Кондратюк Наталія,
здобувачка першого (бакалаврського) рівня вищої освіти
фізико-математичного факультету
Науковий керівник: ***Погоруй Анатолій,***
доктор фізико-математичних наук, професор,
професор кафедри алгебри та геометрії,
Житомирський державний університет імені Івана Франка,
м. Житомир, Україна

ЗАСТОСУВАННЯ ТЕОРІЇ ГРАФІВ У ГЕОМЕТРИЧНИХ ЗАДАЧАХ

Вступ. Теорія графів — це галузь математики, яка вивчає властивості графів, тобто структур, що складаються з вершин, з’єднаних ребрами. З моменту свого виникнення ця теорія привертає увагу дослідників завдяки можливості моделювати та вирішувати різноманітні задачі з реального світу. Сьогодні графи знаходять широке застосування в таких дисциплінах, як інформатика, фізика, логістика, соціальні науки, а також у геометрії.

У геометрії графи використовуються для спрощення й структуризації процесів побудови, аналізу та розв'язання задач, що включають складні форми та просторові взаємозв'язки. Мета цієї статті — дослідити способи застосування теорії графів у геометричних задачах, розглянути основні поняття графів, а також продемонструвати приклади їх використання для вирішення задач з побудови фігур і дослідження многогранників.

Основні поняття теорії графів

Орієнтовані та неорієнтовані графи. Графи можна поділити на орієнтовані та неорієнтовані. В орієнтованих графах (так званих "орграфах") кожне ребро має напрямок, тобто з’єднує вершини від однієї до іншої. У неорієнтованих графах такої спрямованості немає, і ребро просто з’єднує дві вершини. У геометрії неорієнтовані графи часто використовуються для представлення симетричних фігур, де всі вершини і ребра мають однакові відношення між собою.

Маршрути та цикли. Маршрут у графі — це послідовність ребер, що з’єднує дві вершини, де кожне ребро з’єднує дві наступні вершини. Цикл — це маршрут, що починається і закінчується в одній і тій самій вершині, не відвідуючи жодну іншу вершину більше одного разу. У геометричних задачах цикли можуть використовуватися для побудови замкнених фігур і вивчення їхніх властивостей.

Ейлерові та Гамільтонові цикли. Ейлеровий цикл проходить через усі ребра графа рівно один раз, повертаючись до початкової вершини. Гамільтонів цикл, на відміну від ейлерового, відвідує кожну вершину рівно один раз, що особливо корисно у задачах, де потрібно побудувати маршрут, який покриває всі вершини (наприклад, для вивчення геометричних симетрій багатогранників). Ці поняття допомагають у дослідженні складних форм, зокрема, у задачах, що включають многогранники або поліедри.

Застосування теорії графів у геометрії

Задачі на побудову геометричних фігур. Теорія графів надає зручний інструмент для побудови та вивчення геометричних фігур. Наприклад, графи можуть допомогти створити каркаси для таких фігур, як куб, піраміда або октаедр, задаючи зв’язки між вершинами і ребрами. Всі ці фігури можна представити як неорієнтовані графи, де вершини відповідають куточкам фігури, а ребра — її сторонам. Завдяки графам можна також легко моделювати процес побудови фігур із заданими властивостями, наприклад, за умови симетрії або наявності певних кутів.

Використання граф-схем для розв’язання геометричних задач. Граф-схеми дають змогу візуалізувати логіку розв'язання геометричних задач, структуризувати етапи побудови та показати взаємозв'язки між ними. Наприклад, у задачі на побудову трикутника із заданими властивостями граф-схема дозволяє чітко простежити послідовність дій, необхідних для отримання бажаного результату. Це особливо корисно у складних задачах, де важливо чітко визначити порядок побудови та забезпечити точність у визначенні кожної вершини й ребра фігури.

Графи як інструмент дослідження многогранників. Многогранники (або поліедри) можна представити у вигляді графів, де вершини відповідають вершинам многогранника, а ребра — його граням. Це дозволяє використовувати графові методи для аналізу властивостей многогранників, таких як їхня симетрія, кількість ребер і граней. Наприклад, куб можна розглянути як граф із шістьма вершинами, кожна з яких пов'язана з чотирма іншими. Таким чином, графи стають важливим інструментом для вивчення тривимірних форм і їхніх особливостей.

● **Гамільтонові цикли в багатогранниках**. Аналіз гамільтонових циклів у багатогранниках дозволяє простежити замкнені маршрути, що проходять через всі вершини многогранника. Це корисно при вивченні форм із симетріями, наприклад, куба чи октаедра, де гамільтонові цикли можуть показувати різні шляхи, що проходять через усі вершини фігури.

● **Графи на неплоских поверхнях**. Графи можна розміщувати не лише на плоских поверхнях, а й на таких складних формах, як тор або сферична поверхня. Це відкриває нові можливості для дослідження форм та задач, що включають поверхні із специфічними властивостями.

Задача про три будинки та три криниці. Відомою задачею теорії графів є задача про три будинки та три криниці, яка ілюструє принципи неможливих графів. У цій задачі потрібно з’єднати три будинки з трьома криницями так, щоб жодні два шляхи не перетиналися. Виявляється, що на площині ця задача не має розв’язку. Однак, якщо перейти до графів на неплоских поверхнях (наприклад, тор), задача стає розв'язуваною. Цей приклад показує, як змінюється розв’язання задачі залежно від типу поверхні, на якій будується граф.

Олімпіадні задачі з геометрії з використанням теорії графів. У математичних олімпіадах і конкурсах часто зустрічаються задачі, де теорія графів допомагає в аналізі та розв’язанні. Наприклад, задачі на побудову трикутників і багатокутників з певними властивостями можуть бути значно спрощені шляхом подання фігур у вигляді графів. Це дозволяє чітко визначити послідовність дій і структуру зв’язків між вершинами, що особливо важливо в задачах із багатьма умовами.

Висновки. Теорія графів є потужним інструментом для вирішення геометричних задач. Вона дозволяє структурувати та спрощувати процес побудови й аналізу складних фігур, надаючи зручний інструмент для моделювання багатогранників і визначення їхніх властивостей. Використання графів також допомагає краще зрозуміти складні просторові структури та знаходити розв'язки для задач, які на перший погляд здаються неможливими. Подальше дослідження можливостей застосування теорії графів у геометрії може сприяти розвитку математичних методів для аналізу складних форм та структур.

Список використаних джерел та літератури

1. Овчарук О. Сучасні тенденції розвитку змісту освіти в зарубіжних країнах. *Шлях освіти*. 2003. № 2. С. 17–21.Зінченко А., Сіра І. Теорія графів: історичний аспект. *Інноваційні педагогічні технології в цифровій школі : тез доп. учасників IV Всеукр. (з міжнар. участю) наук.-практ. конф. молод. учених, Харків, 11–12 трав. 2022 р.* / Харків. нац. пед. ун-т ім. Г. С. Сковороди. Харків, 2022. С. 190–192.

2. Кушнерьов О. Про деякі застосування теорії графів. URL: https://repository.sspu.edu.ua/bitstream/123456789/409/3/pro_deyaki_zastosuvania_grafiv.pdf

3. Лейфура В.М., Мітельман І.М., Радченко В.М., Ясінський В.А., Математичні олімпіади школярів України 2001. 2006 рік, Львів: Каменяр, 2008.

4. Лінчук С.С., Лінчук Ю.С. Задачі з вибраних тем елементарної математики. Чернівці: Рута, 2002. 96 с.