначної вибірки.

Метод побудови дискретного та інтервального рядів розподілу комплекснозначної вибірки за наведеними вище алгоритмами не є достатньо інформативним, оскільки при аналізі окремо дійсної та уявної частин, а також модуля комплексного числа, втрачається інформація про початкову послідовність комплексних чисел.

Запропонуємо узагальнений алгоритм побудови дискретного та інтервального статистичних рядів розподілу комплекснозначної вибірки, який враховує алгебраїчну форму комплексних чисел, заданих у вибірці.

Алгоритм побудови дискретного та інтервального статистичного ряду розподілу комплекснозначної вибірки, враховуючи алгебраїчну форму комплексних чисел:

1. Знайти обсяг сукупності $n \in \mathbb{N}$ – кількість елементів у вибірці з комплексних чисел (об'єм вибірки).

2. Знайти частоту n_k появи кожного комплексного числа z_k , $k = 1, 2, \dots, n$ у вибірці.

3. Відсортувати масив комплексних чисел за їх модулями, тобто записати у порядку зростання модулів. Всі подальші дії виконуються з відсортованим масивом.

4. Починаючи з першого числа у тривимірній системі координат, побудувати послідовність точок, де $x = \text{Re}(z_k)$, $y = \text{Im}(z_k)$, $z = n_k$, тобто частоті появи відповідного числа z_k .

5. Побудовану послідовність точок з'єднати ламаною лінією та знайти її довжину L . Ця ламана лінія є 3D-полігоном частот дискретного розподілу комплексних чисел.

6. Визначити кількість інтервалів $l \in \mathbb{N}$ за формулою Стерджеса (l округлити до цілого числа):

$$l = 1 + 3,322 \cdot \lg n.$$

7. Знайти довжину інтервалу h , яка дорівнює довжині ламаної лінії L поділеної на кількість інтервалів l , тобто

$$h = \frac{L}{l}.$$

8. Починаючи з першої точки, вздовж ламаної лінії L відкласти довжину інтервалу h . Визначити, скільки комплексних чисел (з урахуванням частоти їх появи) потрапило в перший інтервал $[z_j; z_{j+1})$.

Координати початкової та кінцевої точок цього інтервалу записати в новий масив, на основі якого далі буде побудовано 2D-гістограму, що являє собою плоске зображення розподілу кількості комплексних чисел.

9. Повторювати дії пункту 8 до останньої точки. Остання межа l -го інтервалу входить в цей інтервал і співпадає з найбільшим за модулем комплексним числом у заданій вибірці, тобто $z_l = z_n$.

10. На основі масиву, сформованого в пунктах 8 і 9, побудувати 2D-гістограму: на осі x відкласти модулі комплексних чисел $|z_j| \in \mathbb{R}, j = 1, 2, \dots, l$, що відповідають межах інтервалів; на осі y відкласти кількість комплексних чисел, що потрапили в даний інтервал.

11. Результати оформити у вигляді таблиці (таблиця 4).

Таблиця 4

Статистичний ряд розподілу комплекснозначної вибірки з урахуванням алгебраїчної форми комплексного числа

$[z_j; z_{j+1})$	$[z_1; z_2)$	$[z_2; z_3)$	$[z_3; z_4)$...	$[z_{l-1}; z_l = z_n]$
n_j	n_1	n_2	n_3	...	n_l

Для інтервального ряду розподілу комплекснозначної вибірки, заданого таблицею 4, також виконується умова (1).

Наведемо приклад графічних зображень дискретного та інтервального статистичних рядів розподілу комплекснозначної вибірки.

Приклад. Побудувати 3D-полігон дискретного та 2D-гістограму інтервального статистичних рядів розподілу комплекснозначної вибірки, що задана таблицею 5, використовуючи мову програмування JavaScript.

Таблиця 5

Вибірка з множини комплексних чисел \mathbb{C}

$3 + 4i$	$-4 + i$	$2 + 3i$	$4 + 2i$	$-3 + 4i$
$-4 + 3i$	$1 - 2i$	$5 + 3i$	$1 - 2i$	$1 - 2i$
$3 + 4i$	$2 + 4i$	$4 + 5i$	$4 - 5i$	$2 - 3i$
$1 - 2i$	$5 + 3i$	$1 + 3i$	$-1 + 3i$	$2 - 3i$

Скориставшись мовою програмування JavaScript за посиланням <https://9d6d0825-41d2-47f7-891b-875797e6f902-00-1s2rz3cfthtn4.picard.replit.dev>, одержуємо графіки 3D-полігону та 2D-гістограми відповідних розподілів комплексних чисел (рис. 1, рис. 2).

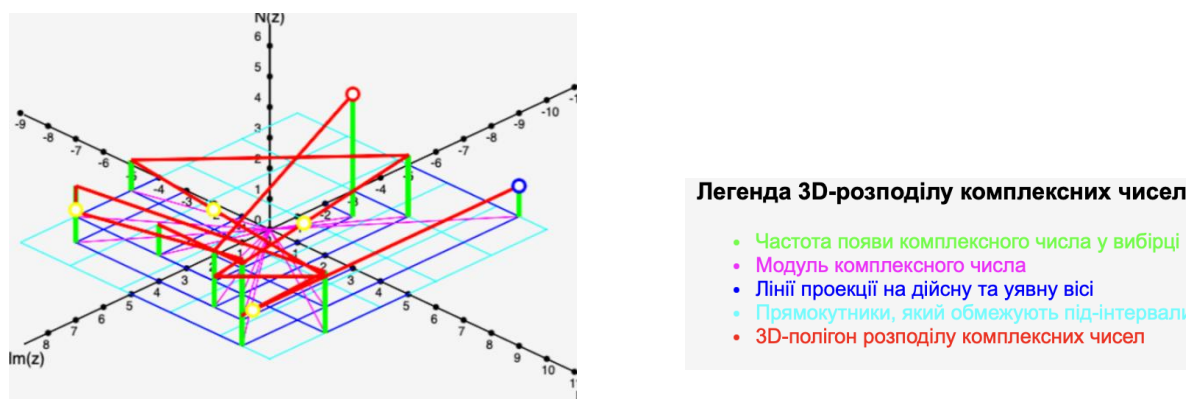


Рис. 1. 3D-полігон розподілу комплексних чисел.

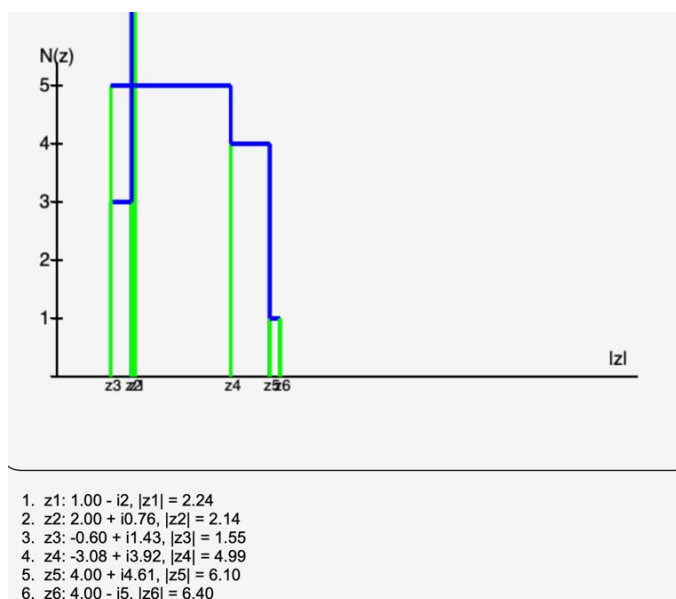


Рис. 2. 2D-гістограма розподілу комплексних чисел.

Висновки. Запропоновано алгоритми побудови дискретного та інтервального статистичних рядів розподілу комплекснозначної вибірки відповідно до способу порівняння комплексних чисел (за модулем комплексного числа, за дійсною та / або уявною частинами комплексних чисел і з урахуванням алгебраїчної форми комплексного числа). Наведено приклад графічного зображення дискретного статистичного ряду розподілу комплекснозначної вибірки у вигляді 3D-полігону частот та інтервального статистичного ряду розподілу комплекснозначної вибірки у вигляді 2D-гістограми частот з використанням мови програмування JavaScript. Такий спосіб побудови є найбільш точним та інформативним, оскільки, враховуючи алгебраїчну форму комплексного числа, охоплює всі комплексні числа, задані у вибірці.

Список використаних джерел та літератури

1. Бідюк П. І., Данилов В. Я., Жиров О. Л. *Прикладна статистика*: навч. посібник. Київ: КПІ ім. І. Сікорського, 2023. 186 с.
2. Ковтун Н. В. *Теорія статистики*: підручник. Кив: Знання, 2012. 400 с.
3. Щурик М. В., Ключенко А. В. *Статистика*: Навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл. усіх рівнів акредит. – 3-тє вид., оновлене і доповнене. Івано-Франківськ: НАІР, 2016. 274 с.
4. Конет І. М., Недокіс В. А. *Практикум з математичної статистики*: навчальний посібник. Кам'янець-Подільський: Абетка-Світ, 2011. 252 с.
5. Огірко О. І., Галайко Н. В. *Теорія ймовірностей та математична статистика*: навчальний посібник. Львів: ЛьвДУВС, 2017. 292 с.
6. Руденко В. М. *Математична статистика*: навч. посіб. К.: Центр учбової літератури, 2012. 304 с.
7. Щоголев С. А. *Комплексні числа: навчально-методичний посібник*. Одеса: Одеський національний університет імені І. І. Мечникова, 2015. 44 с.
8. David Flanagan – JavaScript. The Definitive Guide. Master the World's Most-Used Programming Language 7th Edition – O'Reilly, 2020. 706 p.

Огірко Ігор

*доктор фізико-математичних наук, професор, професор кафедри
комп'ютерних наук та інформаційних технологій
Житомирський державний університет імені Івана Франка*

МАТЕМАТИКА ТА ІТ АНАЛІТИКА

Говоримо про важливість знань із галузі математики для становлення і розвитку айтїшника. Це питання не втрачає сьогодні своєї актуальності, бо все більше і більше людей переходять в ІТ із інших професій і не мають за плечима математичного бекграунду із технічного виша. Потрібна айтїшнику математика і саме -матаналіз, дискретна математика, математична статистика, теорія алгоритмів, комбінаторика, теорія ймовірностей, математична логіка, теорія графів та ін. Перше, що потрібно зрозуміти: математика використовується у багатьох галузях комп'ютерних

наук, зокрема у створенні графіків та візуалізацій, моделюванні, розв'язанні задач, розробці алгоритмів та кодуванні програм, створенні статистичних аналізаторів, machine learning тощо. По-друге, залежно від напрямку роботи (девелопер, тестувальник, security-інженер, архітектор мережі, game-дизайнер тощо) і відповідь на запитання буде відрізнятись. Для кожної галузі (тим паче – кожного окремого проєкту) справедливим буде твердження, що певний розділ математики є життєво необхідним, а інші знання можуть роками покриватися пилом.

Почнемо з розробників та інших software-інженерів

Бінарна математика, теорія алгоритмів, структури даних, логіка, основи теорії ймовірностей – просто must-have для software developer, software architect, software engineer. Хороший спеціаліст, пов'язаний із розробкою програм, повинен:

- знати основні принципи побудови якісних алгоритмів та оцінювати їх ефективність,
- застосовувати імовірнісний підхід, аби, наприклад, підігнати параметри свого алгоритму під ті запити, які найчастіше зустрічаються на практиці,
- вміти розробляти і досліджувати математичні моделі явищ, процесів та систем,
- швидко отримувати та аналізувати інформацію з великих сховищ даних,
- оптимально зберігати дані у структурах, з якими зручно взаємодіяти,
- створювати максимально ефективний код, мінімізувати його і передбачати вузькі місця (bottleneck-i). Наприклад, формальні перетворення можуть скоротити обсяг коду і зробити його більш читабельним.

Тестування

Логіка, в тому числі булева алгебра та логіка першого порядку, теорія графів стануть в нагоді тестувальникам. Саме завдяки теорії графів, наприклад, можна сформулювати оптимальний короткий шлях, який можна пройти в графі, аби покрити його повністю. Перекладаючи на мову QA – скільки і які саме тести потрібно виконати, аби повністю перевірити роботу системи. Робимо 5 довгих тестів чи розбиваємо їх на 3 коротких і

розпаралелюємо виконання Знання комбінаторики теж полегшують життя QA-інженеру. Вельми відоме pair-wise тестування засноване саме на принципах цього розділу математики. Інженер з тестування повинен вибрати певні елементи вихідної множини, побудувати на їх основі таку конструкцію, при якій збережеться якість покриття і зменшиться кількість виконуваних тестів.

Статистика теж необхідна для розуміння принципів тестування. Наприклад, парадокс дня народження (birthday paradox) можна використовувати для зменшення кількості тестів, аналізу числових результатів тестів і тестів продуктивності або планування умов зупинки тестових прогонів. Чи можна працювати тестувальником, не маючи математичних навичок? Звісно! Але не в разі, якщо ви проводите тестування на цикломатичну складність, припущення про критичні несправності або робастність вибірки, в яких використовуються складні алгебраїчні формули.

Бізнес-аналітики

Не обов'язково бути генієм математики, аби працювати у секторі бізнес-аналізу, як і у всіх вищенаведених ІТ-галузях. Багатьом вистачає елементарної арифметики, такої як дроби, відсотки, елементарної алгебри, статистики та теорії ймовірностей, яку вчать в школі. Але іноді відсутність математичного бекграунду може стати блокером для участі у деяких проектах. Все ж таки управління бізнесом може бути більш ефективним, в разі якщо володієш більш складними математичними навичками, а бізнес-аналітики за своїм покликанням якраз і повинні використовувати математичне та статистичне моделювання для оптимізації бізнес-процесів. На цьому тлі статистика та лінійна алгебра є ключовими будівельними блоками бізнес-аналітики. З чим саме потрібно бути знайомим? З різними типами статистики та аналізу, включаючи дослідницькі, асоціативні, порівняльні, прогностичні та рецептурні моделі.

А ще знати:

- лінійні рівняння,
- операції над скалярами, векторами та матрицями,
- вимірювання центральної тенденції (мода, медіана тощо)
- міри розсіяння (дисперсія), діапазон, куртоз.

Арізонський університет, наприклад, за посиланням пропонує таку програму з математики для тих, хто вирішив податись у бізнес-аналіз: диференціальне та інтегральне числення елементарних функцій, границя та неперервність функції, множники Лагранжа, лінійне програмування, лінійна алгебра, проміжна ймовірність, випадкові величини, дискретні та неперервні розподіли.

Data Science та Big Data

Зараз у світі налічується приблизно 44 зетабайтів даних, і їх кількість зростає щодня. Data scientist займається збереженням, обробкою та організацією даних в умовах великих обсягів і високого рівня паралелізму, він повинен вміти використовувати статистичні методи, методи інтелектуального аналізу даних і застосування штучного інтелекту для роботи з даними, а також методи проектування та розробки баз даних.

Робота data science-спеціаліста значною мірою залежить від знання математичних принципів: матстатистика, матаналіз, тензорний аналіз, лінійна алгебра, ймовірність і обчислення. Похідна, первісна, екстремуми, інтеграли, диференціали, логарифми – ці слова повинні бути рідними для вас. Кому цікаво дізнатися більше про математичну підготовку DS-спеціалістів, рекомендуємо зазирнути на сайт УКУ і почитати про підготовчий курс для вступу на магістерську програму Data Science. Там, доречі, його можна і пройти за невеликі гроші (на травень 2023 року вартість до 1000 грн).

Спеціалісти по мережам

Бінарна математика (математична мова, яка використовує тільки поєднання “0” і “1”) лежить в основі всього, що пов’язано із комп’ютерами. Тож і комп’ютерні мережі “розмовляють” двійковим кодом, наприклад, в момент створення та маршрутизації IP-адрес в мережі. Булева алгебра описує логічні операції за допомогою двох значень: “істина” (позначається цифрою 0) і “хибність” (позначається цифрою 1), і маніпулює цими значеннями за допомогою логічних функцій І та АБО. Вона широко використовується при написанні bash-скриптів (як і будь-яких інших). Топологія, як розділ математики, значною мірою допомагає системним адміністраторам компонувати та конфігурувати мережі. Диференціальні обчислення, матриці, теорія графів – також стануть в нагоді спеціалістам по мережам. Пропонуємо для ознайомлення статтю

Френка Келлі, професора Кембриджського університету, в якій автор показує, як саме теорія графів і матриці допомагають моделювати високонавантажені інтернет-мережі.

Кібербезпека

Якісна освіта кібербезпечника базується, передусім, на математиці. Що ж саме потрібно? Теорія імовірностей (закони великих чисел, центральна гранична теорема, послідовність випробувань, дискретні та неперервні випадкові величини), математична статистика, комбінаторний аналіз, математична фізика - метод Фурє, Задача Коші, формули Гріна, рівняння Лапласа, теорія графів. Ці знання формують вміння приймати рішення в умовах ризику і невизначеності, допомагають розробляти моделі загроз та порушника. Теорія графів, наприклад, допомагає робити криптографічні перетворення, проводити аудит безпеки, визначати шляхи атак, виявляти слабкі місця у системі захисту і прогнозувати дії порушника (так звані дерева атак).

Спеціаліст із кібербезпеки повинен мати хоча б базове уявлення про вектори, матриці, вміти обчислювати визначники; розв'язувати систем лінійних і диференційних рівнянь; досліджувати форму і властивості прямих та площин, кривих другого порядку; знаходити границі функцій і досліджувати функції за допомогою диференціального числення.

Продовжуючи тему математичних навичків для айтишників, варто згадати дві вельмишановні американські організації, які видають рекомендації щодо компетенції випускників ІТ-ВНЗ, які вони повинні мати при закінченні університету.

Перша – Association for Computing Machinery публікує, серед іншого, так звані Curricula – навчальні плани для ІТ-студентів; друга – IEEE – Institute of Electrical and Electronics Engineers видає зводи знань (Body of Knowledge). По факту – велика кількість різних математичних дисциплін відіграють значну роль у становленні айтишника-спеціаліста. Але, хоча математичні навички і є “must have” or “desire to have” в певних сферах ІТ, вони не обов'язково є вимогою для всіх ІТ-напрямків, тим паче в залежності від проекту. І якщо математика не є вашим найближчим другом зі шкільних або студентських років, не засмучуйтесь. Є безліч напрямків, де набагато кориснішими будуть інші навички та вміння, наприклад, комунікативні або менеджерські скіли. Хто хоче підтягнути знання по

математиці, рекомендуємо серію освітніх лекцій Introduction to Discrete Mathematics for Computer Science на Coursera. Вони безкоштовні і дають доволі гарне загальне уявлення про всі області дискретної математики – логіка, комбінаторика, теорії ймовірностей, теорія графів, теорію чисел та криптографію. Дискретна математика є фундаментальною для більшості областей програмування та інформатики, включаючи алгоритми, комп'ютерні системи, комп'ютерну архітектуру, комп'ютерну безпеку, бази даних, розподілені системи, функціональне програмування, операційні системи, машинне навчання та мережі.

Оверко В.С.

молодший науковий співробітник

Інститут прикладної математики та механіки НАН України

Кам'янське, Україна

СТАБІЛІЗУЮЧИЙ ВПЛИВ АОРТОПОДІБНОЇ ЗВИВИСТОСТІ

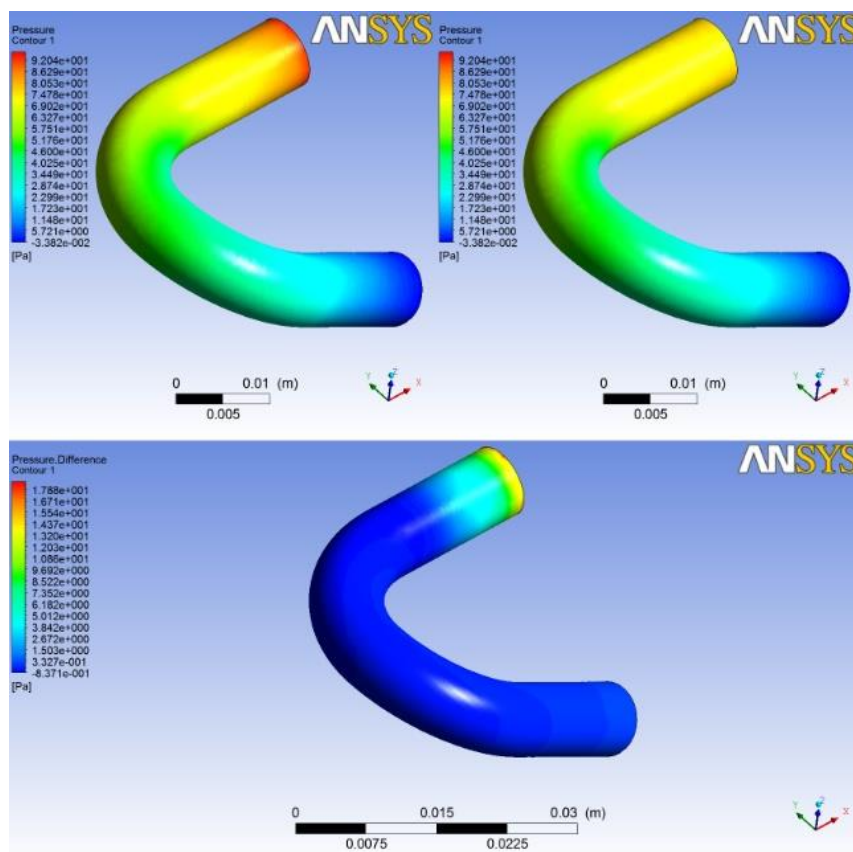
Безпосереднє експериментальне дослідження кровоносних судин дуже складне. Таким чином, існує необхідність вдосконалення комп'ютерного моделювання кровотоку на основі технологій CFD і вдосконалення цих моделей на основі експериментальних даних.

В даний час є численні статті присвячені впливу ступеня кривизни, чисел Рейнольдса, Діна і Вомерслі на особливості кровотоку в викривлених судинах [1-3]. Найбільш значні відхилення від потоку в циліндричних трубках виникають через сильну кривизну судини, асиметрію геометричної форми, конічність кровоносних судин і їх гілок. Наслідки, обумовлені цими факторами, призводять до атеросклеротичного ураження судин.

У цієї роботі була досліджена течія крові в вигнутих судинах з просторовою формою викривлення. Були досліджені течії з різними формами профілю швидкості: модель РНР (профіль Хагена-Пуазейля) і модель PUV (плоский профіль швидкості). Дані моделі не мають геометричних відмінностей. Вони відрізняються тільки типами граничних умов для швидкості на вході в розрахункову область. Розрахунки здійснені з використанням нестационарної неявної схеми другого порядку PISO.

Значні відмінності між тиском на стінці для PUV і РНР моделей спостерігаються тільки в початковій частині розрахункової області.

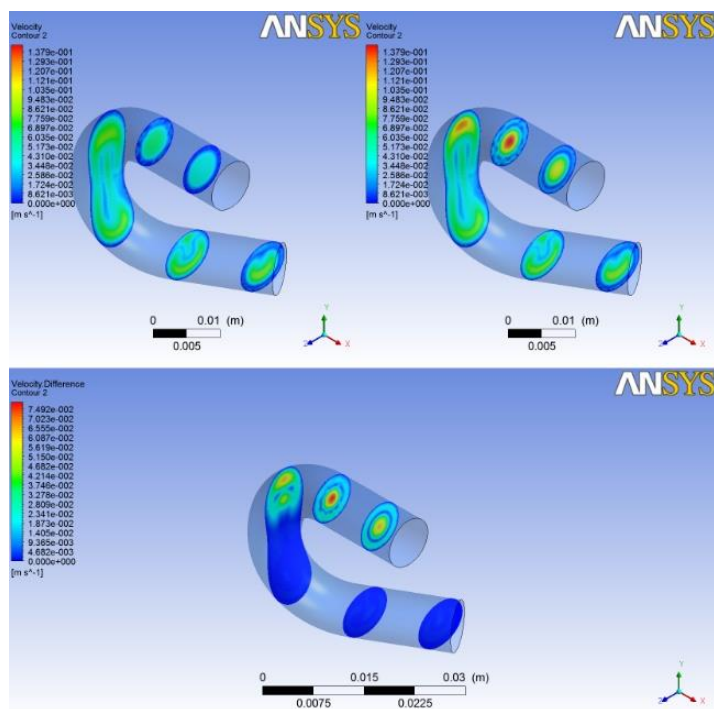
Зменшення відхилень в уздовж трубки має таке пояснення: прикордонні шари розвиваються і, відповідно, плоский і параболічний профілі трансформуються, внаслідок цього особливості перебігу стають подібними (Мал. 2).



Мал. 1. Тиск на стінці для PUV та PHP моделей.

Це має таке пояснення: подвійний просторово-вигнутий канал надає більший вплив на структуру течії, ніж початкові умови на вході. Більш того, характер цього впливу залежить головним чином від геометрії 3D вигину. Отже, саме зміна форми аортоподібної судини визначає ступінь неоднорідності потоку на виході.

Поле швидкості представлено на мал. 3. Відмінності значні тільки в початковій частині 3D викривленого каналу.



Мал. 3. Порівняння швидкісних модулів для моделей PUV та RHR.

Як PUV так і RHR моделі демонструють наявність «грибоподібних» структур. Ми можемо ідентифікувати ці структури як пару вихорів Діна. Відсутність відмінностей в інтенсивності вихорів Діна як для PUV так і для RHR моделей є доказом того, що структура течії має мінімальну залежність від умов на вході в розрахункову область. Отже, після формування пари вихорів Діна відмінності між полями гідродинамічних величин для всіх типів профілів швидкості на вході стають малими.

Список використаних джерел та літератури

1. Womersley, J.R. Method for the calculation of velocity, rate of flow and viscous drag in arteries when the pressure gradient is known. From the Department of Physiology, St Bartholomew's Hospital Medical College, London, E.C. 1
2. J. H. Siggers and S. L. Waters. Unsteady flows in pipes with finite curvature J. Fluid Mech. (2008), vol. 600, pp. 133–165.
3. U. Morbiducci, R. Ponzini, G. Rizzo, M. Cadioli, A. Esposito, F. De cobelli, A. Del maschio, F. M. Montecvecchi, and A. Redaelli. In Vivo Quantification of Helical Blood Flow in Human Aorta by Time-Resolved Three-Dimensional Cine Phase Contrast Magnetic Resonance Imaging. Annals of Biomedical Engineering, Vol. 37, No. 3, March 2009 (_ 2008) pp. 516–531

Опанасюк Надія

*здобувачка третього (освітньо-наукового) рівня вищої освіти
кафедри професійно-педагогічної, спеціальної освіти, андрагогіки та
управління*

*Науковий керівник: Постова Світлана, кандидат педагогічних
наук, доцент, доцент кафедри комп'ютерних наук та інформаційних
технологій, Житомирський державний університет імені Івана Франка⁸¹*

ВЗАЄМОЗВ'ЯЗОК МАТЕМАТИКИ ТА ІНФОРМАТИКИ У ПРОЦЕСІ РОЗВИТКУ АЛГОРИТМІЧНОГО МИСЛЕННЯ ШКОЛЯРІВ

Проблема алгоритмічного мислення впродовж останніх 20 років активно вивчається українськими та закордонними науковцями. Переважно це алгоритмічне мислення як складова ІКТ-компетентності (Л. Жако, П.Шлаві), змістові аспекти та аспекти формування алгоритмічного мислення (Ч. Біро, Г. Геда, М. Ковальчук, Р. Тадевосян, О. Шевчук), важливість удосконалення навичок алгоритмічного мислення учнів (М. Грубий) та ін.

Алгоритм – це чітко визначена послідовність операцій або дій для розв'язання конкретної задачі. Алгоритмічний процес тісно пов'язаний з процесом програмування та передує йому. Тому основне завдання вчителя – підготувати учнів до процесу програмування, сформувати алгоритмічне мислення. Це може відбуватись не тільки на уроках інформатики, а й на уроках з математики, фізики, біології тощо. Не даремно першою у списку йде математика.

Алгоритмічне мислення - це набір умінь та компетенцій, які включають: побудову та розуміння алгоритмів, здатність аналізувати задану проблему, здатність точно визначити проблему, здатність побудувати правильний алгоритм для вирішення заданої проблеми, здатність враховувати особливі та звичайні випадки проблеми тощо [2].

Основам алгоритмічного мислення учні навчаються ще в початковій школі, коли вчать діяти за строго визначеним алгоритмом. Це відбувається саме на уроках математики, коли вони виконують приклади, розв'язують задачі та рівняння тощо. Уміння застосовувати алгоритмічне мислення на уроках математики означає наступне: є ряд однотипних

дидактичних завдань, що мають однакові і однозначно зрозумілі вихідні дані; необхідні надати учням чіткі правила строго послідовних навчальних дій та операцій, виконання яких гарантовано призведе до необхідного (заданого) результату; г) такі ж точні послідовні дії треба розробити і реалізувати в навчальних діях учителя [3].

Під час вивчення математики велика увага учнів приділяється вивченню різних способів розв'язання задач, з яких учні обирають один та дійти до результату за допомогою певної послідовності дій. На основі аналізу умови задачі, молодші школярі набувають навичок складання допоміжної моделі цієї задачі за допомогою моделювання ситуації, що схематично зображена рисунками. Оскільки допоміжні моделі задач представляють в тому числі за допомогою схем, то на уроках інформатики робиться акцент, що алгоритми подаються також за допомогою них [1].

Після цього вчитель інформатики знайомить учнів з поняттям алгоритму та описує його властивості, види, особливості побудови та використання. У процесі навчання учні вчать створювати та використовувати власні алгоритми [4; 5; 6].

Разом з алгоритмічним мисленням паралельно розвивається і логічне мислення. Таким чином, тісний зв'язок математики з інформатикою сприяє розвитку логічного та алгоритмічного мислення школярів.

Список використаних джерел та літератури

1. Бондар Д. М., Юрченко Н.В. Взаємозв'язок інформатики та математики в школі на ранньому етапі вивчення. Науковий Вісник Ужгородського університету. Серія: «Педагогіка. Соціальна робота». 2021. Випуск 2 (49). С. 66-70.

2. Бирка М.Ф. Алгоритмічне мислення як ключова умова ефективності професійної діяльності сучасного вчителя у світі VUCA. Педагогіка формування творчої особистості у вищій і загальноосвітній школах. 2019. Вип. 66. Т. 1. С. 97–102. DOI: <https://doi.org/10.32840/1992-5786.2019.66-1.20>

3. Бирка М.Ф. Перспективні напрями дослідження проблеми алгоритмічного мислення. Педагогіка формування творчої особистості у вищій і загальноосвітній школах 2023 р. № 87. С. 29-33.

4. Вдовенко В.В. Формування алгоритмічного мислення молодших школярів на уроках інформатики / В.Вдовенко // Наукові

записки. – Серія: Проблеми методики фізико-математичної і технологічної освіти. – Ч.4. – Вип.11. – Кропивницький. – 2017. – С. 23-27.

5. Гладун М., Морзе Н. Система вправ з інформатики для формування алгоритмічного мислення в учнів молодших класів / М. Гладун, Н. Морзе // Інформатика та інформаційні технології в навчальних закладах. – 2013. – № 4. – С. 41-49..

6. Ковальчук М. Б. Змістові аспекти алгоритмічного мислення. Фізико-математична освіта. 2018. Вип. 3 (17). С. 61–66.

***Пасько Анатолій Миколайович,**
кандидат фізико-математичних наук, доцент,
доцент кафедри математичного аналізу та оптимізації,
Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара,
м. Дніпро, Україна*

ГОМОЛОГІІ ПРОСТОРІВ КОМПЛЕКСНОЗНАЧНИХ УЗАГАЛЬНЕНИХ ДОСКОНАЛИХ СПЛАЙНІВ

Нехай $\omega(t)$ – неперервна, монотонно зростаюча на відрізку $[0; 1]$ функція, така що $\omega(0) = 0$. Розглянемо деяке розбиття проміжку $[0; 1]$ $0 = \eta_0 < \eta_1 < \dots < \eta_q < \eta_{q+1} = 1$ и набір комплексних чисел $s_k \in \mathbb{C}, |s_k| = 1, k = \overline{1, q+1}$. Розглянемо задану на відрізку $[0; 1]$ функцію

$$F(\eta, s, t) = s_k \min \{ \omega(t - \eta_{k-1}), \omega(\eta_k - t) \}, \text{ для } t \in (\eta_{k-1}, \eta_k]. \quad (1)$$

Символом $S\Omega_n$ позначимо простір функцій вигляду (1), для котрих $q \leq n$, а топологію визначено метрикою, індукованою з $L_1[0,1]$. Простір $S\Omega_n$ – комплекснозначний аналог просторів Ω_n , топологію яких було досліджувано В.І. Рубаном [3, 4]. Клітинні простори $S\Omega_n$ мають вимірність $2n+1$, їх було введено в [1]. У роботах [2, 5] було знайдено

$$H_k(C\Omega_n) = \begin{cases} \mathbb{Z}, & k = 0, k = 2n + 1, \\ 0, & 1 \leq k < n, \\ 0, & k = n, n - \text{парне}, \\ \mathbb{Z}, & k = n, n - \text{непарне}, \\ \mathbb{Z}^{n + \frac{(n-1)(n-2)}{2}}, & k = 2n - 1, \\ \mathbb{Z}^n, & k = 2n. \end{cases}$$

У вимірності $n+1$ групи гомологій цього простору було знайдено в роботі [6]:

$$H_{n+1}(C\Omega_n) = \begin{cases} \mathbb{Z}^{\frac{n+1}{2}}, & n - \text{непарне}, \\ \mathbb{Z}^{\frac{n+2}{2}}, & n - \text{парне}. \end{cases}$$

Питання знаходження груп гомологій $H_k(C\Omega_n)$ при $n + 1 < k < 2n - 1$ залишається відкритим.

Список використаних джерел та літератури

7. Пасько А.М. Однозв'язність одного простору комплекснозначних функцій. *Вісник Дніпропетровського національного університету. Серія «Математика»*. 2015. Вип. 20. С. 70 – 74.
8. Пасько А.М. Групи гомологій простору $C\Omega_n$ у деяких вимірностях. *Вісник Дніпропетровського національного університету. Серія «Математика»*. 2016. Вип. 21. С. 71 – 76.
9. Рубан В.И. Клеточное разбиение пространств Ω -сплайнов. *Исследования по современным проблемам суммирования и приближения функций*. – Д. 1985. С. 39 – 40.
10. Рубан В.И. Клеточная структура и гомологии пространств обобщённых совершенных сплайнов. *Вісник Дніпропетровського національного університету. Серія «Математика»*. 1999. Вип. 4. С. 85 – 90.
11. Pasko A.M. On the homology groups $H_k(C\Omega_n), k = 1, \dots, n$. *Res. Math.* 2021. 29(1). pp. 24 – 30.
12. Pasko A.M. The homology groups $H_{n+1}(C\Omega_n)$. *Res. Math.* 2022. 30(2). pp. 30 – 33.

Петков Ігор,

кандидат фізико-математичних наук,
доцент кафедри фізики та математики,

Національний університет кораблебудування ім. адмірала Макарова,
м. Миколаїв, Україна

Салімов Руслан,

доктор фізико-математичних наук, старший наук. співробітник,
провідний науковий співробітник

відділу комплексного аналізу і теорії потенціалу,
Інститут математики НАН України,
м. Київ, Україна

Стефанчук Марія,

кандидат фізико-математичних наук,
молодший науковий співробітник

відділу комплексного аналізу і теорії потенціалу,
Інститут математики НАН України,
м. Київ, Україна

АСИМПТОТИЧНА ПОВЕДІНКА НА НЕСКІНЧЕННОСТІ РОЗВ'ЯЗКІВ НЕЛІНІЙНОГО РІВНЯННЯ БЕЛЬТРАМІ

Нехай \mathbb{C} – комплексна площина. Нагадаємо, що у комплексних позначеннях $f = u + iv$ та $z = x + iy$ рівняння Бельтрамі в області $G \subset \mathbb{C}$ має наступний вигляд

$$f_{\bar{z}} = \mu(z)f_z, \quad (1)$$

де $\mu: G \rightarrow \mathbb{C}$ – вимірна функція та $f_{\bar{z}} = \frac{1}{2}(f_x + if_y)$, $f_z = \frac{1}{2}(f_x - if_y)$,
 $f_x = u_x + iv_x$, $f_y = u_y + iv_y$.

Нехай $z_0 \in \mathbb{C}$ і $\mathcal{K}_{z_0}: G \rightarrow \mathbb{C}$ – вимірна функція. Розглянемо рівняння

$$f_{\bar{z}} - \frac{z-z_0}{z-z_0} f_z = \mathcal{K}_{z_0}(z) |J_f(z)|^{\frac{1}{2}}, \quad (2)$$

де $J_f(z) = |f_z|^2 - |f_{\bar{z}}|^2$ – якобіан відображення f .

При $\mathcal{K}_{z_0}(z) \equiv 0$ рівняння (2) зводиться до звичайного лінійного рівняння Бельтрамі (1) з комплексним коефіцієнтом $\mu(z) = \frac{z-z_0}{z-z_0}$. В інших випадках рівняння (2) є частковим випадком загальної нелінійної системи рівнянь (7.33), заданих в [1], порівняй з [2]–[6].

Метою даної роботи є дослідження асимптотичної поведінки розв'язків нелінійного рівняння Бельтрамі (2) на нескінченності.

Гомеоморфізм f класу Соболева $W_{loc}^{1,1}$ називається *регулярним*, якщо $J_f(z) > 0$ м.с. (майже скрізь). *Регулярним гомеоморфним розв'язком* рівняння (2) називається регулярний гомеоморфізм $f: G \rightarrow \mathbb{C}$, який задовольняє рівняння (2) м.с. в G .

Будемо використовувати наступне позначення

$$\gamma(z_0, r) = \{z \in \mathbb{C} : |z - z_0| = r\}.$$

Для функції $\mathcal{K}_{z_0}(z)$ позначимо $\kappa(z_0, r) = \frac{1}{2\pi r} \int_{\gamma(z_0, r)} |\mathcal{K}_{z_0}(z)|^2 |dz|$.

Теорема 1. Нехай $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ – регулярний гомеоморфний розв'язок рівняння (2), який належить класу Соболева $W_{loc}^{1,2}$, $r_0 > 0$. Тоді

$$\liminf_{R \rightarrow \infty} M_f(z_0, R) \exp\left(-\int_{r_0}^R \frac{dr}{r \kappa(z_0, r)}\right) \geq m_f(z_0, r_0) > 0,$$

де $M_f(z_0, R) = \max_{|z-z_0|=R} |f(z) - f(z_0)|$ і $m_f(z_0, r_0) = \min_{|z-z_0|=r_0} |f(z) - f(z_0)|$.

Наслідок 1. Нехай $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ – регулярний гомеоморфний розв'язок рівняння (2), який належить класу Соболева $W_{loc}^{1,2}$, $\alpha > 0$. Якщо $\kappa(z_0, r) \leq \alpha$ для м.в. $r \geq 1$, то

$$\liminf_{R \rightarrow \infty} \frac{M_f(z_0, R)}{R^{\frac{1}{\alpha}}} \geq m_f(z_0, 1) > 0,$$

де $m_f(z_0, 1) = \min_{|z-z_0|=1} |f(z) - f(z_0)|$.

Позначимо $e_1 = e$, $e_2 = e^e$, ..., $e_{k+1} = e^{e^k}$, а також

$$\ln_1 t = \ln t, \ln_2 t = \ln \ln t, \dots, \ln_{k+1} t = \ln \ln_k t.$$

Наслідок 2. Нехай $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ – регулярний гомеоморфний розв'язок рівняння (2), який належить класу Соболева $W_{loc}^{1,2}$, $\alpha > 0$. Якщо

$$\kappa(z_0, r) \leq \alpha \prod_{k=1}^N \ln_k r$$

для м.в. $r \geq e_N$, то

$$\liminf_{R \rightarrow \infty} \frac{M_f(z_0, R)}{(\ln_N R)^{\frac{1}{\alpha}}} \geq m_f(z_0, e_N) > 0,$$

$$\partial e m_f(z_0, e_N) = \min_{|z-z_0|=e_N} |f(z) - f(z_0)|.$$

Список використаних джерел та літератури

1. Astala K., Iwaniec T., Martin G. *Elliptic partial differential equations and quasiconformal mappings in the plane*. 2009. Princeton Mathematical Series. 48. Princeton University Press. Princeton. NJ.
2. Golberg A., Salimov R., Stefanchuk M. Asymptotic dilation of regular homeomorphisms. *Complex Anal. Oper. Theory*. 2019. 13, № 6. P. 2813–2827.
3. Petkov I., Salimov R., Stefanchuk M. Nonlinear Beltrami equation: lower estimates of Schwarz Lemma's type. *Canadian Mathematical Bulletin*. 2023. DOI: <https://doi.org/10.4153/S0008439523000942>
4. Salimov R., Stefanchuk M. Finite Lipschitzness of regular solutions to nonlinear Beltrami equation. *Complex Var. Elliptic Equ.* 2023. DOI: <https://doi.org/10.1080/17476933.2023.2166498>
5. Salimov R.R., Stefanchuk M.V. Logarithmic asymptotics of the nonlinear Cauchy-Riemann-Beltrami equation. *Ukr. Math. J.* 2021. 73. P. 463–478.
6. Salimov R.R., Stefanchuk M.V. On the local properties of solutions of the nonlinear Beltrami equation. *J. Math. Sci.* 2020. 248. P. 203–216.

Постова Світлана

кандидат педагогічних наук, доцент, доцент кафедри комп'ютерних наук та інформаційних технологій,

Поплавський Олександр

здобувач 3 курсу освітньо-професійної програми «Професійна освіта (цифрові технології)»

Житомирський державний університет імені Івана Франка

СПОСОБИ РЕАЛІЗАЦІЇ ПЕРЕВІРКИ ЗНАНЬ ЗДОБУВАЧІВ ОСВІТИ В УМОВАХ ДИСТАНЦІЙНОГО НАВЧАННЯ

В сучасному світі зростаючий інтерес до дистанційної освіти відображається в стрімкому розвитку технологій, які дозволяють забезпечити доступ до знань у будь-якій точці світу. Однак, разом із зростанням популярності дистанційного навчання виникають нові виклики,

серед яких ключовим є забезпечення ефективного механізму організації опитування.

Значною мірою, перевірка знань у дистанційному навчанні відрізняється від традиційних методів, що використовуються в аудиторних умовах. Відсутність фізичної присутності студентів на заняттях ставить під сумнів традиційні засоби оцінювання, такі як контрольні роботи та іспити. Понад те, цифрове середовище дозволяє студентам мати необмежений доступ до ресурсів, що може збентежити процес оцінювання їхніх знань та навичок.

Дистанційне навчання – це форма організації освітнього процесу, учасники якого віддалені один від одного і взаємодіють за допомогою сучасних цифрових технологій [8].

Одна з проблем, з яким зіштовхуються учасники освітнього процесу при використанні дистанційного навчання – перевірка знань. Якщо під час очного навчання можна перевірити знання здобувачів освіти під час особистого спілкування, то для дистанційного необхідно використовувати Zoom-конференції, онлайн сервіси або спеціальні застосунки.

В деяких закладах освіти, для забезпечення підтримки дистанційного навчання реалізовано використання системи Moodle. Цей сервіс містить власну систему перевірки знань, яку можна налаштувати [1]. Такою системою оснащені й інші сервіси, наприклад Udemy, який при проходженні курсу дає можливість після закінчення тесту переглянути які теми були засвоєні, а які ні. Також на сайті w3schools також є своя система перевірки знань.

Google Forms – є одним з універсальних та розповсюджена для перевірки знань онлайн сервісів. Він є безкоштовним, легким в оволодінні для створення та проведення опитувань та застосовуються в освітньому процесі, а також в інших сферах діяльності.

Його перевагами: адаптивність; доступність; інтеграція з Google Таблицями (Sheets); налаштування доступу; візуалізація результатів; зручність аналізу [2].

Однією з переваг Google Forms – це інтеграція з Google Sheets. Завдяки цьому, з даними за результатами тестування, що зберігається в таблицях, можна з ними виконувати певні маніпуляції для аналізу або використовувати ці дані для дослідження.

Гугл форми також можна інтегрувати з сайтами. Однією із переваг є можливість проходити опитування в т.ч. і з телефону, а кількість людей, які використовують свій телефон для відвідування різних веб-сайтів постійно зростає [3]. Тому, Google Forms, став із найбільш популярних інструментів для збору та обробки різноманітної інформації через свою простоту використання та можливості персоналізації форм.

Переваги: простота використання та налаштування; різноманітність типів питань; автоматичний підрахунок балів; автоматичний збір відповідей; при технічних неполадок, робить резервну копію; інтеграція з іншими сервісами Google

До альтернатив Google Forms можна віднести деякі програмні забезпечення та онлайн середовища, які проходять по таким критеріям: безкоштовні, універсальні, адаптивні. Ці програми також можуть відкриватися по посиланню, які викладач може надіслати.

Онлайн-сервіс LearningApps також є безкоштовним, має дружній інтерфейс, велику кількість шаблонів вправ [4]. Система LearningApps покаже, чи були відповіді правильними, і вкаже на можливі помилки. Після цього студенти можуть внести виправлення і знову перевірити своє рішення.

Переваги:

- дозволяє створювати різноманітні інтерактивні вправи, такі як кросворди, головоломки, тести тощо, що допоможе зробити процес навчання більш захопливим і ефективним;
- дозволяє створювати різноманітні завдання для перевірки знань з різних аспектів навчання, що може стати на допомозі в універсальному охопленні різних стилів навчання;
- надає інформацію про успішність/процес здобувачів, дозволяючи викладачу відстежувати успішність студентів на розуміння матеріалу.

Недоліки:

- Один з важливих недоліків LearningApps це обмеження можливостей редагування. Інтерфейс редагування, влаштований так, що не дозволяє налаштувати завдання так, як ти цього бажаєш.
- Ще один важливий недолік – наявність інтернет-підключення. Використання LearningApps вимагає постійної наявності інтернет-

підключення, що може бути непрактичним в умовах обмеженого доступу до Інтернету.

- LearningApps може не підходити для всіх типів навчальних завдань і стилів навчання, оскільки він фокусується переважно на інтерактивних вправах.
- Головний недолік LearningApps це можливий витік інформації. Якщо під час створення тесту чи вправ, викладач не належним чином налаштує налаштування конфіденційності, інформація про завдання може бути загальнодоступною, що може становити проблему для конфіденційності.

Розглянемо онлайн-сервіс Classtime. Цей онлайн сервіс є безкоштовним. Він має широкий спектр перевірки знань, статичної інформації, роботу в групах та можливість завантажити звіт у формі Excel [5].

Даний сервіс дозволяє створювати інтелектуальні вправи, які студент може використовувати для закріплення своїх знань. Classtime надає детальну статистику про виконану роботу студентів, що надає викладачам краще розуміти прогрес своїх студентів.

Classtime пропонує різноманітні типи завдань, включаючи тести, пазли, кросворди. Це робить його більш гнучким, ніж Google Forms [5].

Переваги:

- Classtime дозволяє створювати інтерактивні завдання, тести та опитування, що забезпечує активну участь студентів у процесі навчання.
- Студенти одразу отримують результати своїх тестів та завдань, що дозволяє їм швидко зрозуміти свої помилки та покращувати свої знання.
- Classtime надає викладачам детальну статистику та аналіз проходження тестів студентами, що допомагає визначити слабкі та сильні сторони групи.
- Студенти можуть взяти участь у тестуванні з будь-якого пристрою, обладнаного Інтернетом, що робить Classtime зручним для використання в різних сценаріях.

- Викладачі можуть створювати різноманітні типи завдань, такі як питання з вибором, відкриті питання, завдання з використанням графіки тощо.

Недоліки:

- Для використання Classtime потрібний доступ до Інтернету, що може бути проблемою в умовах обмеженого чи відсутнього інтернет-підключення.
- Деякі розширені функції та можливості доступні лише у платній версії Classtime, що може вплинути на доступність для широкого кола користувачів.
- Якщо виникнуть технічні проблеми, вони можуть призвести до перебоїв у процесі навчання та тестування

Розглянемо онлайн-сервіс Online Test Pad. Даний онлайн сервіс є повністю безкоштовним та монофункціональним. Online Test Pad, пропонує ряд унікальних функцій, які можуть бути корисним для проведення опитування чи проходження тесту. Він має зрозумілий інтерфейс, який дозволяє легко створювати та редагувати тести. Крім цього, він пропонує різні типи завдань, включаючи опитування, кросворди, комплексні завдання, діалогові тренажери та систему дистанційного навчання [6].

Для викладача дана онлайн платформа має широкий спектр статичної інформації яка допоможе мати певне уявлення про засвоєння матеріалу. В Online Test Pad можна вписувати формули і введення приблизного відповіді з заздалегідь обмеженою похибкою. Також, дана платформа має можливість завантажити звіт в форматі Excel, що вказує на багатифункціональність даної системи.

Переваги:

- Сервіс надає можливість створювати цікаві завдання для роботи як в умовах дистанційного навчання, так і при роботі з здобувачами в аудиторії.
- Легкість і доступність (при натисканні на посилання, студенти автоматично заходять на платформу Online Test Pad, тому немає необхідності запам'ятовувати окремі імена користувача і паролі) [7].
- Можна завантажити звіт про проходження студентами тест на MS Excel.

Недоліки: для використання потрібний доступ до Інтернету, що може бути проблемою в умовах обмеженого чи відсутнього інтернет-підключення.

Розглянемо онлайн-сервіс Всеосвіта. Дане програмне забезпечення є національною платформою освіти. На якій можна знайти: вебінари, курси, конференції та семінари на різні теми, тести.

На платформі створення тестів можна за допомогою «Конструктор тестів». За допомогою цього інструменту можна створювати тести з відкритим запитанням, вибір однієї правильної відповіді та на відповідність. Цей інструмент розроблений таким чином, щоб зекономити час та сили викладача. Після того як здобувачі пройдуть опитування результати їхні може повідомити викладач.

Переваги:

- Надає викладачам детальну статистику та аналіз проходження тестів студентами.
- Студенти можуть взяти участь у тестуванні з будь-якого пристрою, обладнаного Інтернетом
- Доступно 8 типів питань. Це дає змогу викладачам використати різні типи в одному тесті. Що зробить перевірку знань ще більш точніше і можна на цьому робити певні уявлення про засвоєння матеріалу.

Недоліки: для використання потрібний доступ до Інтернету, що може бути проблемою в умовах обмеженого чи відсутнього інтернет-підключення.

Розглянемо онлайн-сервіс НаУрок Освітня програма, яка пропонує різноманітні ресурси. Вона містить велику кількість навчального матеріалу, включаючи вебінари, курси, тести та конференції.

На платформі створення тестів можна за допомогою «Конструктор тестів». Після проходження тесту, викладач чи розробник тесту може переглянути оцінки.

В даному сервісі тести можуть бути таких типів: відкриті запитання, вибір однієї правильної відповіді, тести на відповідність та інші.

«НаУрок» надає різні інструменти для моніторингу/відстеження прогресу студента. Можна переглянути загальну статистику таку як виконані завдання, середній бал, кількість правильних відповідей тощо.

Така інформація може допомогти краще розуміти, як студенти справляються з матеріалом, чи вони його вивчають, де їм можна допомогти та надати додаткову інформацію.

Переваги:

- Має досить велику різноманітність типів питань. Що при створенні тесту може бути досить корисно.
- Надає викладачам детальну статистику та аналіз проходження тестів студентами.

Недоліки: для використання потрібний доступ до Інтернету, що може бути проблемою в умовах обмеженого чи відсутнього інтернет-підключення.

Переважна більшість розглянутих онлайн сервіси дають можливість як використовувати наявні бази тестів, вправ для перевірки знань, так і створювати власні. Водночас мають ряд недоліків, одним із головних серед них не завжди можливість переведення отриманого результату у потрібну шкалу, або отримати 0,5 балів за вірну відповідь. Саме тому й досі актуальним залишається питання розробки власного середовища для створення тестів.

Список використаних джерел та літератури

1. Короткий гайд: всі можливості Google Forms [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://web-promo.ua/ua/blog/kratkij-gajd-vse-vozmozhnosti-google-forms/#>.
2. LearningApps.org тепер українською [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://naurok.com.ua/learningapps-org-teper-ukra-nskoyu-49591.html>
3. Classtime [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://www.classtime.com/uk>
4. OnlineTestPad [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://onlinetestpad.com/>
5. Oxford Learning College. The History of Distance Learning [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://www.oxfordcollege.ac/news/history-of-distance-learning/>

6. Distance Learning in Ukraine: An Analysis of Threats and Challenges [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://doaj.org/article/7eaf7db417f24824bd8a42511c030a7e>

Сичак О.М.

здобувачка 2 РВО

Херсонського державного університету

Науковий керівник - Кузьмич Л.В.

к.п.н., доцентка,

доцентка кафедри алгебри, геометрії

та математичного аналізу

Херсонського державного університету

ФОРМУВАННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ КОМПЕТЕНТНОСТІ ЗДОБУВАЧІВ – МАЙБУТНІХ УЧИТЕЛІВ МАТЕМАТИКИ В УМОВАХ НЕФОРМАЛЬНОЇ ТА ІНФОРМАЛЬНОЇ ОСВІТИ

Неформальна освіта – це процес набуття знань, який відбувається поза межами традиційних формальних освітніх закладів, часто без визначених термінів та отримання документів про освіту державного зразка з присудженням професійних та/або часткових кваліфікацій. Неформальна освіта дозволяє отримати здобувачам актуальні теоретичні і практичні знання та навички, оволодіти сучасними методами розв'язання професійних завдань, сформувати додаткові компетентності, а також, сприяє саморозвитку майбутніх учителів математики.

Інформальна освіта – це освіта яка має форму самоорганізованого здобуття особою певних компетентностей у повсякденному житті шляхом здійснення професійної та громадської діяльності [1].

Неформальна та інформальна освіта спрямована на оновлення і поглиблення професійних компетентностей здобувачів та фахівців, сприяє їх професійному самовизначенню та може здійснюватися у формі тренінгів, семінарів, майстер-класів, групових дискусій, сертифікаційних програм, літніх та зимових шкіл, онлайн-курсів, програм неакадемічних обмінів, олімпіад, конференції, воркшопів, конкурсів, стажування та ін.

Заклади вищої освіти чітко регламентують можливість зарахування результатів неформальної та інформальної освіти у формальному навчанні

здобувачів, зокрема, керуючись нормами Закону України «Про освіту», Закону України «Про вищу освіту», Порядком визнання у вищій та фаховій передвищій освіті результатів навчання, здобутих шляхом неформальної та/або інформальної освіти (Наказ МОН України від 08.02.2022 № 130), Рекомендаціями парламенту Європи про Європейські кваліфікаційні рамки для навчання впродовж життя (2008 р.) та відповідними НПА ЗВО (наприклад, для Херсонського державного університету – Наказ Херсонського державного університету №789Д від 02.09.2020 р. «Про введення в дію Положення про організацію освітнього процесу в Херсонському державному університеті», який визначає, що «перезарахування результатів навчання, отриманих здобувачами у неформальній та інформальній освіті, здійснюється відповідно до Порядку ХДУ про визнання результатів неформальної та інформальної освіти» [2]).

Якісні навчальні матеріали неформальної та інформальної освіти можуть сприяти формуванню таких компонентів математичної компетентності здобувачів, як: мотиваційно-ціннісний компонент (мотивація до математичної освіти), пізнавальний компонент (здатність генерувати нестандартні ідеї та рішення), діяльнісний компонент (формування інструментальних математичних цінностей) та рефлексивний компонент (здатність здійснювати професійну рефлексію)[3].

Серед навчальних платформ та курсів, які сприяють формуванню математичної компетентності здобувачів-майбутніх учителів можна виділити ті, які запропоновано Міністерством освіти і науки: Coursera, Khanacademy, OpenEdX, Udacity, Canvas Network, Udemy, Prometheus, Education Era, Future Learn, Iversity та ін. [4].

Позитивним у використанні неформальної та інформальної освіти для формування математичної компетентності у здобувачів-майбутніх учителів математики є: доступ до освітніх платформ з будь-якої точки світу, вільний графік та довільний темп опанування матеріалу, можливість обрання тем та методів навчання, вивчення матеріалу за методиками провідних освітніх закладів світу, розвиток практичних навичок розв'язання задач, отримання актуальної та цікавої інформації та ін. Поряд з формуванням математичної компетентності у здобувачів-майбутніх учителів математики під час неформальної та інформальної освіти додатково розвиваються навички критичного мислення та проблемного розв'язання, комунікативні та

соціальні навички, творче мислення тощо. На нашу думку, зауваженні позитивні аспекти неформальної та інформальної освіти сприяють більш ефективному формуванню математичної компетентності у здобувачів-майбутніх учителів математики та підвищенню якості їхньої підготовки.

Список використаних джерел та літератури

1. Неформальна/інформальна освіта. *STUSTATETAXUNIVERSITY*. URL: <https://dpu.edu.ua/osvita/neformalna-informalna-osvita> (дата доступу: 19.04.24)

2. Про введення в дію Положення про організацію освітнього процесу в Херсонському державному університеті: Наказ Херсонського державного університету №789Д від 02.09.2020 р. URL: <https://www.kspu.edu/Legislation/educationalprocessdocs.aspx> (дата доступу: 11.04.24)

3. Ткачук, Г., Медведєва, М. Формування математичної компетентності студентів педагогічних університетів в умовах неформальної освіти. URL: https://www.researchgate.net/publication/369642387_FORMUVANNA_MATEMATICNOI_KOMPETENTNOSTI_STUDENTIV_PEDAGOGICNIH_UNIVERSITETIV_V_UMOVAN_NEFORMALNOI_OSVITI (дата доступу: 26.04.24)

4. Платформи для вдосконалення навичок і саморозвитку: Міністерство освіти і науки України. URL: <https://mon.gov.ua/ua/news/platformi-dlya-vdoskonalennya-navichok-i-samorozvitku> (дата доступу: 17.04.24)

Смолянюк В'ячеслав

*перший (бакалаврський) рівень вищої освіти
освітньо-професійна програма:*

Сучасні інформаційні технології та програмування

Житомирський Державний університет імені Івана Франка

Науковий керівник: Мосіюк Олександр Олександрович

*Кандидат педагогічних наук доцент кафедри комп'ютерних наук,
доцент кафедри комп'ютерних наук та інформаційних технологій,
Житомирський Державний університет імені Івана Франка*

АНАЛІЗ ОСНОВНИХ ЕТАПІВ ПІДКЛЮЧЕННЯ CHATGPT ДО МОБІЛЬНИХ ЗАСТОСУНКІВ

Використання генеративних текстових моделей систем штучного інтелекту в різних застосунках стає все більш популярним трендом. Для цього використовують спеціалізовані API (Application Programming Interface) – набір правил і протоколів, які визначають спосіб безпечної взаємодії між різними програмами.

Ряд вже створених генеративних моделей штучного інтелекту вже зараз надають своє API для того, щоб розробники інтегрували до створюваного програмного забезпечення розроблені моделі. Не є винятком компанія OpenAI, що також створила відповідний набір правил поєднання програм.

У цьому контексті, **метою** роботи було проаналізувати основні етапи інтеграції генеративної моделі штучного інтелекту ChatGPT до мобільних застосунків, створених за допомогою JS бібліотеки React Native.

Виклад основного матеріалу. З появою штучного інтелекту в розробці програмного забезпечення з'явилися нові перспективи та можливості. API ChatGPT, що базується на нейронній мережі, розробленій та навченій компанією OpenAI, став потужним інструментом для генерації тексту.

Його API дозволяє створювати запити для генерування різного текстового контенту (вірші, код, сценарії, музичні твори, електронні листи, листи тощо). Також тестова генеративна модель надає змогу виконувати переклад тексту з різних мов майже миттєво і з достатньою точністю. Такий функціонал дозволяє реалізувати такі модулі різних застосунків як

створення чат-ботів, генерувати опис продуктів, задавати структуру статей для новин та сценарії для відео тощо.

Для інтеграції ChatGPT з створюваним застосунків використовують набір правил, що передбачає звернення до нейронної мережі з застосуванням стандартного HTTP-запиту, тобто повідомлення, яке клієнтська програма відправляє серверу за допомогою протоколу HTTP.

Розглянемо основні етапи підключення до ChatGPT застосунків, створюваних за допомогою бібліотеки React Native і мови програмування Java Script. Ці технології застосовуються до розробки застосунків і використовують реактивний підхід до побудови інтерфейсів користувача.

Класично для JS дозволяється використовувати функцію fetch або сторонні бібліотеки, такі як Axios. Запит містить текст, для якого потрібно згенерувати відповідь а також ключ доступу до API.

Загалом створення відповідного застосунку за допомогою бібліотеки React Native передбачає такі етапи.

Налаштування підключення через API до ChatGPT:

Першим кроком є отримання ключа доступу до API. Для цього потрібно створити обліковий запис на платформі, що надає цей сервіс. Після отримання ключа доступу його необхідно зберегти в безпечному місці, аби мати можливість використовувати його у створюваному застосунку React Native.

Розробка компонентів React Native:

Після налаштування підключення до API необхідно розробити компоненти React Native для взаємодії з API. Серед них можуть бути екрани, кнопки, текстові поля тощо, які будуть відповідати за ініціацію запитів до API та відображення результатів.

Обробка відповідей API та відображення результатів:

Після отримання відповіді від API застосунок повинен обробити цю відповідь та відобразити результат користувачеві. Це може включати в себе парсинг JSON-відповіді, відображення тексту у відповідному компоненті та надання можливості користувачеві взаємодіяти з отриманим текстом.

Управління обмеженнями та безпекою:

Під час використання будь-якого API важливо враховувати його обмеження, такі як максимальна кількість запитів на одиницю часу або обсяг даних, який можна відправити або отримати за один запит.

Дотримуйтеся правил безпеки, зберігаючи ключі API в захищеному місці та надсилайте дані зашифрованими, якщо це потрібно.

Тестування та вдосконалення:

Після розробки та імплементації функціональності, важливо протестувати додаток на різних пристроях та з різними варіантами введення. Виявлені помилки важливо вчасно виправити, а також, за необхідності, додати удосконалення або ж запланувати їх у подальших ітераціях розробки.

Висновок. Створення застосунків є складним багатоетапним процесом. З появою генеративних моделей штучного інтелекту виник новий тренд у створенні відповідного програмного забезпечення, зокрема інтеграція у створюваний продукт моделей ШІ. Класично це здійснюють за допомогою спеціалізованого API. Так використання API ChatGPT у застосунках, створених за допомогою бібліотеки React Native відкриває нові можливості для залучення інтерактивного та привабливого контенту. За умови правильного управління обмеженнями та обробкою вхідного й вихідного тексту, цей інструмент може стати невід'ємною частиною розробки мобільних застосунків.

Список використаних джерел та літератури

1. Що таке API у додатках та сайтах (2024, 13 квітня) Доступно: <https://wezom.com.ua/ua/blog/chto-takoe-api-v-prilozhenijah-i-sajtah>
2. Що таке API: простими словами про складне (2024, 13 квітня) Доступно: <https://hostiq.ua/blog/ukr/what-is-api/>
3. React native documentation (2024, apr. 13) Available: <https://reactnative.dev/docs/getting-started>
4. How to integrate OpenAI APIs in React Native App? (2024, apr. 13) Available: <https://thevinaysingh.medium.com/how-to-integrate-openai-apis-in-react-nativeapp-4087d166b6e9>

Таргонська Єлізавета

учениця 21 групи 10 класу ліцею № 1 міста Житомира,

Таргонський Андрій

кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри

математичного аналізу, бізнес-аналізу та статистики

Житомирський державний університет імені Івана Франка

ВИКОРИСТАННЯ ЧИСЛОВИХ ПОСЛІДОВНОСТЕЙ ТИПУ r У ШИФРУВАННІ

Дана стаття присвячена введенню та розгляду числових послідовностей многочленів з точки зору їх належності класам послідовностей типу r . Крім того особи шифрування.

Аналіз сучасних досліджень. Першою, у роботі на основі отриманих математичних результатів, наведено нові сп

роботою з даної тематики, варто вважати працю [1], в якій введена та розглянута послідовність типу 1,125. Додатково зауважимо, що ідея написання роботи [1], з'явилася під час розв'язування однієї задачі турніру Юних математиків [2], задачі з якого є плідним підґрунтям для побудови різноманітних математичних теорій. Наступними роботами варто вважати праці [3-5], в яких не тільки узагальнюються на більш широкий клас послідовностей всі результати роботи [1], а й отримані результати, аналогі яких відсутні у ній.

Мета статті. Дослідження послідовностей типу r та отримання нових способів шифрування.

Основні результати.

Означення 1. Числовою послідовністю:

$$\{x_n\}_{n=1}^{\infty} = \{a_t \cdot n^t + a_{t-1} \cdot n^{t-1} + \dots + a_1 n + a_0\}_{n=1}^{\infty},$$

де $t \in \mathbb{Z}$, $t \geq 0$, $a_0, a_1, \dots, a_{t-1}, a_t \in \mathbb{R}$, $a_t \neq 0$, будемо називати *числовою послідовністю у вигляді многочленів*. При цьому число t будемо називати *степенем послідовності*.

Означення 2. (послідовності типу r) [4]. Числова послідовність многочленів $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$, називається *послідовністю типу r* , $r \in \mathbb{R}$, якщо існує такий номер $n_0(r)$, що для всіх номерів $n \geq n_0(r)$ справедлива нерівність:

$$\sum_{k=1}^n \frac{x_k(k+1)}{k} \sum_{k=1}^n \frac{x_k \cdot k}{k+1} \leq r \cdot n^{2(t+1)}.$$

Лема 1. Нехай задано числа $t \in \mathbb{Z}, t \geq 0$, $a_0, a_1, \dots, a_{t-1}, a_t \in \mathbb{R}, a_t \neq 0$. Тоді, для числової послідовності многочленів справедлива рівність:

$$\begin{aligned} & \left(\sum_{k=1}^n \frac{x_k(k+1)}{k} \right) \cdot \left(\sum_{k=1}^n \frac{x_k k}{k+1} \right) = \\ & = a_0 A_t x^2 + \left(\frac{a_t(a_0 + A_t)}{t+1} \cdot n^{t+1} + O(n^t) \right) \cdot x + O(n^{2t+1}) + \left(\frac{a_t}{t+1} \right)^2 n^{2t+2}, \end{aligned}$$

де

$$\begin{aligned} x &= \sum_{k=1}^n \frac{1}{k}, \quad x \in (1; n), \quad A_t \\ &= \sum_{p=0}^t (-1)^{p+1} a_p, \quad (2) \end{aligned}$$

$O(n^t)$ – символ Ландау, який позначає послідовність по змінній n , для якої послідовність $\frac{O(n^t)}{n^t}$ є обмеженою по n .

Доведення лемми 1. Виконаємо ряд перетворень

$$\begin{aligned} & \left(\sum_{k=1}^n \frac{x_k(k+1)}{k} \right) \cdot \left(\sum_{k=1}^n \frac{x_k k}{k+1} \right) \\ &= \left(\sum_{k=1}^n \frac{a_t k^{t+1} + (a_t + a_{t-1})k^t + \dots + (a_1 + a_0)k + a_0}{k} \right) \times \\ & \times \left(\sum_{k=1}^n \frac{a_t \cdot k^{t+1} + a_{t-1} \cdot k^t + \dots + a_1 k^2 + a_0 k}{k+1} \right) = \\ &= \left(a_t \sum_{k=1}^n k^t + (a_t + a_{t-1}) \sum_{k=1}^n k^{t-1} \right. \\ & \quad \left. + (a_{t-1} + a_{t-2}) \sum_{k=1}^n k^{t-2} + \dots + (a_2 + a_1) \sum_{k=1}^n k + \right. \\ & \quad \left. + (a_1 + a_0) \sum_{k=1}^n 1 + a_0 \sum_{k=1}^n \frac{1}{k} \right) \cdot \left(a_t \sum_{k=1}^n k^t + (a_{t-1} - a_t) \sum_{k=1}^n k^{t-1} + \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + (a_{t-2} - a_{t-1} + a_t) \sum_{k=1}^n k^{t-2} + \dots \\
& \quad + (a_1 - a_2 + \dots + (-1)^{t-2} a_{t-1} + (-1)^{t-1} a_t) \sum_{k=1}^n k + \\
& + (a_0 - a_1 + \dots + (-1)^t a_t) \sum_{k=1}^n 1 + (-a_0 + a_1 + \dots + (-1)^{t+1} a_t) \sum_{k=1}^n \frac{1}{k+1}.
\end{aligned}$$

Із результатів роботи [6], отримаємо рівності

$$\begin{aligned}
\sum_{k=1}^n k^t &= \frac{n^{t+1}}{t+1} + O(n^t), \quad \sum_{k=1}^n k^{t-1} = \frac{n^t}{t} + O(n^{t-1}), \dots, \quad \sum_{k=1}^n k = \frac{n^2}{2} \\
& + O(n) \text{ та } \sum_{k=1}^n 1 = n,
\end{aligned}$$

Використаємо позначення (2) в умові леми: A_t . Тоді, отримаємо

$$\begin{aligned}
& \left(\sum_{k=1}^n \frac{x_k(k+1)}{k} \right) \cdot \left(\sum_{k=1}^n \frac{x_k k}{k+1} \right) = \left(\frac{a_t}{t+1} n^{t+1} + O(n^t) + a_0 \sum_{k=1}^n \frac{1}{k} \right) \times \\
& \quad \times \left(\frac{a_t}{t+1} n^{t+1} + O(n^t) + A_t \cdot \sum_{k=1}^n \frac{1}{k+1} \right) \\
& \quad = \left(\frac{a_t}{t+1} n^{t+1} + O(n^t) + a_0 \sum_{k=1}^n \frac{1}{k} \right) \times \\
& \quad \times \left(\frac{a_t}{t+1} n^{t+1} + O(n^t) + A_t \left(\sum_{k=1}^n \frac{1}{k} + \frac{1}{n+1} - 1 \right) \right) = \\
& = O(n^{2t+1}) + \left(\frac{a_t}{t+1} \right)^2 \cdot n^{2t+2} + \left(\frac{a_t(a_0 + A_t)}{t+1} \cdot n^{t+1} + O(n^t) \right) \cdot \sum_{k=1}^n \frac{1}{k} \\
& \quad + a_0 A_t \cdot \left(\sum_{k=1}^n \frac{1}{k} \right)^2.
\end{aligned}$$

Виконаємо заміну:

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{k} = x.$$

Зрозуміло, що

$$\left\{ \begin{array}{l} x > \sum_{k=1}^n \frac{1}{n} = n \cdot \frac{1}{n} = 1 \\ x < \sum_{k=1}^n 1 = n \end{array} \right.$$

Тобто, $x \in (1; n)$. Лема доведена.

Зауважимо, що лема 1 використовується при доведенні достатньої умови та необхідної умови належності послідовностей многочленів, класу послідовностей типу r (із відповідними доведеннями можна ознайомитися у першоджерелі [5]).

Теорема 1. (достатня умова належності послідовності многочленів, класу послідовностей типу r). Нехай $t \in \mathbb{Z}, t \geq 0, a_0, a_1, \dots, a_{t-1}, a_t \in \mathbb{R}, a_t \neq 0, r > \left(\frac{a_t}{t+1}\right)^2$. Тоді, числова послідовність многочленів є послідовністю типу r .

Теорема 2. (необхідна умова належності послідовності многочленів, класу послідовностей типу r). Нехай $t \in \mathbb{Z}, t \geq 0, a_0, a_1, \dots, a_{t-1}, a_t \in \mathbb{R}, a_t \neq 0, a_0 + A_t \neq 0$, та числова послідовність многочленів є послідовністю типу r . Тоді, $r \geq \left(\frac{a_t}{t+1}\right)^2$.

Тепер відмітимо два способи шифрування побудовані на отриманих вище результатах.

МЕТОД ШИФРУВАННЯ ПОБУДОВАНИЙ НА МНОГОЧЛЕНАХ ПОСЛІДОВНОСТЕЙ ТИПУ r

Ідея цього методу шифрування. Нехай символів у тексті $t + 1$. Кожному символу тексту, згідно таблиці 1, ставимо у взаємно-однозначну відповідність натуральне числа $\sqrt{r_k}, k = 1, 2, \dots, t + 1$. Для кожного натурального $\sqrt{r_k}$, за формулами

$$\sqrt{r_k} = \frac{a_{k+1}}{t-k+2} \Leftrightarrow a_k = (t - k + 2)\sqrt{r_k} - 1, k = 1, 2, \dots, t +$$

1. (3)

обчислюємо натуральні числа a_k . При цьому для коефіцієнтів многочлена виконується наступна умова: послідовність $\{a_1 n^t + a_2 n^{t-1} + \dots + a_t n + a_{t+1}\}_{n=1}^{\infty}$ належить типу r_1 , послідовність $\{a_2 n^{t-1} + \dots + a_t n + a_{t+1}\}_{n=1}^{\infty}$ належить типу r_2 , ..., послідовність $\{a_t n + a_{t+1}\}_{n=1}^{\infty}$ належить

типу r_t , послідовність $\{a_{t+1}\}_{n=1}^{\infty}$ належить типу r_{t+1} , де натуральні числа r_1, r_2, \dots, r_{t+1} записані формулами (3).

Таблиця 1

Символ тексту	Пробіл	а"	б"	в"	г"	і"	д"	е"	є"	ж"	з"
Значення числа $\sqrt{r_k}$	1									0	1

Продовж. табл. 1

Символ тексту		и"	і"	ї"	й"	к"	л"	м"	н"	о"	п"	р"
Значення числа $\sqrt{r_k}$		2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2

Продовж. табл. 1

Символ тексту	с"	т"	у"	ф"	х"	ц"	ч"	ш"	щ"	ь"	ю"	ц"
Значення числа $\sqrt{r_k}$	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	8

Продовж. табл. 1

Символ тексту	ч"	ш"	щ"	ь"	ю"	я"	,"	:"	—"	;"	."
Значення числа $\sqrt{r_k}$	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

я числа

$$\sqrt{r_k}$$

Алгоритм зашифрування.

1. Рахуємо кількість символів у тексті, при цьому враховуємо пробіл, як символ. Кількості символів присвоюємо значення $t + 1$.
2. Утворюємо цикл по символам тексту $k = 1, 2, \dots, t + 1$, де k – номер символу у тексті. У цьому циклі величинам $\sqrt{r_k}$, присвоюємо значення згідно таблиці 3.1 та для кожного k знаходимо ціле число a_k по формулам (3).
3. Виводимо символи у порядку $a_1 a_2 \dots a_{t+1}$. Це і буде шифрування.

Алгоритм розшифрування.

1. Рахуємо кількість символів у тексті. Кількості символів присвоюємо значення $t + 1$.
2. Утворюємо цикл по символам тексту $k = 1, 2, \dots, t + 1$, де k – номер символу у тексті. У цьому циклі для кожного натурального числа a_k , $k = 1, 2, 3, \dots, t, t + 1$ обчислюємо натуральне число $\sqrt{r_k}$ за формулою (3).
3. Кожному значенню натурального числа $\sqrt{r_k}$, знаходимо згідно таблиці його символ.
4. Виводимо розшифрований текст.

МЕТОД ШИФРУВАННЯ ПОБУДОВАНИЙ НА ЛІНІЙНИХ ЧИСЛОВИХ ПОСЛІДОВНОСТЯХ ТИПУ r .

У випадку $t = 1$ наслідком теореми 1 буде наступний результат.

Наслідок 1. Нехай $a \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$, $r > \frac{a^2}{4}$. Тоді, послідовність $\{an\}_{n=1}^{\infty}$ є послідовністю типу r .

Ідея цього методу шифрування. Кожному символу тексту, згідно таблиці 2, ставимо у відповідність натуральне число $n_0^{(i)}$, де i – порядковий номер символу у тексті, а $n_0^{(i)}$ – перший номер для якого виконується нерівність (1) для послідовності $\{a_i n\}_{n=1}^{\infty}$. При цьому коефіцієнт a_i та натуральне число r_i , зв'язані співвідношенням

$$\begin{aligned} a_i &= [2\sqrt{r_i}] - 1, \quad i \\ &= 1, 2, \dots, m. \end{aligned} \tag{4}$$

Отже, номер $n_0^{(i)}$ існує, так як послідовність $\{a_i n\}_{n=1}^{\infty}$ належить типу r_i . Шифруємо i -ий символ тексту натуральним числом r_i , $i = 1, 2, \dots, m$.

Зауваження. При даному процесі шифрування, відповідність між текстом та шифром не буде взаємно-однозначною. Кожному тексту можуть відповідати багато (можливо, безліч) різних шифрів, внаслідок того, що кожному натуральному числу $n_0^{(i)}$, може відповідати декілька (можливо, безліч) значень натурального числа r_i . Але кожному шифру відповідає єдиний текст, бо кожному натуральному числу r_i відповідає єдине натуральне число $n_0^{(i)}$, а йому, згідно таблиці 2, єдиний символ тексту.

Алгоритм зашифрування.

1. Рахуємо кількість символів у тексті, при цьому враховуємо пробіл, як символ.

Кількості символів присвоюємо значення m .

2. Утворюємо цикл по символам тексту $i = 1, 2, \dots, m$, де i – номер символу у тексті. У цьому циклі, згідно таблиці 2, кожному символу тексту ставимо у відповідність натуральне число $n_0^{(i)}$, $i = 1, 2, \dots, m$.

3. Всередині першого циклу, для кожного $n_0^{(i)}$, утворюємо другий цикл по натуральним r . При цьому, цикл продовжується до того r , для якого виконується нерівність (1) для першого номера, що дорівнює $n_0^{(i)}$. Знайдене значення r , приймаємо за r_i .

4. Всередині другого циклу, при фіксованому натуральному r , утворюємо третій цикл по натуральним n , до тих пір, поки не виконується нерівність (1) для послідовності $\{a_i n\}_{n=1}^{\infty}$, де a_i обчислюється за формулою (4).

5. Виводимо символи у порядку r_1, r_2, \dots, r_m . Це і буде шифрування.

Зауваження. Для кожного натурального числа $n_0^{(i)}$, згідно пункту 3, обов'язково знайдеться натуральне r (причому, можливо, не одне), так як за таблицею 2, числа $n_0^{(i)}$ підібрані таким чином, щоб для кожного з них, хоча б одне натуральне число r існувало. Якщо ж відповідне число r не єдине, то для шифру можна брати будь-яке з них.

Алгоритм розшифрування.

1. Рахуємо кількість символів у тексті. Кількості символів присвоюємо значення m .

2. У циклі для кожного символу r_i , $i = 1, 2, 3, \dots, m$ обчислюємо натуральне число a_i за формулою (4).

3. Для значень натуральних чисел a_i , r_i знаходимо значення $n_0^{(i)}$, $i = 1, 2, 3, \dots, m$, тобто значення першого номера для якого виконується нерівність (1).

4. За таблицею 2 знаходимо символ, який відповідає кожному $n_0^{(i)}$, $i = 1, 2, 3, \dots, m$. Виводимо розшифрований текст.

Таблиця 2

Символ	“П робіл”	а”	б”	в”	г”	ґ”	д”	е”	є”	ж”	з”
Значення числа $n_0^{(i)}$	1; 2	; 4	; 6	; 8	; 10	1; 12	3; 14	5; 16	7; 18	9; 20	1; 22

Продовж. табл. 2

Символ	и”	і”	ї”	й”	к”	л”	м”	н”	о”	п”	р”
Значення числа $n_0^{(i)}$	3; 24	5; 26	7; 28	9; 30	1; 32	3; 34	5; 36	7; 38	9; 40	1; 42	3; 44

Продовж. табл. 2

Символ	“	‘	“	“	“	“	“	“	“	“	‘
Символ	с”	т”	у”	ф”	х”	ц”	ч”	ш”	щ”	ь”	
Значення числа $n_0^{(i)}$	5; 46	7; 48	9; 50	1; 52	3; 54	5; 56	7; 58	9; 60	1; 62	3; 64	6 6

Продовж. табл. 2

Символ	“ю	“я	“,	“:	“	“;	“.
тексту	”	”	”	”	—”	”	”
Значен	65	6	6	7	73	7	7
ня числа $n_0^{(i)}$; 66	7; 68	9; 70	1; 72	; 74	5; 76	7; 78; 79; 80

На сам кінець зауважимо, що також автором написано програми на мові *Python*, які реалізують наведені вище алгоритми та які опубліковані у першоджерелі [5].

Висновки та перспективи подальших досліджень. Актуальність досліджуваної теми полягає у широкому використанні послідовностей, як математичної моделі для розв’язування математичних та прикладних задач. При цьому, отримані у роботі результати для послідовності типу r , можуть бути застосовані при використанні таких послідовностей на практиці та подальшому розвитку теорії для цих послідовностей. Також, є актуальними результати, які стосуються нових методів шифрування інформації, які мають великий ступінь захищеності.

У роботі отримано наступні результати, які належать особисто автору роботи:

1. Отримано достатні умови належності числової послідовності у вигляді многочленів, послідовностям типу r .
2. Отримано необхідні умови належності числової послідовності у вигляді многочленів, послідовностям типу r .
3. Автором, на основі отриманих математичних результатів, побудовано нові методи шифрування інформації.

У майбутніх дослідженнях, можна розглядати інші властивості послідовностей типу r та знаходити нові види таких послідовностей, а також створювати нові та вдосконалювати наявні методи шифрування інформації.

Список використаних джерел та літератури

1. Шиманська Г.А. Послідовність 1,125 / 3 етап Всеукраїнського конкурсу-захисту МАН, секція “Математика”, 2020. 28 с.
2. Всеукраїнський турнір юних математиків імені професора М.Й. Ядренка. URL: <http://tym.in.ua/2019/05/30/tym-2019-problems/>

3. Таргонська Є.А. Послідовність типу $\frac{p}{q}$ / 3 етап Всеукраїнського конкурсу-захисту МАН, секція “Математика”, 2022. 22 с.
4. Таргонська Є., Таргонський А. Числові послідовності типу r . Науковий пошук молодих дослідників : зб. наук. пр. студентів, магістрантів та викладачів / за заг. ред. Постової С. А., Вербівського Д. С., Карплюк С. О., Єремєєвої В. М. Житомир : Вид-во ЖДУ ім. І. Франка, 2023. Вип. 16. С. 183-190.
5. Таргонська Є.А. Використання числових послідовностей типу r у шифруванні / 3 етап Всеукраїнського конкурсу-захисту МАН, секція “Прикладна Математика”, 2024. 30 с.
6. Рудик О.Б. Числа Бернуллі. Математика в школі, 1998. № 2. С.52–54.

Чемерис Ольга

кандидат педагогічних наук, доцент,

доцент кафедри алгебри та геометрії,

Житомирський державний університет імені Івана Франка

ЗАДАЧІ ОПТИМІЗАЦІЇ ТРАНСПОРТНОЇ МЕРЕЖІ МОВОЮ PYTHON

Задачі оптимізації – це задачі, в яких необхідно знайти найкраще (оптимальне) рішення серед усіх можливих, урахувавши певні умови або обмеження [1, с. 4]. Такі задачі поширені в багатьох галузях, включаючи економіку, інженерію, логістику, науку про дані та багато інших.

Основними компонентами задач оптимізації є:

- *цільова функція (функція мети):* це функція, яку потрібно максимізувати або мінімізувати (наприклад, це може бути загальна сума витрат);
- *обмеження:* це умови, які повинні виконуватися при пошуку оптимального рішення; обмеження можуть бути записані у вигляді рівнянь або нерівностей, які описують допустимі значення змінних;
- *змінні:* це параметри, які можна змінювати в процесі оптимізації, щоб досягти оптимального значення цільової функції.

Задача оптимізації транспортної мережі є класичним прикладом задачі оптимального розподілу ресурсів у галузі логістики та транспорту. Один із найбільш відомих видів таких задач – це *задача транспортної оптимізації* [2].

Так, у теорії графів існує кілька класичних задач оптимізації транспортної мережі. Однією з найвідоміших є *задача про найкоротший шлях* (Shortest Path Problem) і *задача про максимальний потік* (Maximum Flow Problem) [3, с. 31].

Розглянемо приклад *задачі про найкоротший шлях*. Дано орієнтований або неорієнтований граф, в якому вершини – це міста, а ребра – дороги з певною довжиною або вартістю пересування між містами. Необхідно знайти найкоротший шлях від початкової вершини (міста) до кінцевої вершини (міста).

Вихідні дані задачі:

1) Граф $G = (V, E)$, де V – множина вершин, E – множина ребер.

2) Кожному ребру присвоєно вагу w , яка відповідає відстані або вартості пересування між вершинами

3) Вказана початкова (S) та кінцева (T) вершини.

Необхідно знайти найкоротший шлях від вершини S до вершини T .

Розв'язання задачі подамо за допомогою алгоритму Дейкстри, який сформульовано для графів без від'ємних ваг ребер. Він використовує жадібний підхід для поступового покращення відстаней до всіх вершин, починаючи з початкової вершини [3, с. 34].

Створимо ваговий граф із містами України: Львів, Івано-Франківськ, Тернопіль, Чернівці, Ужгород, Луцьк, Рівне, Житомир.

Для створення вагового графа з зазначеними містами використали структуру даних словника, де ключами будуть назви міст, а значеннями – вкладені словники, що містять сусідні міста та ваги ребер (наприклад, відстані між містами) [4]:

Львів – Івано-Франківськ: 130 км	Луцьк – Львів: 150 км
Львів – Тернопіль: 140 км	Луцьк – Рівне: 70 км
Івано-Франківськ – Чернівці: 110 км	Рівне – Житомир: 190 км
	Львів – Рівне: 210 км

Івано-Франківськ –
Тернопіль: 140 км
Чернівці – Тернопіль: 160
км
Ужгород – Львів: 270 км

Житомир – Тернопіль:
320 км

Тепер реалізуємо граф в Python [5]:

```
# Визначення графа з вагами (відстанями) між
graph = {
    'Львів': {
        'Івано-Франківськ': 130,
        'Тернопіль': 140,
        'Ужгород': 270,
        'Луцьк': 150,
        'Рівне': 210
    },
    'Івано-Франківськ': {
        'Львів': 130,
        'Чернівці': 110,
        'Тернопіль': 140
    },
    'Тернопіль': {
        'Львів': 140,
        'Івано-Франківськ': 140,
        'Чернівці': 160,
        'Житомир': 320
    },
    'Чернівці': {
        'Івано-Франківськ': 110,
        'Тернопіль': 160
    },
    'Ужгород': {
        'Львів': 270
    },
    'Луцьк': {
        'Львів': 150,
        'Рівне': 70
    },
    'Рівне': {
        'Луцьк': 70,
        'Львів': 210,
        'Житомир': 190
    },
    'Житомир': {
        'Рівне': 190,
        'Тернопіль': 320
    }
}
```

```
{'Львів': {'Івано-Франківськ': 130,
           'Тернопіль': 140,
           'Ужгород': 270,
           'Луцьк': 150,
           'Рівне': 210},
 'Івано-Франківськ': {'Львів': 130, 'Чернівці': 110, 'Тернопіль': 140},
 'Тернопіль': {'Львів': 140,
               'Івано-Франківськ': 140,
               'Чернівці': 160,
               'Житомир': 320},
 'Чернівці': {'Івано-Франківськ': 110, 'Тернопіль': 160},
 'Ужгород': {'Львів': 270},
 'Луцьк': {'Львів': 150, 'Рівне': 70},
 'Рівне': {'Луцьк': 70, 'Львів': 210, 'Житомир': 190},
 'Житомир': {'Рівне': 190, 'Тернопіль': 320}}
```

Тепер можна знайти найкоротший шлях між двома містами за допомогою алгоритму Дейкстри (наприклад, між Ужгородом та Житомиром):

```
import heapq

def dijkstra(graph, start, goal):
    # Ініціалізація
    queue = [(0, start)]
    distances = {vertex: float('infinity') for vertex in graph}
    distances[start] = 0
    shortest_path = {}

    while queue:
        current_distance, current_vertex = heapq.heappop(queue)
```

```

if current_vertex == goal:
    path = []
    while current_vertex in shortest_path:
        path.append(current_vertex)
        current_vertex = shortest_path[current_vertex]
    path.append(start)
    path.reverse()
    return distances[goal], path

for neighbor, weight in graph[current_vertex].items():
    distance = current_distance + weight
    if distance < distances[neighbor]:
        distances[neighbor] = distance
        heapq.heappush(queue, (distance, neighbor))
        shortest_path[neighbor] = current_vertex

return float('infinity'), []

# Приклад використання
start_city = 'Ужгород'
end_city = 'Житомир'
distance, path = dijkstra(graph, start_city, end_city)
distance, path

```

↩ (670, ['Ужгород', 'Львів', 'Рівне', 'Житомир'])

Ця реалізація дозволяє створити ваговий граф з містами та відстанями між ними, а також знайти найкоротший шлях між двома заданими містами. Можна використовувати реальні дані про відстані між містами для точного моделювання транспортної мережі.

Щоб створити зображення потрібних міст на мапі України, можна теж скористатися мовою програмування Python та бібліотеками для роботи з географічними даними, такими як *geopandas* і *matplotlib*. Далі, можна написати код, який завантажить карту України, додасть координати міст і створить зображення:

```

import geopandas as gpd
import matplotlib.pyplot as plt

# Створимо словник з координатами міст
cities = {
    'Львів': (49.8397, 24.0297),
    'Івано-Франківськ': (48.9226, 24.7103),
    'Тернопіль': (49.5535, 25.5948),
    'Чернівці': (48.2908, 25.9344),
    'Ужгород': (48.6208, 22.2879),
    'Луцьк': (50.7472, 25.3254),
    'Рівне': (50.6199, 26.2516),
    'Житомир': (50.2547, 28.6587)
}

```



```

# Завантажимо географічні дані України
world = gpd.read_file(gpd.datasets.get_path('naturalearth_lowres'))
ukraine = world[world.name == 'Ukraine']

# Створимо DataFrame з координатами міст
city_names = list(cities.keys())
city_coords = list(cities.values())
city_df = gpd.GeoDataFrame(city_names, geometry=gpd.points_from_xy([coord[1] for coord in city_coords], [coord[0] for coord in city_coords]))

# Налаштування графіку
fig, ax = plt.subplots(1, 1, figsize=(10, 10))

# Відображення мапи України
ukraine.plot(ax=ax, color='lightgrey')

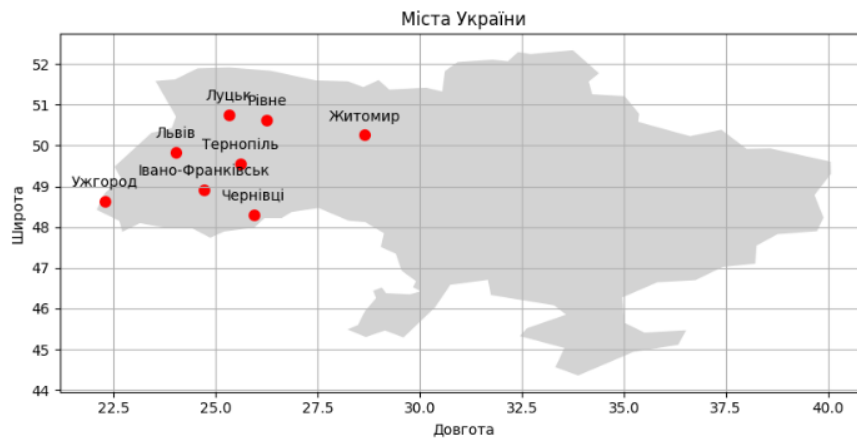
# Відображення міст
city_df.plot(ax=ax, color='red', markersize=50)

# Додавання підписів до міст
for i, city in enumerate(city_names):
    ax.annotate(city, (city_coords[i][1], city_coords[i][0]), textcoords='offset points', xytext=(0,10), ha='center')

# Налаштування відображення
plt.title('Міста України')
plt.xlabel('Довгота')
plt.ylabel('Широта')
plt.grid(True)

# Показати мапу
plt.show()

```



Задачі оптимізації є фундаментальними у багатьох галузях і дозволяють ефективно використовувати ресурси, підвищувати продуктивність та досягати кращих результатів у різних сферах діяльності. Розв'язання задач оптимізації вимагає застосування математичних методів та алгоритмів, які можуть варіюватися від простих до дуже складних в залежності від специфіки задачі.

Список використаних джерел та літератури

1. Методи оптимізації та пошуку оптимальних рішень : навч. посібник. Київ. КПІ ім. Ігора Сікорського, 2023. 73 с.
2. Подвальна Г.В. Оптимізація перевезень: проблеми використання «транспортної задачі». Львів. Національний університет «Львівська політехніка», 2012. С. 176-180.
3. Бартіш М.Я., Дудзяний І.М. Дослідження операцій. Частина 2. *Алгоритми оптимізації на графах*. Львів : ЛНУ ім. І.Франка, 2007. 120 с.
4. Таблиця відстаней між головними містами України. URL: <https://yourdriver.com.ua/uk/about-us/blog/korisna-informaciya> (дата звернення: 25.05.2024).

5. Вітаємо в Colaboratory (початок роботи) : веб-переглядач. URL: <https://colab.research.google.com/> (дата звернення: 25.05.2024).

Черняк Юрій

вчитель фізики ліцею № 23 м. Житомира,

Трофімчук Оксана

*викладач математики Житомирського агротехнічного фахового
коледжу*

ДО ПРОБЛЕМИ ЗАСТОСУВАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ МЕТОДІВ У ФІЗИЦІ

В сучасному житті фізика є джерелом знань про навколишній світ, що забезпечує рух у напрямку технічного прогресу. Водночас вона робить суттєвий внесок у розвиток духовності людини, допомагає формувати її світогляд. Фізика має велике значення для створення оптимальних природних умов для життя і діяльності людського організму та для існування людства на Землі, оскільки вона вивчає світ природи, допомагає підпорядкувати його математиці.

Саме тому у фізиці є окремий курс – теоретична фізика, який що допомагає здійснити теоретичний аналіз математичних моделей, за допомогою яких визначаються властивості, особливості і зв'язки в тих або інших умовах для кожного з об'єктів, які досліджуються. Математичні моделі дають можливість описати об'єкти дослідження за допомогою символів (переважною мірою математичних). Тобто математична модель це система математичних співвідношень, що описують досліджуваний процес або явище [4].

Для розробки та побудови математичних моделей широко використовують обчислення, вектори та координати, теорію множин, матриці та графіки, а також математичний аналіз та ін. [2; 3].

Розглянемо деякі приклади математичних моделей:

- Мальтузіанська модель - закон пропорційності між темпами зростання населення і чисельністю населення.
- Система «хижак-жертва» (Вольтер-Лотка) -співвідношення між чисельністю хижаків і чисельністю жертв.

- Модель оптимальної поведінки покупця – показує можливості покупця при обмеженому бюджеті
- Моделі Всесвіту – фізичні моделі будови і розвитку Всесвіту, науки тощо [4].

Вектори та координати найчастіше використовуються у фізиці під час вивчення:

- ✓ кінематики – опис положення тіла за допомогою вектору зміщення;
- ✓ механіки та динаміки – визначення сили;
- ✓ термодинаміки – при визначенні роботи - скалярної величина, яка дозволяє визначити квадрат зміни швидкості об'єкта, що виникає внаслідок сили, що чиниться над певним зміщенням;
- ✓ електрики та магнетизму – для визначення напруженості електричного поля, магнітної індукції тощо [1].

Знання поняття похідної та її застосування дає змогу кількісно оцінити швидкість зміни фізичних явищ і процесів у часі та просторі, наприклад, швидкість випаровування рідин, радіоактивного розпаду, зміни електричних струмів тощо. Вміння диференціювати та інтегрувати відкриває можливості для вивчення коливань і хвиль різної фізичної природи, а також для того, щоб більш глибоко вивчити механіку (знаходження швидкості, прискорення), потужності змінного струму тощо.

Знання про симетрію використовують для фізичного дослідження будови молекул і кристалів, вивчення створення зображень у плоских дзеркалах і лінзах, вивчення електричних і магнітних полів.

Застосування диференціальних рівнянь у фізиці дає можливість дослідити силу, густину середовища, швидкості, коливання тощо.

Таким чином, математика є потужним апаратом для вивчення фізики, більш детального дослідження як простих, так і складних фізичних процесів та розвитку науки й прогресу в цілому..

Список використаних джерел та літератури

1. Вакал Є.С. Методи математичної фізики в прикладах і задачах : навчальний посібник для студентів механіко-математичного факультету / Є. С. Вакал, А. В. Ловейкін. К.: Видавець Кравченко Я.О., 2020. 188 с.

2. Карбованець М.І., Лазур В.Ю. Методи математичної фізики: навчальний посібник (для студентів спеціальності 172 Телекомунікації та радіотехніка). Ужгород: Видавництво УжНУ “Говерла”, 2019. 74 с.
3. Методи математичної фізики / С. С. Піх, О. М. Попель, А. А. Ровенчак, І. І. Тальянський. Львів : ЛНУ ім. І. Франка, 2011. 404 с.
4. Подопригора Н.В., Трифонова О.М., Садовий М.І. Математичні методи фізики: навчальний посібник [для студ. вищ. навч. закл.]. Кіровоград: РВВ КДПУ ім. В.Винниченка, 2012. 300 с.

Шевчук Марина

здобувачка 1 курсу другого (магістерського) рівня вищої освіти освітньо-професійної програми «Інформатика в закладах освіти»,

Мельник Анна

*кандидат педагогічних наук,
старший викладач кафедри комп'ютерних наук
та інформаційних технологій*

Житомирський державний університет імені Івана Франка

ВИКОРИСТАННЯ СУЧАСНИХ ЦИФРОВИХ ТЕХНОЛОГІЙ В ОСВІТНЬОМУ ПРОЦЕСІ

У сучасному світі використання цифрових технологій в освітньому процесі є не лише актуальною, але й необхідною складовою розвитку освітньої сфери. Швидкі темпи технологічного прогресу вимагають постійного оновлення методів навчання та впровадження інноваційних підходів до освіти. В цьому контексті використання сучасних цифрових технологій стає ключовим чинником, що впливає на якість та ефективність навчального процесу.

Дослідження використання цифрових технологій в освіті має на меті вивчити потенціал цих інструментів у поліпшенні процесу навчання та забезпеченні доступу до якісної освіти для всіх шарів суспільства. Важливо зрозуміти, як цифрові технології можуть підтримати індивідуалізацію навчання, створити стимулююче та залучаюче навчальне середовище, а також підвищити рівень зацікавленості учнів у здобутті знань.

У даній статті розглядаються основні аспекти використання цифрових технологій в освітньому процесі, включаючи вплив таких інструментів як онлайн-платформи, віртуальна реальність, штучний інтелект та інші. Зокрема, акцентується увага на перевагах цифрових технологій у підвищенні доступності навчання, підтримці індивідуалізації процесу навчання та розвитку критичного мислення.

Дослідження з даної теми має велике практичне значення для освітян, а також для учнів та їхніх батьків. Розуміння та використання цифрових технологій в освіті може сприяти покращенню навчального процесу та підготовці молодого покоління до викликів сучасного світу.

Використання онлайн-платформ у навчанні принесло ряд важливих переваг. Вони забезпечують доступність навчального матеріалу для студентів незалежно від їхнього місця проживання та розкладу. Різноманітність навчальних ресурсів, доступних на платформах, дає студентам можливість вибирати та використовувати методи навчання, які найбільш відповідають їхнім потребам та стилю. [1, с. 20] Крім того, співпраця та взаємодія між студентами та викладачами стають доступними через онлайн-форуми та чати. Оцінювання знань та надання зворотного зв'язку також легше здійснювати через ці платформи. Індивідуалізація навчання стає реальністю завдяки можливості створення персоналізованих навчальних траєкторій для кожного студента. Такий підхід дозволяє кожному студентові розвиватися у власному темпі та отримувати матеріал у формі, яка найбільш ефективна для нього.

Використання віртуальної реальності (VR) у навчанні дозволяє створювати іммерсивні та реалістичні навчальні середовища, які поглиблюють занурення студентів у навчальний процес. Це може включати симуляції реальних сценаріїв, таких як лікарські вправи або інженерні практики, де студенти можуть отримати практичний досвід без ризику для життя та здоров'я. Крім того, віртуальна реальність дозволяє індивідуалізувати навчання та адаптувати його до потреб кожного студента, що сприяє ефективному засвоєнню матеріалу. VR також створює можливості для співпраці та комунікації між студентами та викладачами у віртуальному просторі, що розвиває комунікативні навички та сприяє взаєморозумінню. Іммерсивна природа віртуальної реальності також

підвищує мотивацію та зацікавленість студентів у процесі навчання, що може позитивно вплинути на їхні результати та досягнення.

Використання штучного інтелекту (ШІ) в освітньому процесі має великий потенціал для покращення навчання та навчального середовища. ШІ може забезпечити індивідуалізоване навчання, враховуючи потреби кожного студента, а також адаптувати навчальні програми до їхніх можливостей та інтересів. Він може використовуватися для розробки персоналізованих навчальних матеріалів, автоматичної оцінки студентських робіт та надання зворотного зв'язку. [2, с. 10] ШІ також може стати інструментом для збору та аналізу даних про навчання, що допоможе вчителям у виявленні потенційних проблем у навчанні та вдосконаленні методів викладання. Крім того, використання ШІ може сприяти розвитку нових педагогічних моделей та методик навчання, а також забезпечити доступ до якісної освіти для всіх шарів суспільства, незалежно від їхнього рівня знань та соціального статусу.

Усе більша роль цифрових технологій у сучасному освітньому процесі свідчить про їхню велику перспективність у покращенні доступності навчання, індивідуалізації процесу навчання та розвитку критичного мислення. Інтеграція цифрових інструментів та платформ у навчальну практику відкриває нові можливості для студентів та викладачів, сприяючи більш ефективному та ефективному навчанню [3, с. 220].

Завдяки цифровим технологіям, навчання стає більш гнучким та доступним, забезпечуючи студентам можливість отримувати навчальний матеріал у будь-який час та з будь-якого місця. Крім того, індивідуалізація навчального процесу дозволяє адаптувати навчання до потреб кожного студента, що сприяє його більш успішному засвоєнню матеріалу.

Не менш важливою є роль цифрових технологій у розвитку критичного мислення студентів. Вони надають доступ до різноманітних джерел інформації та інструментів для її аналізу та оцінки, сприяючи розвитку навичок критичного мислення та самостійного навчання.

Отже, використання цифрових технологій у навчальному процесі відкриває безліч нових можливостей, що сприяють покращенню якості освіти та підготовці студентів до викликів сучасного світу.

Список використаних джерел та літератури

1. Биков В. Ю., Гуржій А. М., Шишкіна М. П. Концептуальні засади формування і розвитку хмаро орієнтованого навчально-наукового середовища закладу вищої педагогічної освіти. Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання в підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми. 2018. Вип. 50. С. 20–25.
2. Генсерук Г. Цифрова компетентність як одна із професійно значущих компетентностей майбутніх учителів. Відкрите освітнє е-середовище сучасного університету. 2019. Вип. 6. С. 8–16.
3. Спірін О. М., Носенко Ю. Г., Яцишин А. В. (2016). Сучасні вимоги і зміст підготовки наукових кадрів вищої кваліфікації з інформаційно-комунікаційних технологій в освіті. Інформаційні технології і засоби навчання. 2016. Вип. 56 (6). С. 219–239.

Щербінін М. О.

здобувач другого (магістерського) рівня вищої освіти

Механіко-математичний факультет,

Ткаченко М. Є.

Кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент

Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара

Дніпро, Україна

РОЗВИТОК КРЕАТИВНОСТІ ШКОЛЯРІВ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

Однією із ключових компетентностей Нової української школи, описаних в [1] є ініціативність і підприємливість. Уміння генерувати ідеї та ініціативи на пряму залежать від такої здібності, як «креативність», вміння творчо підійти до розв'язання проблеми. У 2022 році було проведене міжнародне дослідження PISA щодо оцінювання формування у школярів креативного мислення, результати якого були перекладені УЦОЯО [2]. В даних дослідженнях зазначено, що формування креативного мислення, міститься як компонент в навчальних програмах з математичних дисциплін в 79% країн/економік. Крім того, в [2] зазначається: «Незважаючи на те, що креативне мислення спирається на знання й навички, які стосуються конкретної сфери, експерти вважають, що його можна навчати в межах усіх

шкільних предметів. У шкільному навчанні можливі різні «повсякденні» форми творчої роботи.»

У даних тезах наведено декілька пропозицій щодо навчання та розвитку креативності на уроках математики в закладах загальної середньої освіти:

- замість стандартних задач можна запропонувати учням до розв'язання нестандартні задачі, такі як задачі на логіку, комбінаторику, парадокси, розв'язання яких потребує нестандартного та творчого підходу (можна використовувати різнорівневі задачі, об'єднавши учнів в групи, що розвиває навички спілкування, співпраці та командної роботи); крім того, можна учням запропонувати створювати свої власні задачі;

- останнім часом популярним видом учнівських завдань стало виконання проєктів, які вимагають творчого підходу, та теми яких можуть бути пов'язані з реальним життям, історією, мистецтвом, наукою. Можна запропонувати учням створити візуальні проєкти за темами уроків (діаграми, графіки, ментальні карти, картинки, відеоролики та ін.), що дасть змогу їм краще зрозуміти математичні поняття та їх властивості;

- зважаючи, що діти люблять гратися, такі способи розвинення креативності та творчості у школярів як рольові ігри на математичні теми мають сподобатися учням та внести елементи гри в навчання. Учні можуть виступати в ролі персонажів, які вирішують конфлікти, пов'язані з математикою, або створювати власні математичні історії;

- розвиток творчих здібностей невід'ємний від розвитку особистості, тому проводячи урок у формі дискусій з різних математичних тем, вчитель допомагає розвитку в учнів критичного мислення, навичок аргументації та вміння відстоювати свою точку зору. Поєднаємо дискусії з дослідницькою та проєктною діяльністю, яка стосується використання математики в реальному житті: пропонуємо учням дослідити, як математичні поняття застосовуються в різних галузях, таких як наука, інженерія, фінанси, мистецтво, музика, та проводимо дебати за результатами дослідження.

Пропонуємо до використання такі вправи.

Вправа для молодших школярів.

Гра "Скільки?". Вчитель обирає будь-яке число, пише його на кубіку та кидає його учням по черзі. Їх завданням буде придумати якомога більше

математичних виразів, які дають у результаті це число. Наприклад, якщо число 5, то вирази можуть бути: $2 + 3$, $5 - 0$, $10 / 2$, $1 \cdot 5$, $5 + 0$, $6 - 1$, $7 - 2$, $8 - 3$, $9 - 4$.

Вправи для старших школярів:

1) Вчитель формулює некоректну задачу, пропонує учням розв'язати та знайти невідповідності, потім пропонує самостійно придумати такі задачі.

2) Вчитель пропонує учням придумати, описати та зобразити таку просторову фігуру, назви якої не існує, наприклад, многогранник «трапецид», а також спробувати сформулювати та довести її властивості.

3) Вчитель пропонує учням відтворити, наприклад, за допомогою пластиліну просторову фігуру за декількома її проєкціями на різні площини. Завданням буде створити якомога більше таких об'єктів. Дана вправа розвиває, не тільки творчі навички, але й просторову уяву.

Важливими умовами при навчанні, зокрема, розвитку креативності в учнів є створення атмосфери, в якій учні не бояться помилятися та пропонувати нові ідеї, головне – це те, щоб учні отримували задоволення від процесу навчання, творчості, генерації та розвитку своїх ідей.

Отже, підсумовуючи вищезазначене, стверджуємо, що розвиток творчих здібностей школярів є нагальною задачею сучасної школи. В тезах надаються практичні рекомендації та вправи з розвитку креативності в учнів на уроках математики.

Список використаних джерел

1. Нова українська школа. Концептуальні засади реформування середньої школи [Електронний ресурс]. URL: <https://mon.gov.ua/storage/app/media/zagalna%20serednya/nova-ukrainska-shkola-compressed.pdf> (дата звернення 14.05.2024).

2. Як системи освіти інтегрують креативне мислення в школі [Електронний ресурс]. URL: <https://testportal.gov.ua/yak-systemy-osvity-integruyut-kreatyvne-myslennya-v-shkoly/> (дата звернення 14.05.2024).

Щехорський Анатолій

*кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри
математичного аналізу, бізнес-аналізу та статистики
Житомирський державний університет імені Івана Франка*

АЛГОРИТМИ ПОХІДНИХ ВІДОБРАЖЕНЬ

Відображення f евклідових просторів R^m в R^n називають складним, якщо його можна задати як суперпозиція функцій $Y = f(G(X)), Y = (y_1, \dots, y_n), X = (x_1, \dots, x_m), f = (f_1, \dots, f_n), G = (g_1, \dots, g_k)$. Важливим питанням є отримання формул частинних похідних, повних диференціалів довільного порядку за аргументами складних відображень. Відомий окремий випадок складної формули похідної для функції двох змінних, коли зовнішня функція f є добуток функцій – формула Лейбніца, $F(x) = f(g_1(x), g_2(x)) = g_1(x)g_2(x)$, її можна отримати методом математичної індукції по порядку похідної і на кінець, записати код алгоритму на алгоритмічних мовах символічної математики.

Знайти методом математичної індукції алгоритм похідної, навіть для складної функцій однієї змінної $F(x) = f(g(x))$, неможливо по причині появи при кожному диференціюванні нових доданків, які не є індуктивним продовженням доданків попередніх диференціювань. Виникає проблема знаходження структурних форм похідних складних функцій і їх алгоритмічного використання.

Мета статті. На нинішній час структурної форми похідної складної функції, для практичного її використання, не існує за відсутності алгоритму її утворення. В статті така форма пропонується, а також програмний продукт створення її алгоритму з використанням систем комп'ютерної математики.

Виклад основного матеріалу. Оскільки прямої рекурентної формули для похідної складної функції n -го порядку не існує, то її подання можливе у символічному вигляді. Для складної функції $F(x) = f(g_1(x), \dots, g_k(x))$ зовнішню похідну по змінній $g_s (1 \leq s \leq k)$ позначимо через $D_s f$, а i – ту похідну від функції $g(x)$ – через $g^{(i)}(x)$. Похідну s -того порядку від функції $F(x)$ позначимо як результат дії на функцію f лінійного оператора $A_s(g_1, \dots, g_k)$ порядку s з коефіцієнтами, залежними від

функцій $g_1(x), \dots, g_k(x)$ і їх похідних, C_n^k - число комбінацій із n - елементів по k елементів.

Теорема 1. Для похідної складної функції багатьох змінних має місце символічна формула

$$F^{(n)}(x) = \begin{vmatrix} g_1' & g_2' & g_3'' & \dots & A_n(g_1, \dots, g_k) \\ -1 & g_1' D_1 & C_2^1 g_2' D_1, \dots & C_m^1 A_{n-1}(g_1, \dots, g_k) \\ 0 & -1 & g_1' D_1 & \dots & C_n^2 A_{n-2}(g_1, \dots, g_k) \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \dots & C_n^{n-1} A_1(g_1, \dots, g_k) \\ 0 & 0 & 0 & \dots & g_1' D_1 \end{vmatrix} \quad (1)$$

Слід зауважити, що формула (1) носить назву символічної завдяки умовної заміни оператора при обчисленні визначника оператора зовнішнього диференціювання на операцію множення.

Формулу (1) можна отримати індукцією по порядку похідної функції $F(x)$. Для $n = 1, 2$ формула (1) перевіряється безпосередньо. Нехай формула (1) справедлива для похідної n -го порядку. Будемо вважати, що $A_0(g_1, \dots, g_k)$ одиничний оператор. Розклад визначника кожен раз за елементами останньої строчки приводить до рекурентної формули

$$F^{(n)}(x) = \sum_{i=0}^n C_{n-i}^i A_{n-i}(g_1) A_i(g_2, \dots, g_k) f \quad (2)$$

Досить довести, що формула (2) має місце і для похідної $F^{(n+1)}(x)$.

$$\begin{aligned} F^{(n)}(x) &= \left(\sum_{i=0}^n C_n^i A_{n-i}(g_1) A_i(g_2, \dots, g_k) f \right) = \sum_{i=0}^n C_n^i A_{n-i+1}(g_1) A_i(g_2, \dots, g_k) f + \\ &\sum_{i=0}^n C_n^i A_{n-1}(g_1) A_{i+1}(g_2, \dots, g_k) f = A_{n+1}(g_1) f + \sum_{i=1}^n (C_n^i + C_n^{i-1}) A_{n-i+1}(g_1) A_i(g_2, \dots, g_k) f + \\ &A_{n+1}(g_2, \dots, g_k) f = \sum_{i=0}^{n+1} C_{n+1}^i A_{n-i+1}(g_1) A_i(g_2, \dots, g_k) f \end{aligned}$$

Зауважимо, коли оператор $A(g_0)$ вважати нульовим і покласти в теоремі 1 $k=0$, то отримаємо символічну формулу для похідної складної функції однієї змінної

$$F^{(n)}(x) = \begin{vmatrix} g_1' & g_2' & g_3'' & \dots & g^{(n)} \\ -1 & g_1' D & C_2^1 g_2' D, \dots & C_m^1 g^{(n-1)} D \\ 0 & -1 & g_1' D & \dots & C_n^2 g^{(n-2)} D \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \dots & C_n^{n-1} g^{(1)} D \\ 0 & 0 & 0 & \dots & g_1' D \end{vmatrix} Df$$

Формула для похідної однієї змінної має символічний вид ще тому, що для її практичного використання потрібно мати числові значення елементів-функцій визначника (3), які можна отримати при його розкритті за елементами останньої строчки ,

$$F^{(n)}(x) = \sum_{i=0}^n C_{n-1}^i g^{(n-i)}(x) A_{n-i}(g_1) f \quad (3)$$

Теоретично, розкриття визначників $A_{n-i}(g_1)$ приводить до скалярного добутку вектора похідних функції $f^{(i)}(g)$ і вектора, елементи якого є лінійні комбінації похідних функції $g(x)$ (коефіцієнти при похідних функції $f^{(i)}(g)$). Рекурентним утворенням отримані коефіцієнти при старших похідних функції f не підлягають. Фактично, виникає проблема отримання виду многочлена відносно старшої похідної функції f за кожним кроком її диференціювання по аргументу g . Такий многочлен отримано завдяки побудованому алгоритму з використанням програмного ресурсу систем комп'ютерної математики таких як, Mathematic, Maple, Mathcad Pro, Mathcad Prime, MatLab та інші. На Рис.1 приведені фрагменти в системі Mathcad Pro [1] виводу результатів коду многочленів другого і третього порядків похідної складної функції

$$\begin{aligned} \text{H-r} \rightarrow & \frac{d^2}{dg^2} f(g) \cdot \left(\frac{d}{dx} g(x) \cdot \frac{d^2}{dx^2} g(x) \cdot C_{0,0} \cdot C_{1,2} + \frac{d}{dx} g(x) \cdot \frac{d^2}{dx^2} g(x) \cdot C_{0,1} \cdot C_{2,2} \right) + \frac{d^3}{dx^3} g(x) \cdot \frac{d}{dg} f(g) \cdot C_{0,2} + \left(\frac{d}{dx} g(x) \right)^3 \cdot \frac{d^3}{dg^3} f(g) \cdot C_{0,0} \cdot C_{1,1} \cdot C_{2,2} \\ & \frac{d^2}{dg^2} f(g) \cdot C_{0,0} \cdot C_{1,1} \cdot \left(\frac{d}{dx} g(x) \right)^2 + \frac{d^2}{dx^2} g(x) \cdot \frac{d}{dg} f(g) \cdot C_{0,1} \end{aligned}$$

Рис.1

Фрагменти програми (Рис.1) дають відповідь на питання неможливості отримати рекурентну формулу похідної складної функції. Доведено методом кодової індукції, що наступна похідна від попереднього виразу похідної формує додаткові члени, які не входять в попередні вирази

і не є рекурентними отриманим. Отриманий алгоритм дає можливість мати тільки структуру додаткових членів.

Безпосереднє визначення числового значення похідної n -го порядку складної функції не викликає утруднень. Використання приведених формул доцільне, коли треба мати символічний вектор похідних від l -го до n -го порядку в теоретичних дослідженнях. В чисельних дослідженнях виникає потреба задовольнити початкові умови Коші розв'язку диференціального рівняння, який є складною функцією, або отримати рекурентні його оцінки.

Висновки та перспективи подальших досліджень . Створена програма дозволяє в перспективі записати код похідних довільного порядку не тільки для комп'ютерних систем, які мають ядро символічної математики, але і для інших комп'ютерних систем наприклад, для Python заміною оператора диференціювання різницеvim оператором.

Список використаних джерел та літератури.

1. Кондрат А. М., Кондрат М. М. Науково-технічні обчислення засобами Mathcad. Навч. посібник. Рівне НУВГП, 2014. 252 с.

Щехорський Анатолій

*кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри
математичного аналізу, бізнес-аналізу та статистики*

Житомирський державний університет імені Івана Франка

Україна, м.Житомир

МОДЕЛЮВАННЯ ПОКАЗНИКІВ МІНЛИВОСТІ В ОПИСОВІЙ СТАТИСТИЦІ

Дескриптивна статистика займається обробкою статистичних даних у вигляді таблиць і графіків, а також кількісним представленням за основними статистичними показниками зокрема, показниками мінливості. Показники мінливості не роблять висновок про генеральну сукупність, а лише про об'єкти вибірки і тому підлягають модельному процесу їх виникнення.

Мета статті. В літературних джерелах показники мінливості описової статистики мають емпіричне походження. На прикладі

коефіцієнта варіації запропоновано пояснити їх походження на основі математичного моделювання.

Виклад основного матеріалу. Для прикладу розглядається задача, в якій за розміром заробітних плат x_1, \dots, x_n і y_1, \dots, y_m співробітників двох фірм потрібно знайти показник найбільш ефективний для клієнта фірм. Такий показник повинен бути відносним безрозмірним і не перевищувати одиниці. На перший погляд такий показник можна побудувати наступним способом. Середній степінь (частка, доля) відхилення від середньої всіх зарплат в загальному відхиленні визначається за формулою

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{|x_i - \bar{x}|}{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|}, \quad (1)$$

Формула (1) приводить до константи $\frac{1}{n}$ і тому не може слугувати відносним порівняльним показником. Середнє відхилення заробітної плати в загальному відхиленні однакове для всіх фірм за даним об'ємом статистичних даних.

Частка окремого лінійного відхилення в загальному відхиленні не приводить до бажаного показника. Для отримання потрібного показника у формулі (1) пропонується заміна загального відхилення $\sum_{j=1}^n (x_j - \bar{x})^2$ на степеневу функцію, близьку до лінійної, $\varphi(|x_i - \bar{x}|) = |x_i - \bar{x}|^\alpha$ ($\alpha > 1$). Після відповідних перетворень формула (1) матиме наступний вигляд

$$\sum_{j=1}^n \frac{|x_j - \bar{x}|}{n \sum_{u=1}^m \varphi(|x_i - \bar{x}|)} = \sum_{j=1}^n \frac{|x_j - \bar{x}|}{\frac{n^2 |x_i - \bar{x}|^\alpha}{n}} \quad \text{Приведемо знаменник до лінійних одиниць}$$

$$\text{виміру, } \sum_{j=1}^n \frac{|x_j - \bar{x}|}{\sqrt[\alpha]{\frac{n^2 |x_i - \bar{x}|^\alpha}{n}}} = \sum_{i=1}^n \frac{\frac{|x_j - \bar{x}|}{n^{\frac{2}{\alpha}}}}{\sqrt[\alpha]{\frac{|x_i - \bar{x}|^\alpha}{n}}}. \quad \text{За змістом, чисельник повинен бути}$$

середнім лінійним відхиленням. Це можливо тільки при $\alpha=2$. Отримаємо показник

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{|x_j - \bar{x}|}{\sigma} \quad (2)$$

де $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|^2}{n}}$ є середнім квадратичним відхиленням значень

ознаки

За формулою (2) отримано показник, як степінь (частка, доля) середнього відхилення ознаки (зарплати) в загальному її відхиленні (відхиленні заробітних плат)

$$d_s = \frac{\sum_{j=1}^n |x_j - \bar{x}|}{n\bar{\sigma}} \quad (3)$$

Для завершення побудови показника, слід довести нерівність $d_s < 1$, Дана нерівність отримується завдяки нерівності Коші-Буняковського, $\left| \sum_{i=1}^n a_i b_i \right|^2 \leq \sum_{i=1}^n a_i^2 \sum_{i=1}^n b_i^2$. Покладаючи в ній $a_i = |x_i - \bar{x}|$, $b_i = 1$ отримаємо приведену нерівність. Отриманий показник (3) може бути використаний в створенні моделі показників, які функціонально залежать від середнього квадратичного відхилення, шляхом заміни змінних. Наприклад, із показника варіації ознаки $V = \frac{\sigma}{\bar{x}}$ можна, шляхом заміни x_i на $x_j - x$, враховуючи $x_i > 0$ і інваріантність виразу $x_j - x$, за такої заміни, ($x_j - \bar{x} - \overline{x_i - \bar{x}} = x_j - \bar{x} - \bar{x_i} + \bar{\bar{x}} = x_j - \bar{x} - \bar{x} + \bar{x} = x_j - \bar{x}$), отримати формулу

$$V = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|^2}{n}}}{\frac{\sum_{u=1}^n |x_i - \bar{x}|}{n\sigma}} = \frac{1}{d_s}. \text{ Звідки, } d_s = \frac{\sum_{u=1}^n |x_i - \bar{x}|}{n\sigma} ..$$

Стосовно прикладу, порівняння набору даних (заробітних плат), що належать до різних сукупностей, можна здійснювати за коефіцієнтом варіації даних, а також коефіцієнта варіації відхилень, з якого відбувається отримання коефіцієнта варіації самих даних.

Висновки та перспективи подальших досліджень. За статистичними даними в статті за модельним принципом відбулась побудова показника середньо квадратичного відхилення і на його основі коефіцієнта варіації. Аналогічно можна отримати походження і інших показників одновимірної описової статистики. Перспективи подальших

досліджень полягають у визначенні походжень показників багатовимірної дескриптивної статистики.

Список використаних джерел та літератури

1. Бахрушин В.Є Методи аналізу даних : навчальний посібник для студентів. – Запоріжжя: КПУ, 2011. – 268 с.2.
2. Іващенко П.О., Семеняк І.В., Іванов В.В. Багатовимірний статистичний аналіз. – Харків: Основа, 1992. – 144 с..

