УДК 378.147.88:004

Б.М. Ляшенко,
кандидат фізико-математичних наук, доцент;
Я.Б. Сікора,
магістрант
(Житомирський державний університет)

НОВІТНІ КОМП'ЮТЕРНІ ТЕХНОЛОГІЇ ВИВЧЕННЯ ТРАНСПОРТНОЇ ЗАДАЧІ ЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ

У середовищі Delphi створений навчально-контролюючий комплекс із розвинутим інтерфейсом для вивчення методу потенціалів розв'язування транспортної задачі та здобуття практичних навичок використання обчислювальної техніки в економічних дослідженнях

Більшість завдань, що постають перед сучасним суспільством, пов'язані з явищами, що керуються на підставі свідомо прийнятих рішень. Сучасне планування і випуск продукції на рівні окремих підприємств, а також на вищому – макроекономічному – рівні супроводжується наростаючими інформаційними потоками, які надходять до економічних та управлінських установ для опрацювання і аналізу з метою пошуку найкращих варіантів розвитку виробництва й прийняття оптимальних рішень. Математичні аспекти моделювання і дослідження цих проблем в умовах обмежених можливостей, є сферою діяльності математичного програмування [1]. Розробкою і практичним впровадженням методів найбільш ефективного керування організаційними системами займається дослідження операцій [2]. Вивчення методів оптимізації та дослідження операцій передбачено державними стандартами освіти і навчальними планами підготовки фахівців з інформатики та управління економікою і бізнесом [3, 4].

Входження України до Болонського процесу передбачає впровадження кредитно-модульної системи організації навчального процесу з широким впровадженням новітніх технологій навчання на основі використання комп'ютерних та інформаційних систем. Для підготовки висококваліфікованих фахівців, які вільно володіють комп'ютерною технікою та вміло використовують її у своїй виробничій діяльності, доцільно використовувати сучасні технічні засоби навчання, а саме комплекси навчаючих програм для персональних комп'ютерів. Такий підхід дає можливість індивідуалізувати процес навчання і контролю рівня знань, а також широко впроваджувати дистанційне та самостійне навчання.

Робота присвячена розробці методики вивчення транспортної задачі з використанням розробленого авторами навчаючо-контролюючого комплексу. Транспортна задача як один із різновидів задачі лінійного програмування може бути розв'язана за допомогою алгоритму симплекс-методу. Однак, внаслідок практичної важливості цієї задачі та специфіки обмежень для її розв'язування розроблений більш простий варіант симплекс-методу – метод потенціалів [5: 173].

Розглянемо транспортну задачу за критерієм вартості.

Підприємцю треба перевезти певну кількість одиниць однорідного товару із різних складів у деякі магазини. Кожному із цих магазинів потрібна визначена кількість одиниць товару, за умови, що кожний із складів може виділити тільки певну кількість такого товару. Відома також вартість перевезення товару зі складу в магазин. Потрібно за наявних умов спланувати перевезення товару так, щоб затрати були мінімальними.

Побудуємо математичну модель такої задачі. Маємо m пунктів відправлення $A_1, A_2, ..., A_m$ і n пунктів призначення $B_1, B_2, ..., B_n$. Нехай a_i – кількість товару, що зосереджений в пункті A_i ($i = 1,2,...,m$), а b_j – кількість вантажу, очікуваного в пункті B_j ($j = 1,2,...,n$). Умова замкненості $a_1 + a_2 + ... + a_m = b_1 + b_2 + ... + b_n$ означає, що сумарний запас товару дорівнює сумарній потребі в ньому. Крім чисел a_i, b_j, задано ще величини c_{ij} – так позначаємо вартість перевезення однієї одиниці товару з пункту A_i в пункт B_j. Потрібно знайти оптимальний план перевезень, тобто розрахувати, скільки товару потрібно перевезти із кожного пункту відправлення в кожний пункт призначення, щоб сумарна вартість перевезень була найменшою. Невідомими в задачі є $m \times n$ невід'ємних чисел x_{ij} ($i = 1,2,...,m; j = 1,2,...,n$), де x_{ij} – кількість вантажу, призначена до відправлення з A_i в B_j. Зведемо їх у таблицю 1.

Таблиця 1.

Перевезення	в B_1	в B_2	…	в B_n	Запаси
із A_1	x_{11}	x_{12}	…	x_{1n}	a_1
із A_2	x_{21}	x_{22}	…	x_{2n}	a_2
…	…	…	…	…	…
із A_m	x_{m1}	x_{m2}	…	x_{mn}	a_m
Потреби	b_1	b_2	…	b_n	$\sum a_i = \sum b_j$

Оскільки сумарний обсяг товару, відправленого з A_i у всі пункти споживання, повинен дорівнювати a_1, то маємо співвідношення $x_{11} + x_{12} + ... + x_{1n} = a_1$.

Подібні співвідношення мають місце для пунктів $A_2, \dots, A_m$. Отож, невідомі нашої задачі повинні задовольняти m рівнянням

$$\left.\begin{array}{l} x_{11} + x_{12} + ... + x_{1n} = a_1 \\ x_{21} + x_{22} + ... + x_{2n} = a_2 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ x_{m1} + x_{m2} + ... + x_{mn} = a_m \end{array}\right\} \qquad (1)$$

Але потрібно враховувати, що загальна кількість товару, доставленого в B_1 з усіх пунктів відправлення, повинна дорівнювати b_1, тобто $x_{11} + x_{21} + ... + x_{m1} = b_1$.

Подібні співвідношення мають місце для пунктів $B_2, \dots, B_n$. Це приведе до n рівнянь

$$\left.\begin{array}{l} x_{11} + x_{21} + ... + x_{m1} = b_1 \\ x_{12} + x_{22} + ... + x_{2m} = b_2 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ x_{1n} + x_{2n} + ... + x_{mn} = b_m \end{array}\right\} \qquad (2)$$

Із пункту A_i у пункт B_j відправляємо x_{ij} одиниць товару, вартість перевезення однієї одиниці дорівнює c_{ij}. Отож, перевезення з A_i в B_j коштує $c_{ij}\ x_{ij}$, а загальна вартість усіх перевезень буде

$$S = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} \ . \qquad (3)$$

Таким чином, приходимо до класичної задачі лінійного програмування: серед невід'ємних розв'язків системи рівнянь (1),(2) знайти такий, що мінімізує лінійну функцію (3).

Для розв'язання транспортної задачі методом потенціалів скористаємось алгоритмом, що випливає із теорем, наведених у [5:167-181]:

1. Знаходження першого базису методом північно-західного кута. Формуємо початковий план, в якому рівно $m + n - 1$ елементів, кожен з яких або додатне число, або нуль. Будемо послідовно міняти величини x_{ij}, починаючи із клітинки (1,1). На кожному кроці, незважаючи на тарифи, призначаємо перевезення з одного пункту відправлення до одного пункту призначення так, щоб або вичерпався запас вантажу в першому пункті, або задовольнились потреби у вантажі в другому пункті. У будь-якому з цих варіантів один із пунктів виключимо із подальшого розгляду. Пункти A_m і B_n повинні бути виключені одночасно.

2. Знаходження потенціалів α_k, β_l і непрямих вартостей $c'_{pq} = \alpha_p + \beta_q$.

Необхідно подати функцію S у вигляді

$$S = \sum_{p,q} s_{pq} x_{pq} + S\ , \qquad (4),$$

де s_{pq} коефіцієнти при вільних невідомих. Щоб знайти s_{pq} зіставимо кожному пункту відправлення A_i деяку величину α_i ($i = 1,2,...,m$) – "потенціал" пункту A_i. Аналогічно, кожному з пунктів призначення B_j зіставимо величину β_j ($j = 1,2,...,n$) – "потенціал" пункту B_j. Пов'яжемо ці величини між собою наступним чином: для кожного базисного невідомого x_{kl} складемо рівняння

$$\alpha_k + \beta_l = c_{kl}\ , \qquad (5),$$

в якому c_{kl} позначає, як і раніше, вартість перевезення одиниці товару з пункту A_k у пункт B_l. Сукупність рівнянь виду (5), складених для всіх базисних невідомих x_{kl}, утворить систему лінійних рівнянь. У цій системі $m + n - 1$ рівнянь (стільки, скільки маємо базисних невідомих) і $m + n$ невідомих α_k, β_l (стільки, скільки маємо пунктів відправлення і пунктів призначення, разом взятих).

Зафіксуємо який-небудь один розв'язок $(\alpha_1,...,\alpha_m,\beta_1,...,\beta_n)$ системи рівнянь (5), а потім для кожного вільного невідомого x_{pq} обчислимо суму $\alpha_p+\beta_q$.

Позначимо цю суму через c'_{pq}: $\alpha_p+\beta_q=c'_{pq}$ і назвемо її непрямою вартістю (на відміну від справжньої вартості c_{pq}).

3. Обчислення різниць $S_{pq}=c_{pq}-c'_{pq}$.

У виразі (4) коефіцієнти при вільних невідомих дорівнюють $S_{pq}=c_{pq}-c'_{pq}$. Якщо всі величини S_{pq} невід'ємні, то початковий базисний розв'язок буде оптимальним і переходимо до пункту 6. Якщо ж серед них є від'ємні, наприклад $S_{p_0q_0}$, то переходимо до наступного базису.

4. Вибір вільної клітинки, що відповідає від'ємній різниці S_{pq}, і побудова циклу перерахунку для цієї клітинки.

Будемо збільшувати $x_{p_0q_0}$ (залишаючи інші вільні невідомі рівними нулю). Якщо за таких умов одне із базисних невідомих, наприклад $x_{k_0l_0}$, перетвориться в нуль, то переходимо до нового базису, виключаючи із старого базису невідоме $x_{k_0l_0}$ і вводячи замість нього $x_{p_0q_0}$.

5. Знаходження нового базисного розв'язку і нового значення функції S. В отриманому плані знову буде $m+n-1$ базисних клітинок. Наступним виконуємо крок 2.

6. Виписуємо отриманий оптимальний план у вигляді i, j, x_{ij} для всіх клітинок, де $x_{ij}>0$. Підраховуємо вартість цього плану (значення функції S).

Наведений алгоритм реалізований у середовищі Borland Delphi [6] у вигляді навчально-контролюючого комплексу TRANSPORT_Z із вивчення і розв'язування транспортної задачі методом потенціалів.

Створений комплекс функціонально містить такі розділи:

- виклад теоретичного матеріалу;
- контроль отриманих знань;
- програма методу потенціалів, суть якого полягає в цілеспрямованому переході від одного до іншого базового розв'язання транспортної задачі з метою пошуку оптимального плану у відповідності з викладеним алгоритмом 1-6.

Структурно комплекс має три базові модулі, що підпорядковані головному проекту. Його форма забезпечує керування всім навчально-контролюючим комплексом.

Після запуску програми з'являється вікно з головним меню, яке має розділи "Теорія", "Обчислення", "Вихід" (рис. 1). Натискуючи кнопки з назвами розділів, користувач може перейти до відповідних розділів програми.

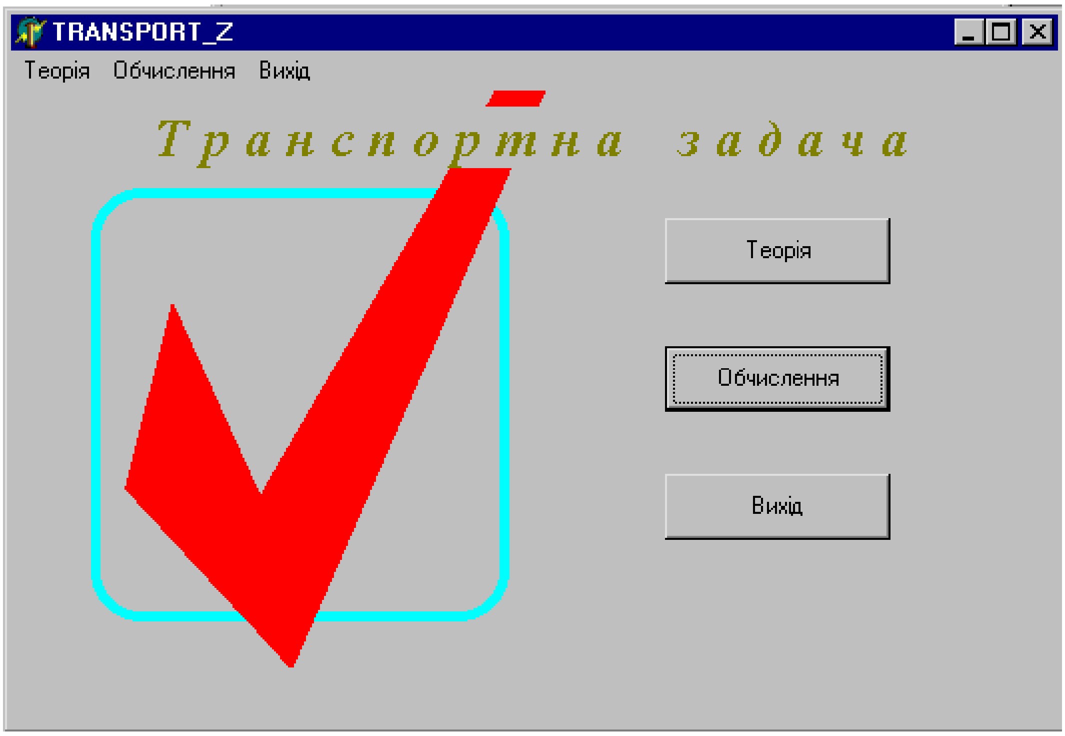

Рис. 1

Розділ "Теорія" містить роз'яснення суті і алгоритму методу потенціалів, приклади розв'язування транспортної задачі цим методом (рис. 2). Він передбачає два підходи до вивчення теоретичної та практичної частини: почати спочатку; розглянути обрану тему (рис. 3). Режим перегляду теорії полягає у наданні відповідних тематичних сторінок у вигляді текстової інформації. Передбачена можливість користувачу переходити по сторінках уперед і назад, переглядаючи теорію з початку або з кінця теми, у будь-який момент зупинити вивчення теми, натискуючи на кнопки "Назад", "Вперед" і "Вихід" відповідно (рис. 4). Це надає можливість індивідуалізувати та диференціювати процес навчання студентів (можливо, учнів), різних за нахилами, інтересами та здібностями. У результаті навчання з використанням комплексу, вони засвоюють матеріал відповідно до індивідуальних особливостей сприймання, а, отже, за власним планом та у власному темпі.

Вивчення теоретичної частини методу потенціалів завершується системою ретельно дібраних контрольних запитань, що охоплюють усі розглянуті розділи.

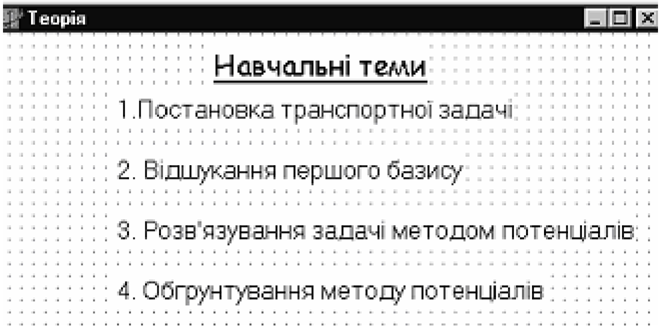

Рис. 2

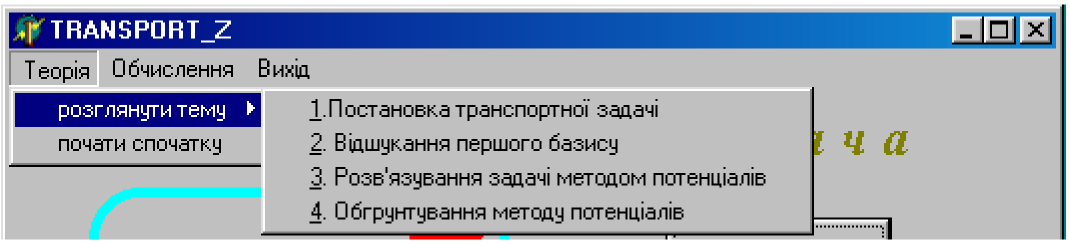

Рис. 3

Розділ "Обчислення" використовується для запуску в дію допоміжної форми "Обчислити", що застосовується для розв'язування транспортної задачі. Користувач вводить умову задачі: задає кількість пунктів відправлення і призначення, їх відповідні запаси і потреби та вартість перевезення.

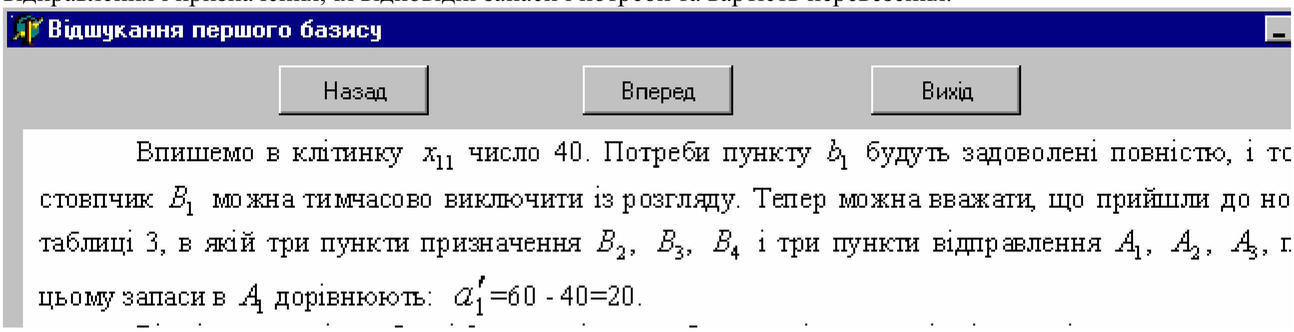

Рис. 4

Розв'язування транспортної задачі передбачено, за вибором користувача, в одному з двох режимів: власне, саме розв'язування задачі та навчальне розв'язування із демонстрацією всіх проміжних результатів, що подається у вигляді послідовності таблиць (див. рис 5).

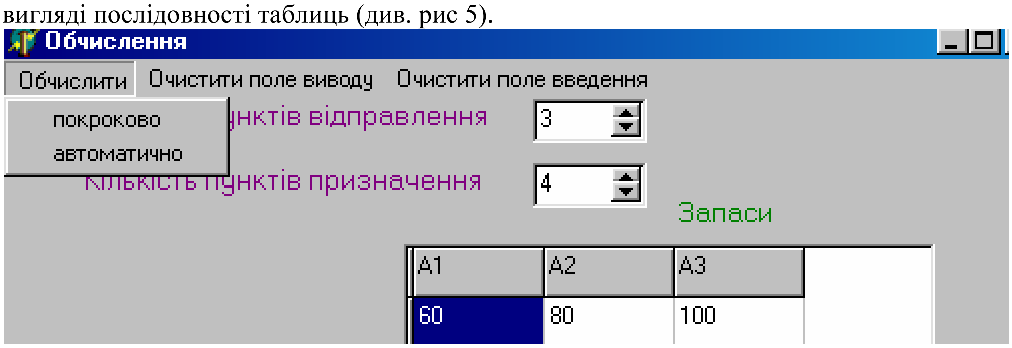

Рис. 5

У результаті виконання програми на екрані отримують найменше значення функції S та оптимальний план розв'язку задачі (рис 6).

У разі неправильного введення умови задачі з клавіатури (наприклад, порушення умови замкненості задачі) з'являється відповідне повідомлення.

Розділ "Вихід" дозволяє завершити роботу з комплексом і містить відомості про програму.

Розроблений навчально-контролюючий комплекс TRANSPORT_Z пропонується використовувати як технічний засіб навчання під час вивчення методів лінійного програмування, дослідження операцій та здобуття практичних навичок використання обчислювальної техніки в економічних дослідженнях.

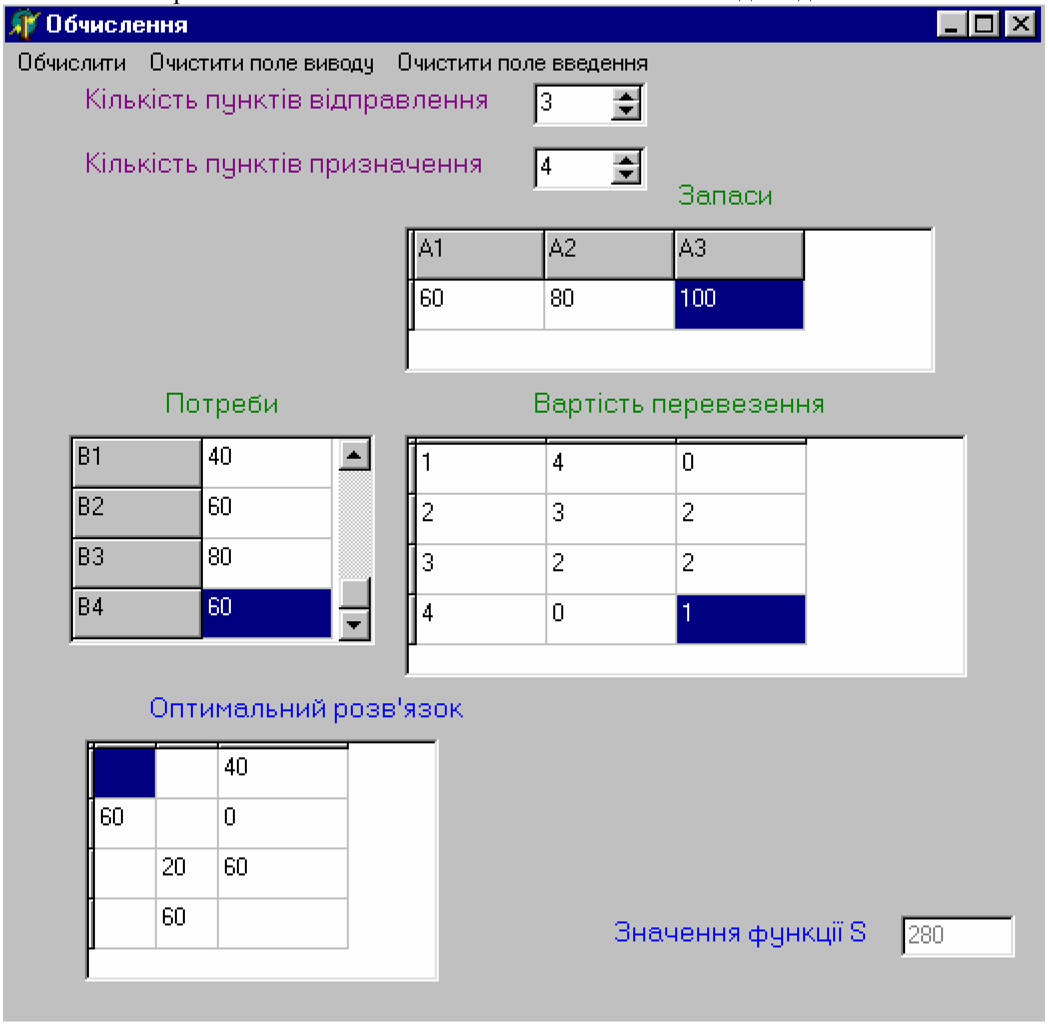

Рис. 6

1. Ляшенко И.Н., Карагодова Е.А., Черникова Н.В., Шор Н.З. Линейное и нелинейное программирование / под. ред. И.Н. Ляшенко. – К.: Выща школа, 1975. – 372 с.
2. Таха Х. Введение в исследование операций. – 6 изд.: Пер. с англ. – М.: Изд. дом "Вильямс", 2001. – 912 с.
3. Чорней Н.Б., Чорней Р.К., Юнькова О.О. Програма вивчення дисципліни "Математичне програмування". – К.: МАУП, 2003. — 25 с.
4. Чорней Н.Б., Чорней Р.К., Юнькова О.О. Навчальна програма дисципліни "Дослідження операцій" (для бакалаврів). – К.: МАУП, 2004. – 24 с.
5. Солодовников А.С. Введение в линейную алгебру и линейное программирование. – М.: Просвещение, 1966. – 124 с.
6. Баас Р., Фервай М., Гюнтер Х. Delphi 5 для пользователя. Пер. с нем. – К.: BHV, 2000. – 496 с.

Матеріал надійшов до редакції 1.11.2004 р.

Ляшенко Б.Н., Сикора Я.Б. Новейшие компьютерные технологии изучения транспортной задачи линейного программирования.

В среде Delphi создан обучающе-контролирующий комплекс с развитым интерфейсом для изучения метода потенциалов решения транспортной задачи и приобретения практических навыков использования вычислительной техники в экономических исследованиях.

Lyashenko B.M., Sikora J.B. The newest computer technologies of researching the transportation problem of linear programming.

The authors present a new complex with a developed interface for researching the potential-method of transportation problems solving and acquiring practical skills of the use of computer facilities in economic researches.