Климчук В.О. Багатомірне шкалювання у психології: можливості обробки даних без комп’ютера // Практична психологія та соціальна робота. – 2008. – №9. – С. 72-75.

БАГАТОМІРНЕ ШКАЛЮВАННЯ У ПСИХОЛОГІЇ: МОЖЛИВОСТІ ОБРОБКИ ДАНИХ БЕЗ КОМП’ЮТЕРА

Віталій Климчук,
кандидат психологічних наук, доцент,
кафедра соціальної та практичної психології
соціально-психологічного факультету
Житомирського державного університету імені Івана Франка

Вступ

На сторінках журналу “Практична психологія та соціальна робота” (Климчук В.О., 2006, №4; 2006, №8; 2007, №6) ми торкнулися проблеми використання багатомірних математико-статистичних методів для обробки результатів психологічних досліджень (факторний аналіз, кластерний аналіз та багатомірне шкалювання). Для факторного та кластерного аналізу ми представили методи обчислень без використання комп’ютерних програм (метод Ф. Франселли-Д. Банністера; метод В.Ю. Крилова-Т.В. Острякової), та оминули увагою багатомірне шкалювання. Щоб заповнити цей пробіл і була підготовлена ця стаття. Для початку нагадаємо, які задачі допомагає вирішувати багатомірне шкалювання.

Мета та задачі багатомірного шкалювання.

А.Ю. Терьохіна [12, с. 76] вказує, що “...задача БШ полягає у тому, щоб *виявити структуру множини стимулів*, що вивчаються. Під виявленням структури розуміється виділення набору основних факторів (параметрів), за якими різняться стимули, і опис кожного стимулу у термінах цих факторів (параметрів)”. С.В. Дронов [3, с. 179] вказує, що БШ “...орієнтоване на *надання дослідницьким даним наочної структури.* Задача БШ вважається вирішеною, якщо вдається зобразити усі дані у вигляді точок простору відносно невеликої розмірності”. А.Д. Наслєдов [9, с. 299] виділяє мету і завдання БШ. Мета – *виявлення структури множини об’єктів.* Завдання – “...*реконструкція* *психологічного простору, заданого невеликою кількістю вимірів-шкал,* і розташування у ньому точок-стимулів так, щоб відстані між ними найкращим чином відповідали вихідним суб'єктивним відмінностям” [9, с. 299]. Дослідник пише, що БШ ґрунтується на аналогії між психологічною поняттям “відмінність” та геометричним “відстань”. Чим більш суб'єктивно схожі об'єкти – тим геометрично ближче вони будуть знаходитися у реконструйованому просторі.

Багатомірне шкалювання (БШ) в загальному можна визначити як *спосіб ефективного розміщення певної кількості об'єктів у просторі невеликої кількості ознак (параметрів, факторів, вимірів, осей).* Перевага БШ над факторним аналізом – можливість у якості вихідних даних використовувати довільні матриці відстаней між об'єктами (це можуть бути і кореляційні матриці, і матриці схожості чи матриці власне відстаней між об'єктами), тоді як факторний аналіз працює лише із кореляційними матрицями [4].

Логіка багатомірного шкалювання детально розглянута нами у попередній статті [4]. Для глибшого ознайомлення із методом БШ рекомендуємо теоретико-методичні роботи М. Дейвісона [2], С.В. Дронова [3], В.Ю. Крилова [7], Дж. Крускала [6], А.Д. Наслєдова [9], А.Ю. Терьохіної [12], Ю.Н. Толстової [13], Р.Н. Шепарда [14]

С.72

та емпіричні дослідження Г.В. Лосика [8], В.М. Петрова [10], Є.Н. Соколова, Ч.А. Измайлова, В.Л. Завгородньої [11], В.О. Климчука [5].

Багатомірне шкалювання без використання ЕОМ.

Усі методи багатомірної статистики були розроблені для використання без застосування комп'ютерних програм (обчислення проводилися “вручну”, оскільки на час розробки цих методів комп'ютерів у звичному розумінні цього слова власне і не було). Звісно, що така робота займала багато часу, і була дуже громіздкою. Щоб зменшити трудомісткість багатомірних статистик розробили спрощені процедури, які дають приблизно такий же результат, як і процедури оригінальні. Так, Ф. Франселла та Д. Банністер описали ручний варіант факторного аналізу який значно простіший у використанні, але дає результат, лише наближений до оригінальної процедури методу головних компонент. Така сама ситуація і з багатомірним шкалюванням. Відомі **метод багатомірного шкалювання Торгерсона** (метричний і неметричний варіанти) [3; 12] та **алгоритм Янга-Торгерсона** [13]. Разом з тим, існує ще один метод, який хоч і дає приблизний результат, але складається із простих обчислювальних процедур – **метод ортогональних проекцій Орлочі** [13]. Ми проведемо багатомірне шкалювання цим методом, і потім порівняємо із результатом комп'ютерної обробки за допомогою програми Statistica 6.0.

Багатомірне шкалювання: метод ортогональних проекцій Орлочі.

Крок 1. Збір даних і їх підготовка до БШ.

Для використання методу ортогональних проекцій необхідно, щоб вихідна матриця була *матрицею відстаней між об'єктами* (щоб більше число у ній означало більшу відмінність між об'єктами, а менше число – меншу). Матриці такого типу матимуть вигляд "об'єкт×об'єкт". Приміром, ми досліджуємо, як керівник підприємства сприймає своїх підлеглих. Щоб підготувати дані для багатомірного шкалювання, ми сформулюємо таку інструкцію: *"Порівняйте, будь ласка, своїх підлеглих, і оцініть їх віддаленість, несхожість між собою за 10-бальною шкалою. Чим більша відстань між людьми – тим вищий бал, чим менша відстань – тим менший бал."* У результаті ми отримаємо матрицю відстаней, зображену в табл. 1.

Таблиця 1.

Матриця відстаней між підлеглими

Відстані	1: Антон	2: Валентина	3: Оксана	4: Петро	5: Андрій	6: Олександр	7: Василь
1: Антон							
2: Валентина	2						
3: Оксана	10	9					
4: Петро	9	5	5				
5: Андрій	8	6	6	8			
6: Олександр	5	8	8	5	9		
7: Василь	6	5	7	6	8	8	

В отриманій *матриці відстаней* число в кожній комірці еквівалентне геометричній відстані між об'єктами. Найбільша відстань між Оксаною і

Антоном (10 балів), найменша – між Антоном і Валентиною (2 бали). Звісно, що кожен із представлених матриці людей тотожний сам собі (1 бал). Така матриця цілком придатна для багатомірного шкалювання методом ортогональних проекцій.

Часто буває, що дослідник має матрицю іншого типу – приміром, *близькості* чи *схожості* (більше число у ній означає меншу різницю між об’єктами, а менше число – більшу). Як показує досвід, таку матрицю досліджуваному заповнювати суб’єктивно легше, ніж матрицю відстаней. Інструкція для заповнення матриці близькості мала б такий вигляд: *“Порівняйте, будь ласка, своїх підлеглих, і оцініть їх схожість між собою за 10-бальною шкалою. Чим більша схожість між людьми – тим вищий бал, чим менша схожість – тим менший бал.”* У такому разі після збору даних необхідно близькості перетворити у відстані (віднявши кожне значення матриці від константи) – див. **Приклад**.

Приклад:

Як перетворити матрицю близькості на матрицю відстаней?

Таблиця 2

Матриця близькості

	Мама	Тато	Мій брат	Моя сестра
Мама		2	7	10
Тато			5	2
Брат				1
Сестра				

В цьому прикладі найбільш схожими (геометрично близькими) є ***Мама*** *і* ***Сестра*** *(10 балів), а найменш схожими (геометрично віддаленими) –* ***Брат*** *і* ***Сестра*** *(1 бал).*
Щоб перетворити цю матрицю близькості на матрицю відстаней необхідно кожне значення в комірці матриці відняти від константи (С).
Значення С розраховується за формулою **С = максимальний бал + 1** *(С=10+1=11). Після перерахунків отримаємо матрицю, придатну для БШ.*

Таблиця 3

Матриця відстаней

	Мама	Тато	Мій	Моя

			брат	сестра
Мама		9	4	1
Тато			6	2
Брат				10
Сестра				

Якщо вихідна матриця *кореляційна* (в комірках містяться коефіцієнти кореляції між об’єктами) – раціональніше використати факторний або кластерний аналіз, бо коректно проінтерпретувати отримані результати буде досить важко. Також доцільніше використовувати факторний чи кластерний аналіз, коли вихідні дані представлені у матриці типу “об’єкти×параметри”, і кожен об’єкт оцінений за кожним параметром (приміром, “люди×якості”, “досліджувані×питання опитувальника”, “досліджувані×цінності”). Адже для перетворення таких матриць на матриці відстаней “об’єкт×об’єкт” потрібні додаткові обчислення усіх відстаней між усіма об’єктами.

Крок 2. Пошук першого виміру (першої осі).

Перша вісь визначається досить просто – варто лише знайти в матриці відстаней (табл. 1) два об’єкти, відстань між якими максимальна. У нашому випадку це працівники (1: Антон) і (3: Оксана). Відстань між ними рівна 10. Отже, можемо цю першу вісь зобразити – провести відрізок, рівний 10 см, одним з кінців якого буде (1: Антон), другим – (3: Оксана). Назвемо цю вісь “X”, а відстань між точками 1 та 3 позначимо “d” (у нашому випадку d=10) – рис. 1.

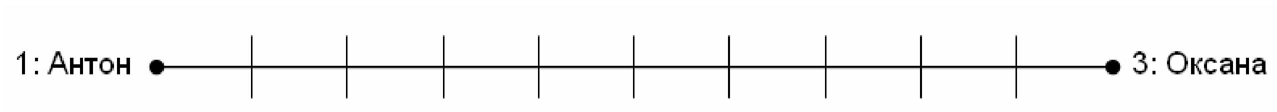

Рис. 1. Перша вісь

Звісно, що об’єктів, відстані між якими максимальні, може бути не лише два, а й більше. У цьому і полягає певна довільність багатомірного шкалювання методом ортогональних проекцій. Дослідник сам визначає, яку пару об’єктів обрати в якості першої осі. Якщо виникає така ситуація – радимо провести БШ декілька разів, взявши за першу вісь різні пари об’єктів, і спинитися на варіанті, який максимально придатний для інтерпретації.

Крок 3. Проектування на першу вісь.

Задачею цього кроку є проектування на першу вісь усіх об’єктів, що представлені у матриці відстаней. Вирішити цю задачу можна за допомогою формули (1):

$$x_i = \frac{d_{1i}^2 + d^2 - d_{2i}^2}{2d} \tag{1}$$

де:

x_i – геометрична відстань від початку осі до i-го об’єкта;

d – максимальна відстань між об’єктами;

d_{1i} – відстань від об’єкта, що став початком осі, до i-го об’єкта (за матрицею відстаней);

d_{2i} – відстань від об’єкта, що став кінцем осі, до i-го об’єкта (за матрицею відстаней);

Знайдемо проекцію другого об’єкта – працівника (2: Валентина), – на першу вісь. В цьому випадку d_{1i} – це відстань за матрицею відстаней (табл. 1) між *Антоном* і *Валентиною* ($d_{12} = 2$); d_{2i} – це відстань за матрицею відстаней між *Оксаною* і *Валентиною* ($d_{22} = 9$). Величина $d=10$ – див. крок 2. Проведемо обчислення:

$$x_2 = \frac{2^2 + 10^2 - 9^2}{2 \cdot 10} = \frac{4 + 100 - 64}{20} = 2 \tag{2}$$

У такий же спосіб проводяться обчислення для усіх інших працівників. Звісно, що для самих Антона та Оксани (номери 1 та 3) такі обчислення можна не проводити, адже їх проекції на першу вісь відомі відпочатку (для Антона $x_1 = 0$; для Оксани $x_3 = 10$). Результати обчислень можна представити у вигляді таблиці 4 та рис. 2:

Таблиця 4

Ортогональні проекції об’єктів на першу вісь X

Об’єкт	Відстань від початку осі до об’єкта (x_i)
1: Антон	0
2: Валентина	2
3: Оксана	10
4: Петро	7,8
5: Андрій	6,4
6: Олександр	2,5
7: Василь	4,4

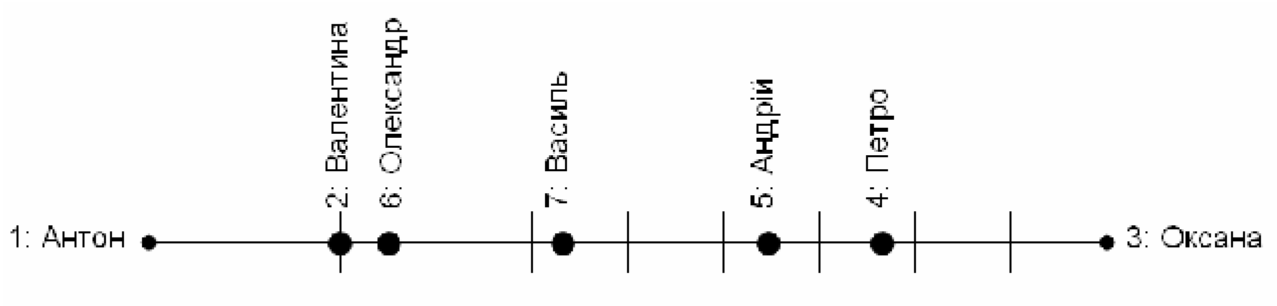

Рис. 2. Перша вісь із проекціями на неї об’єктів

Крок 4. Обчислення відстаней між об’єктами та першою віссю

На цьому кроці ми маємо вийти за межі першої осі. Ми обчислимо відстані між першою віссю та спроектованими на неї об’єктами. Для цього ми скористаємося формулою (3):

$$y_i = \sqrt{d_{1i}^2 - x_i^2} \tag{3}$$

де:

y_i – *геометрична відстань від першої осі до* i*-го об’єкта;*

x_i – *геометрична відстань від початку першої осі до* i*-го об’єкта (обчислена за формулою 1);*

d_{1i} – *відстань від об’єкта, що став початком осі, до* i*-го об’єкта (за матрицею відстаней);*

Обчислимо для прикладу відстань між четвертим об’єктом (4: Петро) та першою віссю. В цьому випадку ми шукатимемо y_4, *знаючи що* x_4=7,8, *а* d_{14}=9:

$$y_4 = \sqrt{9^2 - 7{,}8^2} \approx 4{,}5 \tag{4}$$

Провівши подібні обчислення для усіх інших об’єктів, ми отримаємо таблицю відстаней від першої осі до об’єктів (табл. 5):

Таблиця 5

Відстані від першої осі (X) до об’єктів

Об’єкт	Відстань від осі до об’єкта (y_i)
1: Антон	0
2: Валентина	0
3: Оксана	0
4: Петро	4,5
5: Андрій	4,8
6: Олександр	4,3
7: Василь	4,1

Тепер ми можемо вийти за межі першої осі, відклавши перпендикулярно їй від проекцій кожного об’єкта відрізок, рівний відповідній відстані y_i (рис. 3).

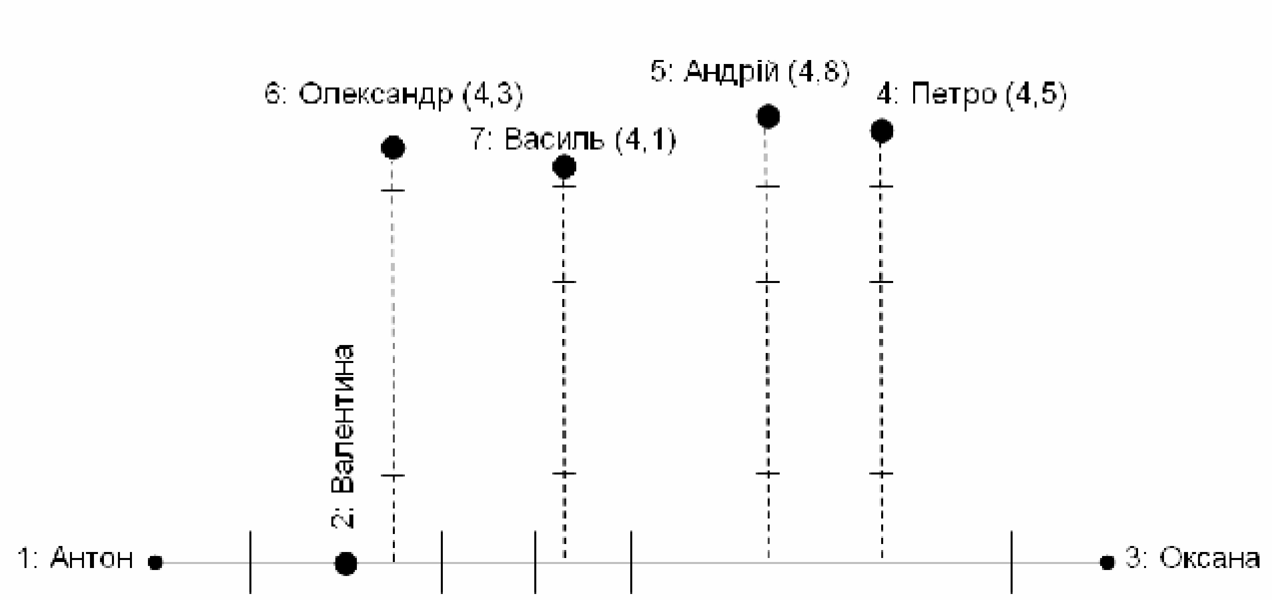

Рис. 3. Перша вісь із відстанями від неї відповідних об’єктів

Крок 5. Вибір другої осі

Для побудови двохмірного простору лишилося знайти другу вісь. Задача ця вирішується просто – досить знайти об’єкт, відстань якого від першої осі буде максимальною. Перпендикуляр, опущений на першу вісь від цього об’єкта і буде *другою віссю*. В нашому випадку цим об’єктом є (5: Андрій), оскільки його відстань y_4= 4,8. Остаточний результат багатомірного шкалювання буде таким, як це зображено на рис. 4.

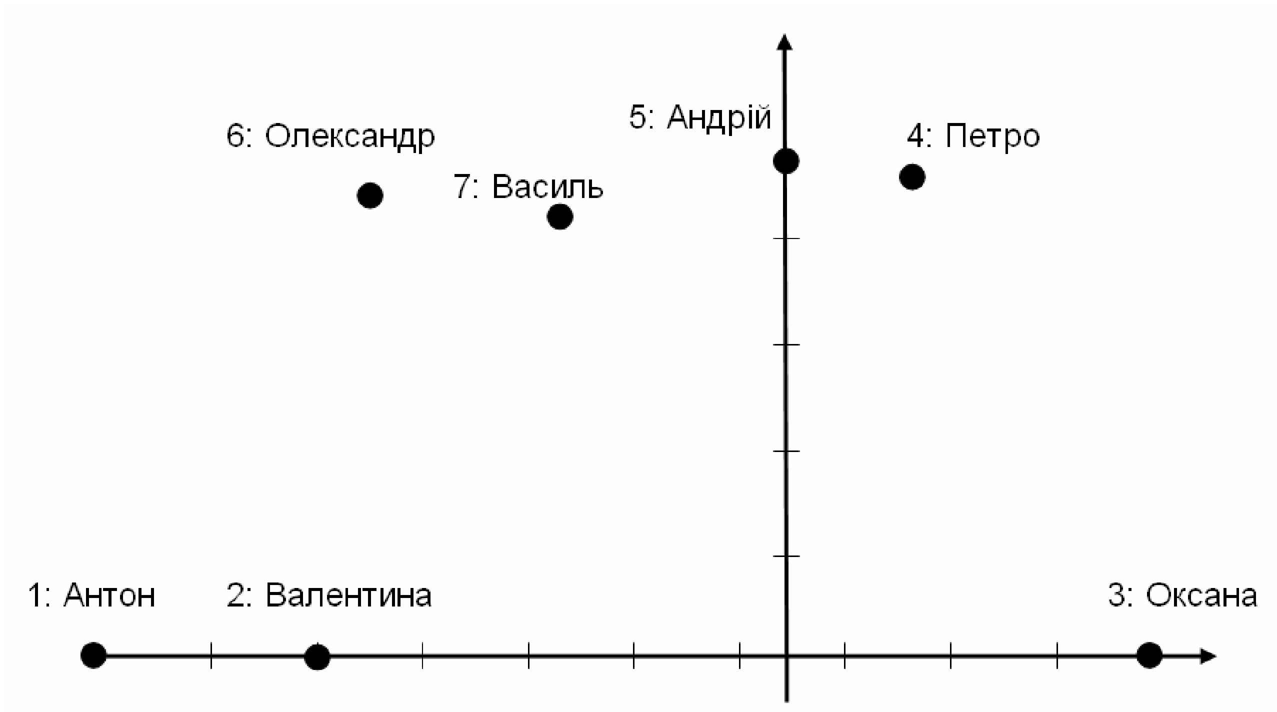

Рис. 4. Результат багатомірного шкалювання методом ортогональних проекцій

Таким чином ми отримали розміщення 7 об'єктів у двохмірному просторі – двохмірну модель сприймання керівником підприємства своїх підлеглих. У подібний спосіб ми могли б знайти третю вісь – і отримати трьохмірний простір. Однак отримана нами картина буде досить складна для візуалізації, і відповідно – для сприймання та інтерпретації. Зазвичай двохмірного простору буває достатньо для змістовних висновків. У нашому досліджені ми виявили, що керівник має два параметри для оцінювання своїх працівників. Перший параметр (перша вісь) утворений протиставленням Антона і Валентина

– Оксані. Другий параметр (друга вісь) утворені виділенням окремої групи працівників – Олександра, Василя, Андрія та Петра. Подальша робота дослідника – з'ясувати, які об'єктивні чи суб'єктивні причини призвели до появи такої картини, що однак виходить за межі предмету нашої статті.

Результати багатомірного шкалювання, проведеного з допомогою статистичної програми

Щоб переконатися у валідності результатів, отриманих за допомогою методу ортогональних проекцій, проведемо БШ цих же даних в комп’ютерній програмі Statistica 6.0 – рис. 5.

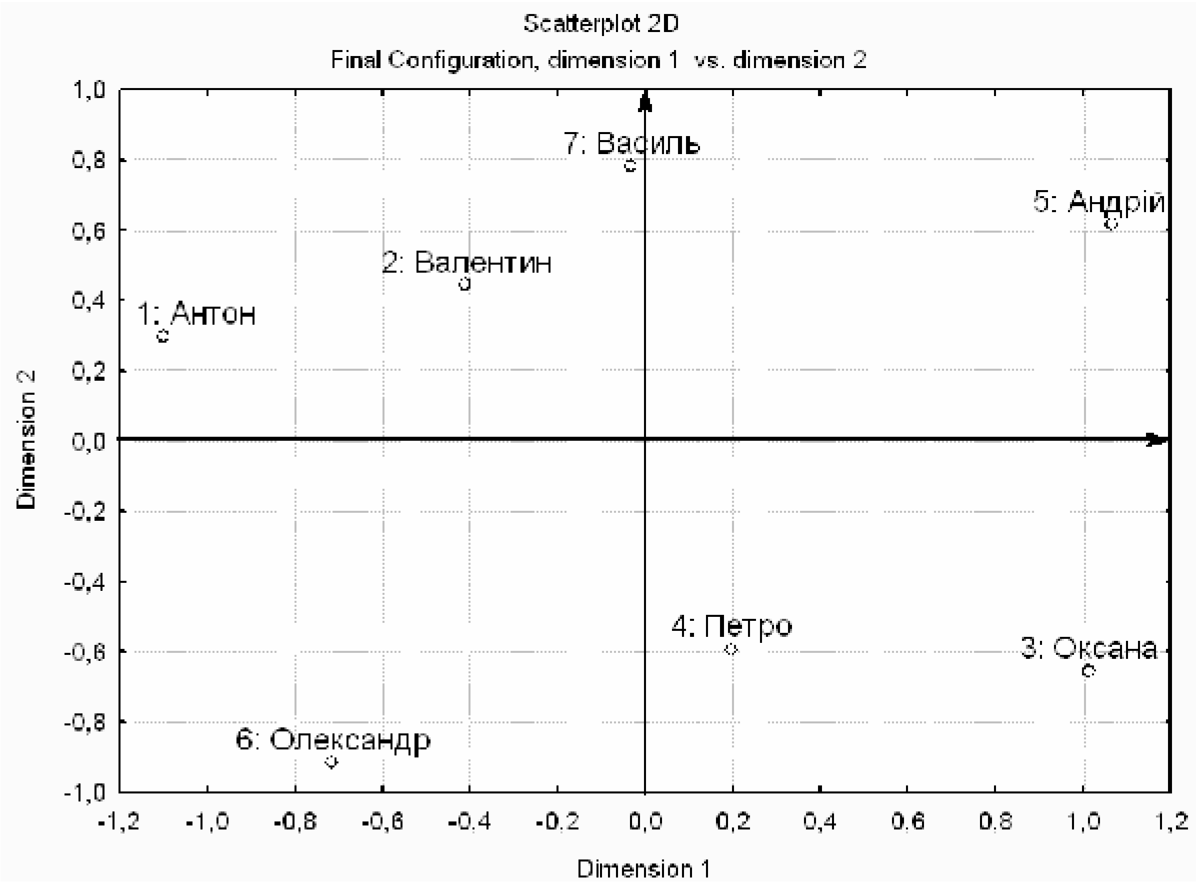

Рис. 5. Результат багатомірного шкалювання (програма Statistica 6.0)

Порівнюючи рис. 4. і рис. 5. бачимо, що майже тотожні результати по першій осі – протиставлення Оксани і Петра Антону, Олександру і Валентину. Водночас є певна відмінність – друга вісь на рис. 4 об’єднує в одну групу Олександра, Василя, Андрія та Петра, тоді по другій осі на рис. 5 Василь та Андрій протиставляються Олександру, Петру та Оксані. Власне, тут можемо простежити приблизність методу ортогональних проекцій, яка зазначалась на початку роботи. Причину ми зрозуміємо, якщо глянемо на другий та п’ятий кроки алгоритму. В них ми обирали першу та другу вісь, в якості яких виступали об’єкти, відстань між якими максимальна. А якщо є кілька об’єктів з максимальними відстанями? В цьому випадку дослідник обирає базові осі довільно, або будує декілька конфігурацій з різними осями і остаточно вибирає ту, яка найзручніша для інтерпретації. Неточність виникає внаслідок того, що усі обчислення центруються навколо довільно обраних осей, від них відраховуються усі відстані, – тоді як в основі роботи комп'ютерної програми лежить алгоритм Торгерсона, який такої довільності не допускає.

Підсумок

Багатомірне шкалювання є потужним статистичним методом, який дозволяє вирішувати складні психологічні задачі із різних галузей: організаційної психології, психосемантики, психології управління, вікової та педагогічної психології тощо. Використання його зазвичай вимагає від дослідника знання математики, основ статистики та володіння комп'ютером. Разом з тим комп'ютер не завжди буває доступним; буває складно знайти зручну комп'ютерну програму; математичні викладки видаються заскладними – тоді на допомогу можуть прийти методи "ручного" багатомірного шкалювання, один із яких ми і розглянули: метод ортогональних проекцій Орлочі. Цей метод простий у використанні, і разом з тим досить приблизний. Робити на його основі остаточні висновки ризиковано – варто використовувати його як метод попередньої приблизної оцінки майбутніх результатів.

Література:

1. Горбунова В.В. Експериментальна психологія в схемах і таблицях. – К.: Професіонал, 2007. – 208 с.
2. Дейвисон М. Многомерное шкалирование. Методы наглядного представления данных: Пер. с англ. В.С. Каменского с предсл. С.А. Айвазяна и В.С. Каменского. – М.: Финансы и статистика, 1988. – 254 с.
3. Дронов С.В. Многомерный статистический анализ. – Барнаул: Изд-во Алтайского гос. ун-та, 2003. – 213 с.
4. Климчук В.О. Багатомірне шкалювання: використання у психологічних дослідженнях // Практична психологія та соціальна робота. – 2007. – №6. – С. 17-21.
5. Климчук В.О. Відображення у свідомості студентів-психологів термінологічного апарату психології здібностей // Науковий часопис НПУ імені М.П. Драгоманова, 2005. – №6 (30). – Ч.І. – С. 369-374.
6. Крускал Дж. Взаимосвязь между многомерным шкалированием и кластер-анализом. – http://lib.socio.msu.ru

7. Крылов В.Ю. О многомерном шкалировании в неметрических пространствах // Психологический журнал – 1987. – Т.8. – №5. – С. 140-142.
8. Лосик Г.В. Исследование восприятия гласных методом многомерного шкалирования // Психологический журнал – 1992. – Т.13. – №2.
9. Наследов А.Д. Математические методы психологического исследования. – СПб.: Речь, 2004. – 392 с.
10. Петров В.М. Опыт применения неметрического многомерного шкалирования при изучении предпочтений молодежи в области авторской песни // Социология 4 М. – 1991. – № 1. – С. 99-114.
11. Соколов Е.Н., Измайлов Ч.А., Завгородняя В.Л. Многомерное шкалирование знаковых конфигураций // Вопросы психологии. – 1985. – №1. – С. 133-139.
12. Терехина А. Ю. Многомерное шкалирование в психологи // Психологический журнал. – Том 4. – №1. – 1983. – С.76-88
13. Толстова Ю.Н. Основы многомерного шкалирования. – М.: Университет. – 157 с.
14. Шепард Р. Н. Многомерное шкалирование и безразмерное представление различий // Психологический журнал – 1980. – т. I. – № 4 – с. 72—83.