УДК 5.51.517

Анатолій Щехорський
(Житомир, Україна)

ЛОКАЛЬНІ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ ВЛАСТИВОСТІ ГОЛОМОРФНИХ ВІДОБРАЖЕНЬ В ОПУКЛИХ ОБЛАСТЯХ БАГАТОВИМІРНОГО КОМПЛЕКСНОГО ПРОСТОРУ

Надані умови існування тілесних похідних голоморфного відображення в межовій точці границі Шилова опуклої відкритої множини багатовимірного комплексного простору, а також неперервного її продовження на замикання множини.
Ключові слова: *межа Шилова, тілесна похідна.*

Для голоморфного відображення відкритої множини комплексного простору C^n питання існування тілесних похідних в точці межі області, за умови її існування в точці контура області, розв'язане автором в [2]. В статті розв'язуються проблема існування тілесних похідних голоморфного відображення в межовій точці деякого породжувального багатовиду межі опуклої відкритої множини комплексного простору C^n, а також неперервного її продовження на замикання всієї множини. Надані умови існування тілесних похідних голоморфного відображення в межовій точці опуклої відкритої множини на її межі Шилова багатовимірного комплексного простору C^n, а також неперервного її продовження на замикання множини.

Нехай G – обмежена область в C^n, $\overline{G}$ - її замикання в C^n , $\partial G -$ її межа , $\varDelta G$ – її межа Шилова, $H(G)$ – алгебра всіх голоморфних і обмежених в G функцій, A(G) – алгебра всіх голоморфних в G і неперервних на $\overline{G}$ функцій, Для комплексної функції f заданої і неперервної на $\overline{G}$ ї довільної фіксованої точки $z^0 \epsilon$ ∂G визначено локальні, відповідно контурний і тілесний модулі неперервності ῳ(ΔG,f. z^0,δ), ῳ($\overline{G}$,f. z^0,δ). μ – функція типу модуля неперервності. Для опуклої множини G доповнення до границі Шилова G \ ΔG складається з точок в околі яких ∂G розшаровується на комплексні прямі паралельні між собою. Нехай a – комплексний вектор, в напрямку якого відбувається розшарування, z –точка на ∂G , V z^0, z вектор, колінеарний комплексній прямій, що проходить через точки z^0 і z, (V z^0, p; V z^0, ῳ) – скалярний добуток векторів. Множина векторів, для яких |Re(V z^0, p; V z^0, ῳ)|. < β утворюють конус.

Отримано наступний результат, сформульований в чисто геометричних термінах.

Теорема 1. Нехай точка z^0 межі обмеженої області G досяжна зовні множини G\ ΔG породжуючим скінченним конусом. Тоді, коли в точці z^0 існує контурна похідна $f'_{\Delta G}(z^0)$, то в ній існує і тілесна похідна $f'_{\overline{G}}(z^0)$

Доведення теореми 1 використовує лему 1.

Лема 1. Нехай G –опукла відкрита множина в C^n, $f \epsilon H(G,C^m)$, $\mu(\delta)$ – нормальна мажоранта. Точка z^0 на ΔG досяжна породжуючим скінченним конусом. Коли $|f(\zeta)|_m \leq 1$, α(δ) – не спадна мажоранта і

$$\overline{\lim_{\zeta \to z}} \| f(\zeta)\|_m \leq \mu\left(\|z - z^0\|_n\right)\alpha\left(\|z - z^0\|_n\right) \quad \left(z \in \Lambda G\right)$$

то

$$\| f(\zeta)\|_m \leq c\mu\left(\|\zeta - z^0\|_n\right)A_{\alpha,\mu}\left(\|\zeta - z^0\|_n\right) \quad \left(\zeta \in G\right)$$

де c>0 не залежить від ζ і f, $A_{\alpha,\mu}(\delta)$ – довільна мажоранта, яка задовольняє умовам $A_{\alpha,\mu}(\delta) \geq \alpha(\delta)$, $A_{\alpha,\mu}(\delta) \geq 2/\mu(\delta)$.

Доведення леми 1 отримується на основі результатів роботи [3, с.277].

Результати статті дозволяють вияснити питання існування тілесної похідної голоморфного відображення в межовій точці відкритої опуклої множини багатовимірного комплексного простору, за існування похідної на межі Шилова. В перспектив дані дослідження можуть бути застосовані для питання глобальних диференціальних властивостей голоморфних відображень в C^n.

ДЖЕРЕЛА ТА ЛІТЕРАТУРА

1. Тамразов П.М. Гладкости и полиномиальные приближения. Київ: Наукова думка, 1975. 272 с.

2. Щехорський А.Й. Деякі контурно-тілесні властивості гломорфних функцій в C^n. *Укр. мат. журн.* 1983. 35, №2. С.212-219.

3. Щехорський А.Й., Герус О.Ф. Контурно-тілесні властивості голоморфних функцій в опуклих областях багатовимірного комплексного простору. *Збірник праць Ін-ту математики НАН України.* Київ: Інститут математики НАН України, 2017. 285 с.