

*Харипончук Катерина,
здобувачка другого (магістерського) рівня вищої освіти
фізико-математичного факультету
Науковий керівник: Чемерис Ольга,
кандидат педагогічних наук, доцент,
доцент кафедри алгебри та геометрії,
Житомирський державний університет імені Івана Франка,
м. Житомир, Україна*

ВИКОРИСТАННЯ ПРОГРАМИ ДИНАМІЧНОЇ МАТЕМАТИКИ GEOGEBRA ПІД ЧАС РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ З ПАРАМЕТРАМИ

Постановка проблеми. В умовах прогресивного розвитку інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ) зростає роль їх впровадження в національну освіту. Сучасні тенденції розвитку суспільства вимагають від вчителя та учнів під час навчання використовувати освітні технології, онлайн ресурси, електронні інструменти та програмні засоби.

Для розвитку та впровадження ІКТ у сучасній освіті України виділяють такі напрямки, як підвищення рівня комп'ютерних та інформаційної компетентності учнів та ліквідацію застарілих методологій навчання шляхом використання прогресивних ІКТ [1].

Використання комп'ютера під час уроків математики дозволяє скоротити час вивчення матеріалу з допомогою чіткості і швидкості, інтерактивної перевірки знань учнів, підвищення ефективності навчання та повного розкриття потенціалу особистості. Використовуючи інформаційні технології при проведенні уроку, педагог перекладає частину своєї роботи на комп'ютер, що робить процес навчання більш цікавим та різноманітним. Одним із шляхів впровадження ІКТ в методологію сучасної освіти є використання на уроках математики програм динамічної математики.

Щороку сотні тисяч (наприклад: до 2022 року – біля 340 тис., з 2022 – біля 240 тис.) випускників складають НМТ, в тому числі і з математики. Зазвичай в НМТ є завдання, яке вважається найскладнішим завданням, що стосується задачі з параметром.

Розв'язування задач із параметрами потребує високого рівня знань учнів з кожного розділу математики, тому процес розв'язування задач цього типу сприяє узагальненню та систематизації знань учнів і, як наслідок, призводить до підвищення рівня математичної компетентності учнів. Саме тому в учителів виникає потреба зацікавити учнів у вивченні тем необхідних для розв'язування задач з параметрами і використання програм динамічної математики (ПМД) допомагає привернути увагу учнів до вивчення математики. Розробниками таких програм передбачено можливість динамічно варіювати вихідними математичними об'єктами для візуалізації їх властивостей. Серед таких програм доцільно згадати *Gran (Gran1, Gran2d, Gran3d), DG, The Geometer's SketchPad, GeoGebra, Математический конструктор, Cabri* та подібні до них.

Позитивну реакцію з боку більшості вчителів будь-якого рівня освіти отримало використання GeoGebra у навчанні. Як результат, це одне з найбільш рекомендованих програм, що застосовуються як інноваційний спосіб навчання математики, у поєднанні із інформаційними технологіями [6].

Аналіз актуальних досліджень. Питання використання ПМД на уроках математики знайшли своє відображення в наукових працях Ю. В. Горошка, О. О. Гриб'юка, М. Г. Друшляк, М. І. Жалдака, С. А. Ракова, В. М. Ракути, В. Л. Юнчика, В. О. Семеніхіної, С. Семерікової, М. Хохенватора, В. Л. Юнчика та інших. В своїх роботах автори пропонують приклади задач з початків математичного аналізу, також використання можливостей програми в стереометрії для візуалізації виконаних побудов при розв'язуванні та дослідженні задач з параметрами.

Проаналізувавши вищезгадані та інші наукові роботи ми маємо підстави стверджувати, що розв'язування задачі у програмному середовищі дублює традиційні способи розв'язування у зошиті та нетрадиційні, коли розв'язування задач базується на відкритті математичного факту через зміни динамічної конструкції [3], коли для отримання відповіді не потрібно створювати послідовні міркування та додаткові записи в зошиті, а достатньо змінювати параметр.

В статтях подаються методичні аспекти поєднання традиційних методів розв'язування задач із сучасними, а саме: за допомогою використання середовища GeoGebra демонструвати динамічну модель розглядуваної задачі. Такий підхід дозволить забезпечити реалізацію не лише математичної, а й інформаційної компетентності учня.

Авторами проаналізовано, що у процесі навчання математики система GeoGebra використовується як засіб для візуалізації досліджуваних математичних об'єктів, виразів, ілюстрації методів побудови; використовується для моделювання та емпіричного дослідження властивостей досліджуваних об'єктів; надає користувачеві набір спеціальних інструментів для створення і перетворення об'єкта. Комп'ютерні технології на всіх етапах навчання допомагають учителю урізноманітнити матеріал, підвищуючи мотивацію та інтерес учнів, а також сприяючи повному засвоєнню знань.

Мета статті: показати можливості використання програми динамічної математики GeoGebra в процесі навчання математики на прикладі розв'язування задач з параметрами.

Виклад основного матеріалу. Програми динамічної математики (ПДМ) допомагає зменшити обсяг аналітичних розрахунків при розв'язуванні задач з параметрами. Такі конструктивні підходи до розв'язування подібних задач обумовлюють потребу вміння змодельовати потрібну конструкцію, урахувати залежності між її параметрами, створювати «живі креслення» для використання при розв'язуванні задач та керувати геометричними побудовами. Ці способи візуалізації розв'язку математичної задачі вирішуються за допомогою ПМД GeoGebra. Ця програма майже для всіх рівнів освіти, що включають алгебру, геометрію, математичний аналіз, теорію ймовірності, таблиці, графи, статистику

в одному зручному для використання пакеті. Популярність програма GeoGebra має завдяки її вільному безоплатному доступу.

Залучення цього середовища у навчальний процес на уроках математики веде до оптимізації процесу дослідження, до появи зацікавленості в учнів під час розв'язування задачі, адже вони швидко бачать результат своєї роботи. Однак, необхідно зауважити, що тут губиться процес логічного покрокового отримання результатів, тому використання продукту програмних технологій та методи традиційної математики необхідно консолідовано поєднувати.

Разом з тим, на основі опитування 48 вчителів математики середніх загальноосвітніх шкіл I-III ступенів міста Вінниці та Вінницької області, аналіз практики використання математичних середовищ у навчанні математики засвідчив, що три чверті вчителів (75%) не готові використовувати ПДМ через брак часу на вивчення їх переваг та недоліків, відсутність методичної системи та практичних навичок їх використання. Більшість вчителів (90%) засвідчили, що використовують комп'ютерну техніку на уроках математики для показу презентацій, відображення теоретичного матеріалу, рисунків, умов задач та проведення тестування.

При розв'язуванні задач з параметрами доцільно використовувати систему GeoGebra для унаочнення суті задачі та графічного розв'язання, тому що такі задачі є досить складними для сприйняття учнями через складність умов, побудову графічної або математичної моделі.

Розглянемо особливості застосування системи GeoGebra при розв'язуванні деяких рівнянь та нерівностей з параметрами графічним методом.

Наведемо два приклади. В першому використаємо перетворення площини за допомогою *гомотетії та стиску до прямої*. У другому розглянемо розв'язання системи рівнянь за допомогою паралельного перенесення.

Задача 1. При яких значеннях параметра a , рівняння $x^2 + a|x - 3| = 0$ не має розв'язків.

Пояснення: розв'язування цієї задачі у GeoGebra реалізується через побудову динамічної конструкції та візуальне спостереження за значенням параметра a , яке буде динамічно змінюватись при переміщенні базової точки.

Розв'язання. $x^2 + a|x - 3| = 0$, $a|x - 3| = -x^2$ – рівняння не матиме коренів, якщо функції $f(x) = a|x - 3|$ та $g(x) = -x^2$ не перетинатимуться. Через рядок вводу задаємо функції $g(x) = -x^2$ та $f(x) = a|x - 3|$. Додаємо повзунок для значення a , $a \in [-20; 20]$ (рис. 1а), а потім змінюючи положення повзунка, змінюємо значення a . Розглянемо різні випадки положення графіків функцій $f(x)$ та $g(x)$.

Секція 1. Інформаційно-комунікаційні технології в освіті та науці

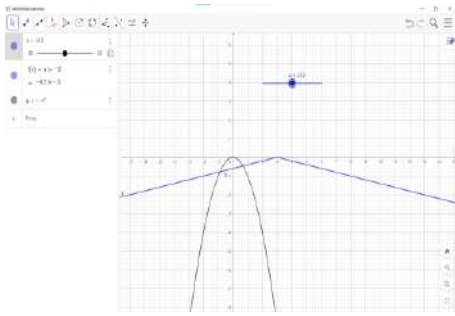


Рис. 1а

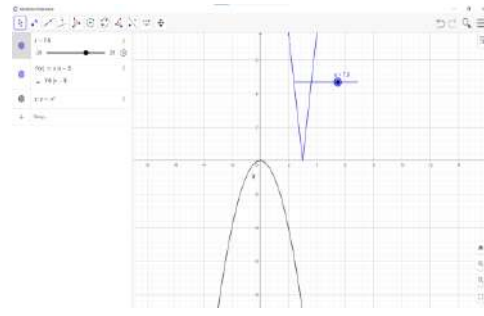


Рис. 1б

1. При $a > 0$ графіки не перетинаються і не мають спільних точок. (рис. 1б).
2. Якщо $a = 0$ графіки перетинаються в одній точці, отже рівняння має один корінь (рис. 1в).
3. При $a \in (-11,5; 0)$ графіки функцій $f(x) = a|x - 3|$ та $g(x) = -x^2$ мають дві точки перетину (рис. 1г).

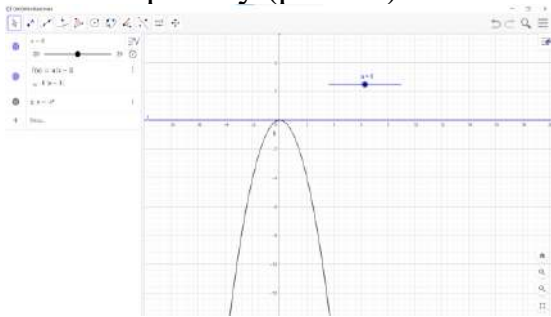


Рис. 1в

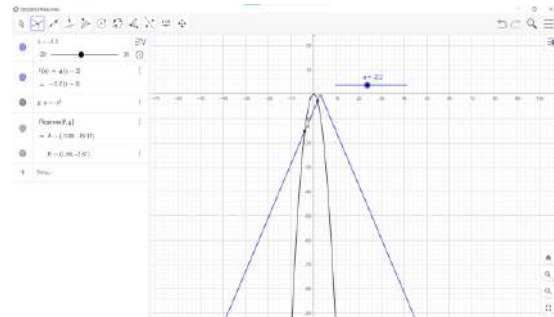


Рис. 1г

4. Ставимо значення $a = -11,5$. За допомогою інструмента «перетин» визначаємо, що графіки функцій мають дві точки перетину (рис. 1д).
5. Якщо $a \in (-\infty; -11,5)$, то графіки функцій мають 4 точки перетину і рівняння має чотири розв'язки (рис. 1е).

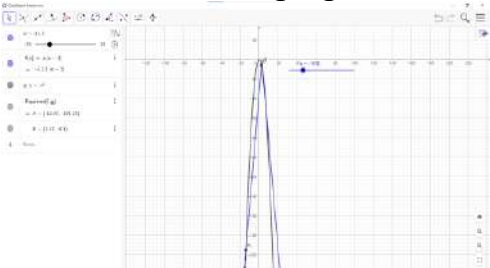


Рис. 1д

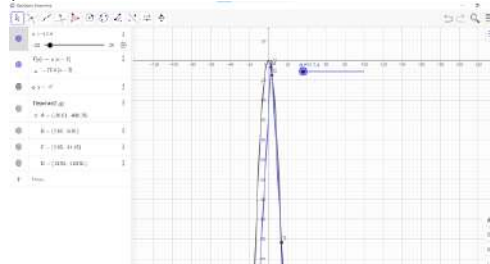


Рис. 1е

Відповідь: при $a > 0$ рівняння не має розв'язків.

Задача 2. Знайдіть значення параметра a , при яких система

$$\begin{cases} y = x^2 - 2x \\ x^2 + y^2 + a^2 = 2x + 2ay \end{cases} \text{ має розв'язки}$$

Розв'язання: Розв'яжемо рівняння графічним способом. Спочатку побудуємо графік квадратичної функції $y = x^2 - 2x$. Друге рівняння системи перетворимо: $x^2 + y^2 + a^2 = 2x + 2ay$

$$x^2 + y^2 + a^2 - 2x - 2ay = 0$$

$$x^2 - 2x + 1 - 1 + y^2 - 2ay + a^2 = 0$$

$$(x - 1)^2 + (y - a)^2 = 1$$

Це сімейство кіл з $R = 1$ та центром у точці $O(1; a)$. Задаємо дані рівняння в рядку вводу. Додаємо повзунок для значень параметра a (рис. 2а).

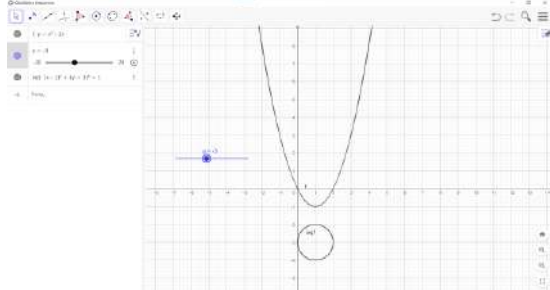


Рис. 2а

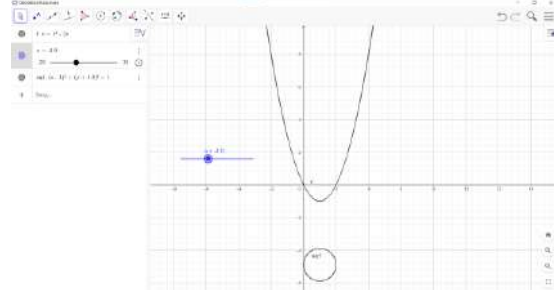


Рис. 2б

Розглянемо взаємне розташування графіка $y = x^2 - 2x$ та кола, змінюючи значення параметра повзунком.

1. При $a < -2$ парабола та коло не матимуть спільних точок (рис. 2в).
2. При $a = -2$ парабола та коло матимуть спільну точку (рис. 2в).

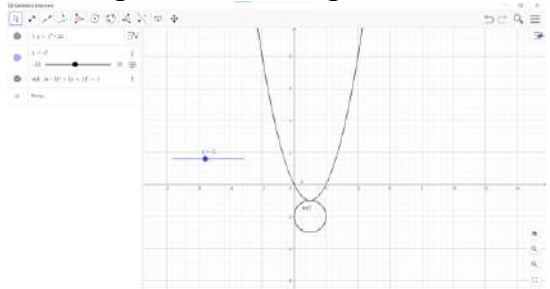


Рис. 2в

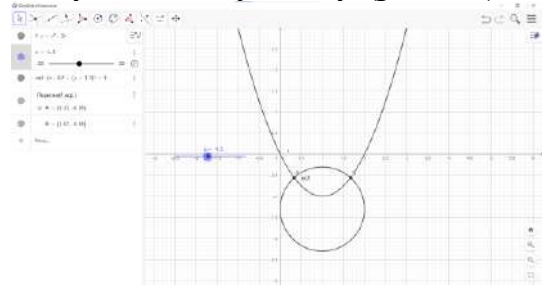


Рис. 2г

3. Якщо $a \in (-2; 0,25]$ графіки вже перетинатимуться. На панелі зверху обираємо пункт «Перетин» і виділяємо дві функції, щоб бачити кількість точок перетину (рис. 2г).

Змінюючи положення повзунка помічаємо, що на даному проміжку система матиме розв'язки, оскільки матиме точки перетину. В окремих випадках два, три та чотири точки перетину.

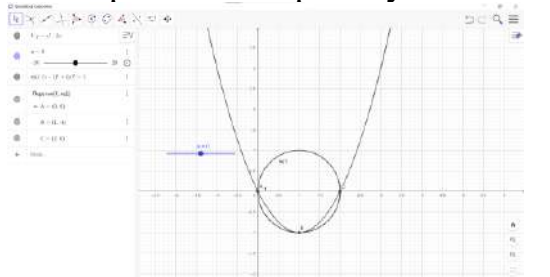


Рис. 2д

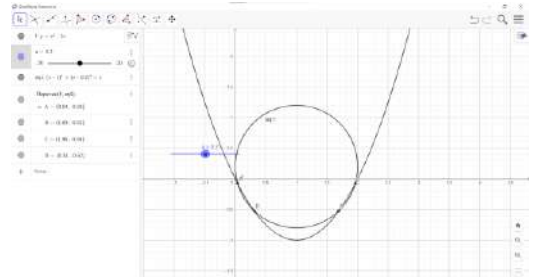


Рис. 2е

4. Якщо $a > 0,25$ графіки не перетинатимуться:

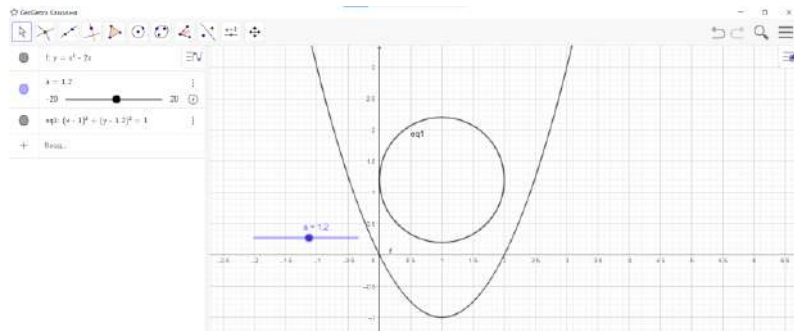


Рис. 2є

Відповідь: $a \in [-2; 0,25]$

Висновок. Отримані результати проведеного дослідження дають підстави зробити висновок, що система динамічної математики GeoGebra – це безкоштовний інструмент та засіб створення інтерактивних демонстрацій для візуалізації побудови розв’язків для учасників освітнього процесу. Це сучасний засіб використання технології, що допомагають учням надають можливість проводити аналіз та спрощувати розв’язування математичних задач. Використання системи GeoGebra значно підвищує рівень зацікавленості учнів до вивчення навчального матеріалу з математики за рахунок наочних та динамічних моделей.

Список використаних джерел та літератури

1. Національна доповідь про стан і перспективи розвитку освіти в Україні / Нац. акад. пед. Наук України; за заг. ред. В. Г. Кременя. Київ: Педагогічна думка, 2016. 448 с. (До 25-річчя незалежності України).
2. Офіційний сайт GeoGebra [Електронний ресурс]:[Веб-сайт]. Електронні дані. Зальцбург: М. Hohenwarter, 2001. URL: <https://www.geogebra.org/>.
3. Семеніхіна О.В, Друшляк М.Г. Комп’ютерні інструменти програм динамічної математики і методичні проблеми їх використання / О.В.Семеніхіна, М. Г. Друшляк // *Інформаційні технології і засоби навчання*. 2014. №43(4).С. 109-117.
5. Хохенватер М. Введення в GeoGebra / М. Хохенватер / пер. Т. С. Рябова. 2012. 153 с.
6. Юнчик, В.Л. (2015) Using innovative system GeoGebra during lesson "Volume and surface area of solids" In: «Нові інформаційні технології в освіті для всіх» (ІТЕА-2015): зб. матеріалів Десятої міжнародної конференції Міжнародний науково-навчальний центр інформаційних технологій та систем, м.Київ, Україна. (In Press).
7. Zakaria E. & Lee L. S. 2012 Teacher’s perceptions toward the use of GeoGebra in the learning of Mathematics J. Math. Stat. 8 253-7.