АНАЛИЗ ИНФОРМАТИВНОСТИ СТЕПЕНИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ СИЛОВЫХ ВОЗМОЖНОСТЕЙ ПРИ ОТТАЛКИВАНИИ В ЗАДАЧАХ ПРОГНОЗА РЕЗУЛЬТАТИВНОСТИ ПРЫГУНОВ В ВЫСОТУ

Ахметов Р.Ф.

Житомирский государственный университет имени Ивана Франка

Аннотация. Рассматривается задача прогноза результативности прыгунов в высоту по данным средней результативности в различных возрастных группах, используя только один, но важнейший информативный параметр спортсменов – степень использования силовых возможностей толчка (СВТ).

Ключевые слова: аппроксимация, регрессионная матрица, линейная регрессия.

Анотація. Ахметов Р.Ф. Аналіз інформативності ступеня використання силових можливостей при відштовхуванні в задачах прогнозу результативності стрибунів у висоту. Розглядається задача прогнозу середньої результативності в різних вікових групах, використовуючи один, але найважливіший інформативний параметр спортсменів – ступінь використання силових можливостей поштовху (СМП).

Ключові слова: апроксимація, регресійна матриця, лінійна регресія.

Annotation. Akhmetow R.F. The Spring-off Intensity Analysis High-jump Efficiency Prediction. The paper addresses the problem of high-jump average performance prediction with the spring-off intensity being a most important informative parameter of the athletes of different age groups.

Key words: approximation, regression matrix, linear regression.

Постановка проблемы. При управлении спортивной подготовкой большая роль отводится прогнозу результативности как отдельных спортсменов, так и спортивных групп [4]. В связи с этим весьма актуальным является разработка программы прогноза на базе некоторых параметров спортсменов.

Анализ последних исследований и публикаций. Задачу прогноза результативности спортсменов [3] можно решать на базе факторного анализа [2] и динамики развития физических параметров и результатов на некотором ограниченном интервале времени (например, 10-13 лет). В данной работе дается продолжение общего подхода [3] к частной задаче прогноза результативности прыгунов в высоту при использовании только одного, но важнейшего информативного параметра спортсменов – степени использования силовых возможностей толчка (СВТ). Степень использования силовых возможностей при отталкивании в прыжках в высоту – новый, предложенный нами, параметр, характеризующий уровень развития скоростно-силовых качеств спортсменов [1]. Степень использования силовых возможностей при отталкивании определяется числовым значением отношения величины площади электромиограммы (ЭМГ), которая фиксируется во время отталкивания у икроножной мышцы, и экстраполируемой площади, соответствующей максимальному М-ответу этой же мышцы, вызванному непрямой ее стимуляцией. Экстраполяция М-ответа производится по длительности, равной длительности ЭМГ, регистрируемой во время выполнения толчка при прыжке.

Целью настоящего исследования была разработка программы прогнозирования результативности прыгунов в высоту на базе такого важного параметра, как степень использования силовых возможностей при отталкивании.

Результаты исследования. Для анализа была выбрана одна группа из 12 спортсменов и прослежена динамика роста результативности (высоты прыжка H) в зависимости от СВТ (X) по 8 возрастным периодам t=(10-17) лет. Поскольку результаты и физические параметры спортсменов в группе имеют случайный разброс (дисперсию), то, говоря о задаче прогноза результативности, имеет смысл рассматривать прогноз средней результативности $\overline{\text{Н}}(t)$, как функции средней в группе СВТ $\overline{X}(t)$:

$$\overline{\text{Н}}(t) = F\{\overline{X}(t)\}. \tag{1}$$

В первом приближении рассматривается задача линейного прогноза в рамках классической теории линейной регрессии (интерполяции) в математической статистике [5]. Речь идет о нахождении аппроксимации средней результативности

$$\overline{\text{Н}} \cong \text{Н}_0 + \alpha_1 \overline{X}\ , \tag{2}$$

где $\text{Н}_0, \alpha_1$ – неизвестные параметры регрессии, которые требуется оценить по данным некоторого количества возрастных периодов. В более точной постановке приближенная линейная регрессия (2) представляется в виде:

$$\overline{\text{Н}}[\overline{X}(t)] = \text{Н}_0 + \alpha_1 \overline{X}(t) + \xi(t), t \in T = (a,b)\,, \tag{3}$$

где $\xi(t)$ – ошибка прогноза с нулевым средним ($M\xi(t) = 0$) и неизвестной дисперсией $\sigma_\xi^2 = M\xi^2$ (M – оператор математического ожидания – среднего). Если в результате решения задачи линейной регрессии на интервале времени T получены оценки неизвестных параметров регрессии:

$$\text{Н}_0 = \text{Н}_0^\wedge(T);\ \alpha_1 = \alpha_1^\wedge(T),$$

то прогнозное значение средней результативности вне этого интервала представляется в виде:

$$\overline{\text{Н}}^\wedge[\overline{X}(t_0)] = \text{Н}_0^\wedge(T) + \alpha_1^\wedge \overline{X}(t_0), \quad t_0 > b, \tag{4}$$

где СВТ $\overline{X}(t_0)$ – задается на прогнозируемый момент времени t_0. При этом среднеквадратическая ошибка (СКО) прогноза оценивается величиной $\sigma_\xi(T)$.

Отметим, что в рамках теории линейной регрессии можно также рассматривать задачи одномерного возрастного (временного) прогноза всякого спортивного параметра, в том числе и средней результативности ($\overline{\text{Н}}$) и средней СВТ ($\overline{X}$):

$$\overline{\text{Н}}(t) = A + \beta t\,, \tag{4.1}$$

$$\overline{X}(t) = B + \gamma t. \tag{4.2}$$

Насколько «удачно» получена оценка (4), – зависит от многих факторов и последнее слово здесь за практикой (экспериментальной апробации). Проведенная в данной работе апробация модели (4) показывает, что она практически вполне приемлема. СКО при этом не превышает 4-х сантиметров, а прогнозируемый результат на возрастной период 17 лет по данным средней результативности возрастных периодов 10-13 лет составляет 205 см. при контрольном среднем результате 201 см. В данной работе анализируются две зависимости (4) и (4.1).

Матричное решение задачи линейной регрессии

Для оценки параметров регрессии H_0, α_1 составляется следующая система линейных алгебраических уравнений**:**

$$\mathrm{H}_0 + \alpha_1 \overline{X}(t_n) = \overline{\mathrm{H}}(t_n) \quad , n = 1,2,..., N, \tag{5}$$

где в данном разделе, следуя стандартным обозначениям, N – число возрастных периодов (в данной работе N<9). Система (5) представляется в матричном виде:

$$\mathrm{H}_0 \vec{1}_N + \alpha_1 \vec{X}_N = \vec{\overline{\mathrm{H}}}_N, \tag{6}$$

$$\vec{1}_N = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ .. \\ 1 \end{pmatrix}_N, \quad \vec{X}_N = \begin{pmatrix} \overline{X}\ (t_1) \\ \overline{X}\ (t_2) \\ \dots\dots\dots \\ \overline{X}\ (t_N) \end{pmatrix}, \quad \vec{\overline{\mathrm{H}}}_N = \begin{pmatrix} \overline{\mathrm{H}}(t_1) \\ \overline{\mathrm{H}}(t_2) \\ \dots\dots\dots \\ \overline{\mathrm{H}}(t_N) \end{pmatrix}.$$

Вводя т.н. «сигнальный» регрессионный вектор (СРВ):

$$\begin{gathered} \vec{s}_M = \begin{pmatrix} \mathrm{H}_0 \\ \alpha_1 \end{pmatrix}_M = \begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \end{pmatrix}, \quad M = 2, \\ s_1 = \mathrm{H}_0 \ , s_2 = \alpha_1, \end{gathered} \tag{7}$$

матричную систему (6) представляем также в стандартном виде:

$$\sum_{m=1}^{M} s_m \vec{Y}_N^m = \vec{\overline{\mathrm{H}}}_N \quad \Rightarrow \quad Y_{NM} \vec{s}_M = \vec{\overline{\mathrm{H}}}_N, \tag{8}$$

$$\vec{Y}_N^1 = \vec{1}_N, \vec{Y}_N^2 = \vec{X}_N^1, \quad Y_{NM} = (\vec{Y}_N^1 \vec{Y}_N^2),$$

где Y_{NM} – измеримая матрица наблюдений (ИМН); $\vec{\overline{\mathrm{H}}}_N$ – измеримый вектор средних результатов (ВСР).

Согласно общей теории линейной регрессии система (8) может быть решена, если она полностью определена или переопределена:

$$N \geq M+1=3 \Rightarrow \quad Rank Y_{NM}=M=2 . \tag{9}$$

Отметим, что величина (M+1) обусловлена тем, что в число неизвестных помимо M неизвестных параметров регрессии необходимо включить также и неизвестное СКО σ_{ξ}. При выполнения условия (9) статистическое решение задачи линейной регрессии (4) представляется в виде:

$$\vec{s}_{M}^{\wedge}=Y_{NM}^{-}\vec{\mathrm{H}}_{N}, \; Y_{NM}^{-}=(Y_{NM}^{T}Y_{NM})^{-1}Y_{NM}^{T}, \tag{10}$$

$$(\sigma_{\xi}^{2})^{\wedge}=\frac{1}{N-M}//\vec{\mathrm{H}}_{N}^{\wedge}-\vec{\mathrm{H}}//^{2}=\frac{//\Lambda_{NN}^{M\perp}\vec{\mathrm{H}}_{N}//^{2}}{N-M}=s^{2}, \tag{11}$$

$$\vec{\mathrm{H}}_{N}^{\wedge}=Y_{NM}\vec{s}_{M}^{\wedge}=\Lambda_{NN}^{M}, \quad \Lambda_{NN}^{M}=Y_{NM}Y_{NM}^{-}, \quad \Lambda_{NN}^{M\perp}=\mathrm{I}_{NN}-\Lambda_{NN}^{M},$$

$$Rank\Lambda_{NN}^{M}=M, \quad Rank\Lambda_{NN}^{M\perp}=N-M,$$

где Y_{NM}^{-} – псевдообратная матрица [3, 5]; Λ_{NN}^{M} – вектор в линейную оболочку из базисных векторов $\{\vec{Y}_{N}^{m}, m=1,2,\ldots,M\}$; $\Lambda_{NN}^{M\perp}$ – ортогональный вектор. Аналогично решается задача прогноза (4.1).

Была разработана специализированная программа corrS2m.com в среде Turbo Pascal. Программа РЕГРЕССИЯ (corrS2m.com) содержит следующие пункты [2]:

1. Вызов исходных статистических данных.
2. Шифр файла: TN-M, где N – число возрастных групп, по которым проводится прогноз на будущее; M – число информативных параметров (N≥ M+2).
3. Выбор M информативных параметров (из номеров 2-21 [2]).
4. Анализ ранга регрессионной матрицы $Y_{N(M+1)}$ методом Грама-Шмидта.
5. Анализ корреляции информативных параметров по годам.
6. Спектральный анализ матрицы Грама $Y^{T}Y$ размером (M+1)*(M+1).
7. Оценка точности обращения матрицы Грама.

8. Оценка статистических характеристик информативных параметров (средние, СКО, корреляционная матрица).

9. Решение задачи линейной регрессии.

10. Оценка дисперсии шума (СКО=s).

11. Прогнозирование за пределы выбранных возрастных групп, включая прогноз результатов международного класса (приводятся соответствующие графики).

Далее, как и в работе [2], приводятся только графики по пункту 11.

Прогноз результативности по СВТ

Исходные данные для средних параметров по возрастам:

n => 1 2 3 4 5 6 7 8 9

t => 10 11 12 13 14 15 16 17 21

$\overline{\mathrm{H}}(t)$ => 1.17 1.38 1.52 1.62 1.72 1.87 1.94 2.01 2.33

$\overline{X}(t)$ => 8.37 11.62 12.66 13.84 15.07 16.71 18.46 19.38 40.37

где n – номер возрастной группы; t=21 – условный возраст мастеров спорта международного класса.

Т3_1(прогноз по трем возрастным группам 10-12 лет)

Решение системы уравнений регрессии:

$\hat{\mathrm{H}}_0$ = 0.532446

$\hat{\alpha}_1$ = 0.075744

СКО: s=4.3429 см.

На рис. 1, 3, 5 приведены графики зависимости регрессии результативности от СВТ, а на рис. 2, 4, 6-11 приведены графики зависимости регрессии результативности от возраста группы (номер возрастной группы).

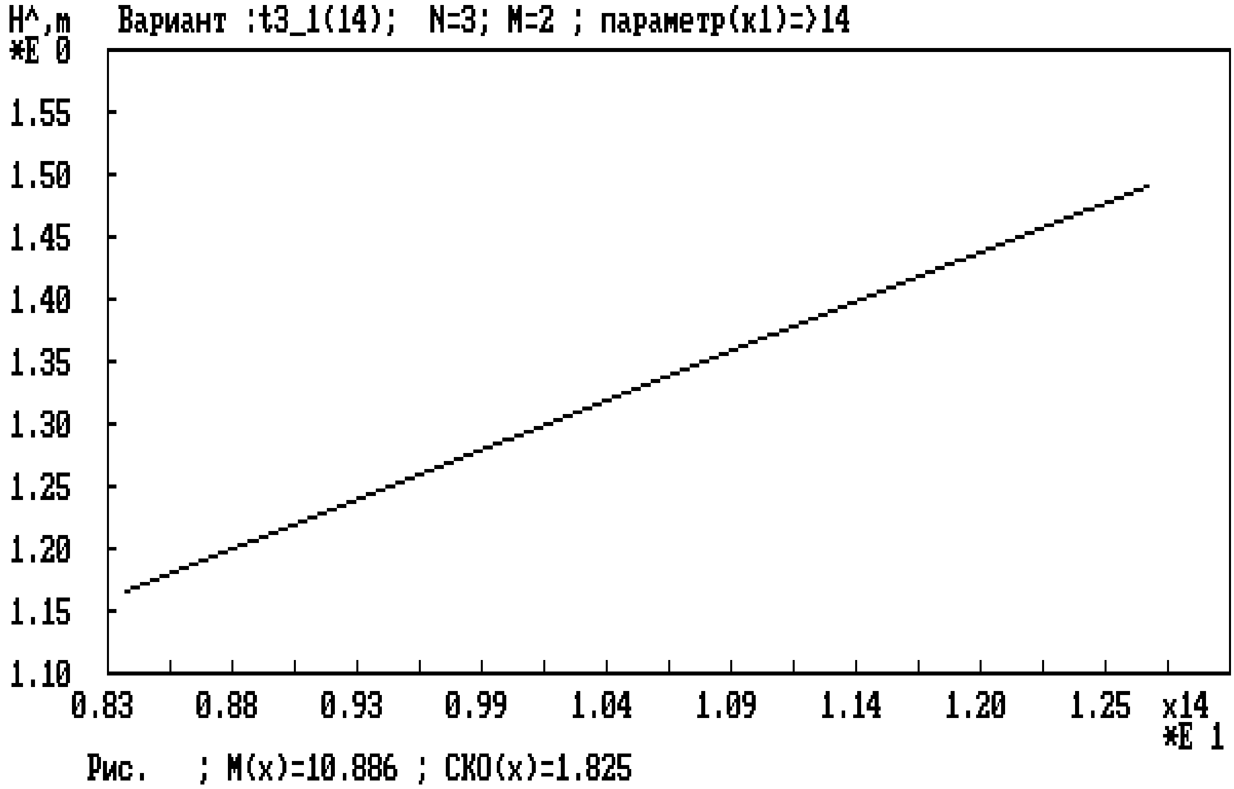

Рис. 1. Зависимость регрессии результативности от СВТ (прогноз по трем годам 10-12 лет).

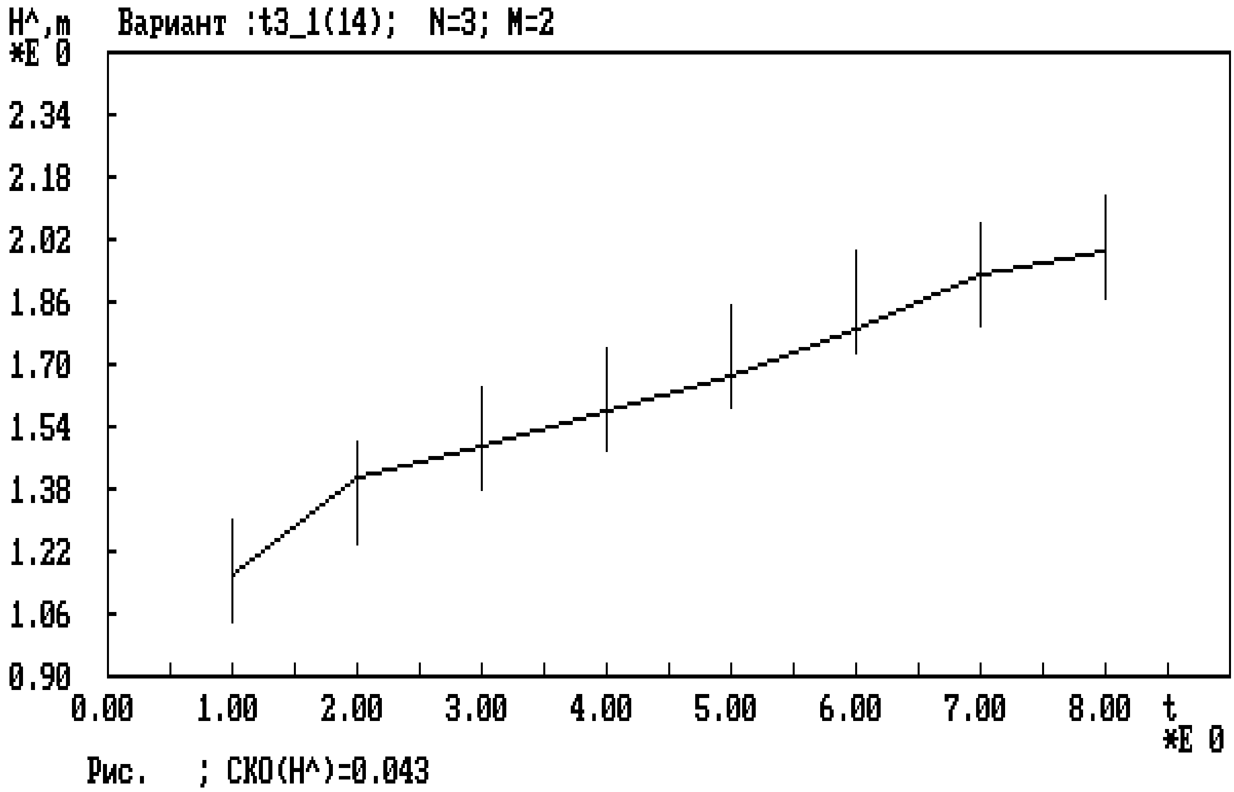

Рис. 2. Зависимость регрессии результативности от номера возрастной группы (прогноз по трем годам 10-12 лет). Вертикальными отрезками отмечен интервал ($\overline{\mathrm{H}}(t) \pm s(СКО)$).

T4_1(прогноз по четырем возрастным группам 10-13 лет)

Решение системы уравнений регрессии:

$\hat{H}_0 = 0.485237$

$\hat{\alpha}_1 = 0.080582$

СКО: s=3.5188 см.

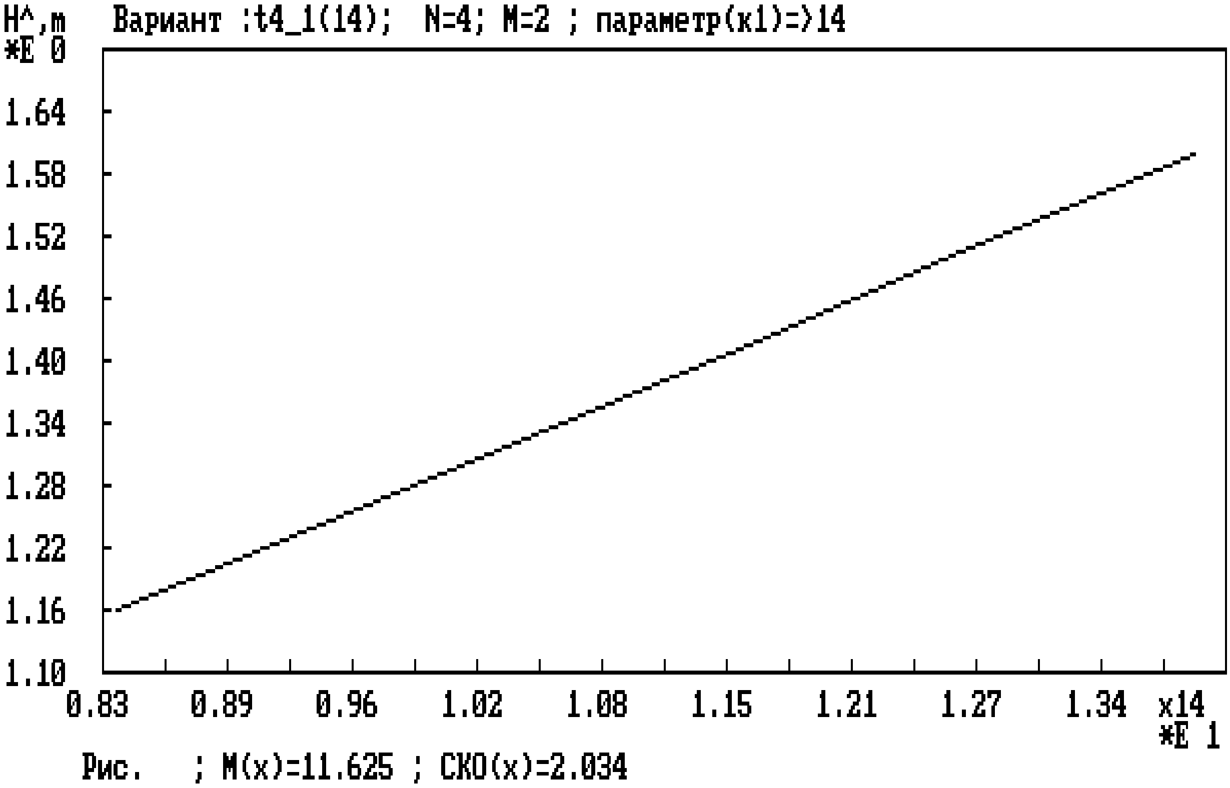

Рис. 3. Зависимость регрессии результативности от СВТ (прогноз по четырем годам 10-13 лет).

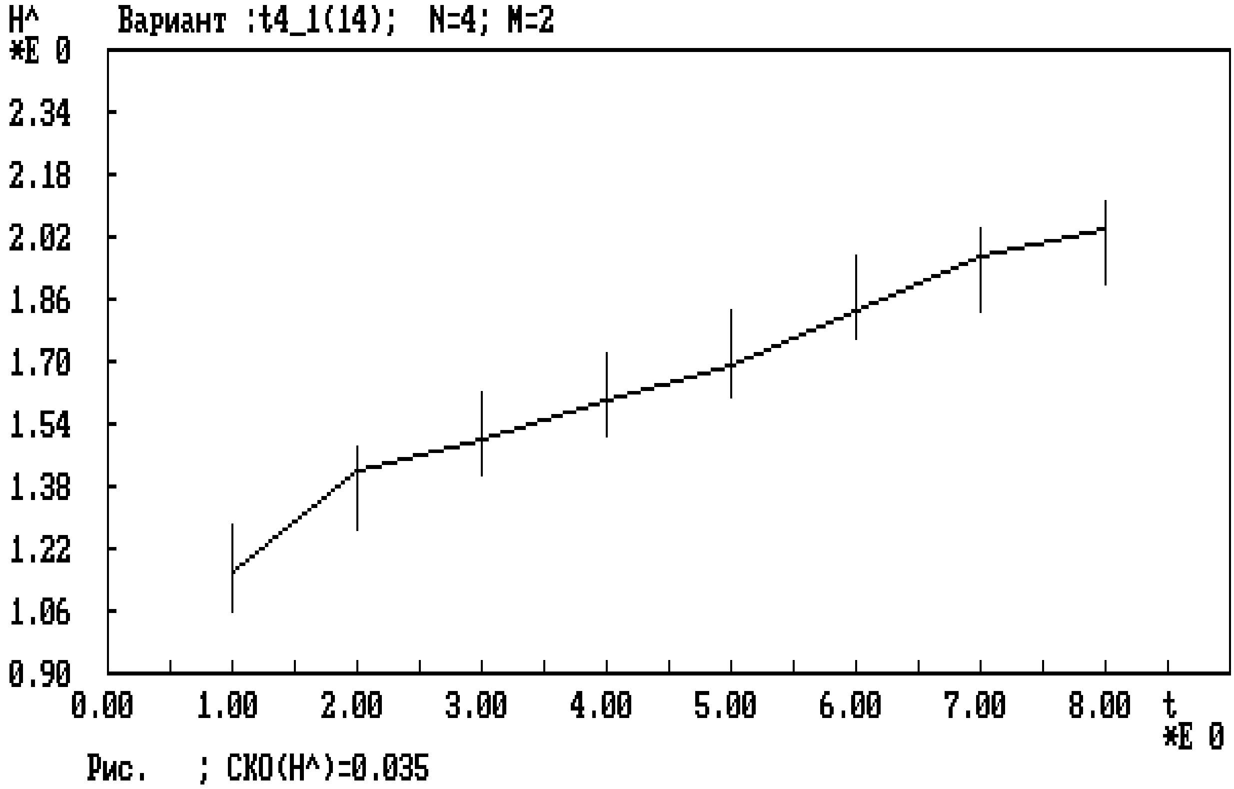

Рис. 4. Зависимость регрессии результативности от номера возрастной группы (прогноз по четырем годам 10-13 лет). Вертикальными отрезками отмечен интервал ($\overline{\mathrm{H}}(t) \pm s(CKO)$).

Отметим, что прогнозное значение для мастеров спорта международного класса оказывается довольно завышенным и составляет 374 см против контрольного среднего результата 259 см. Однако прогноз на возраст 14-17 лет является достаточно информативным:

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\hat{\overline{\mathrm{H}}}$,см	116	142	151	160	170	183	197	205	374
$\overline{\mathrm{H}}$,см	117	138	152	162	172	187	194	201	233

T5_1(прогноз по пяти возрастным группам 10-14 лет)

Решение системы уравнений регрессии:

$\hat{\mathrm{H}}_0$=0.456960

$\hat{\alpha}_1$ = 0.083295

СКО: s=3.0609 см.

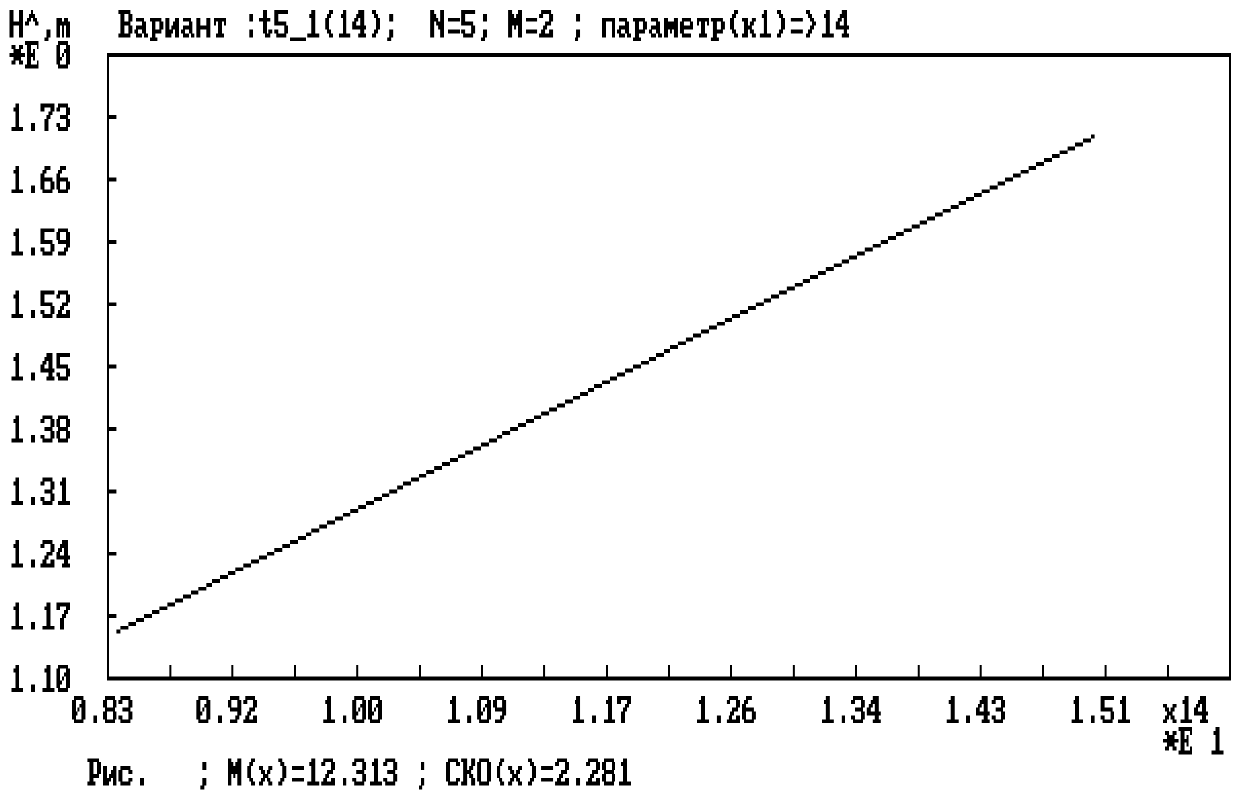

Рис. 5. Зависимость регрессии результативности от СВТ (прогноз по пяти годам 10-14 лет).

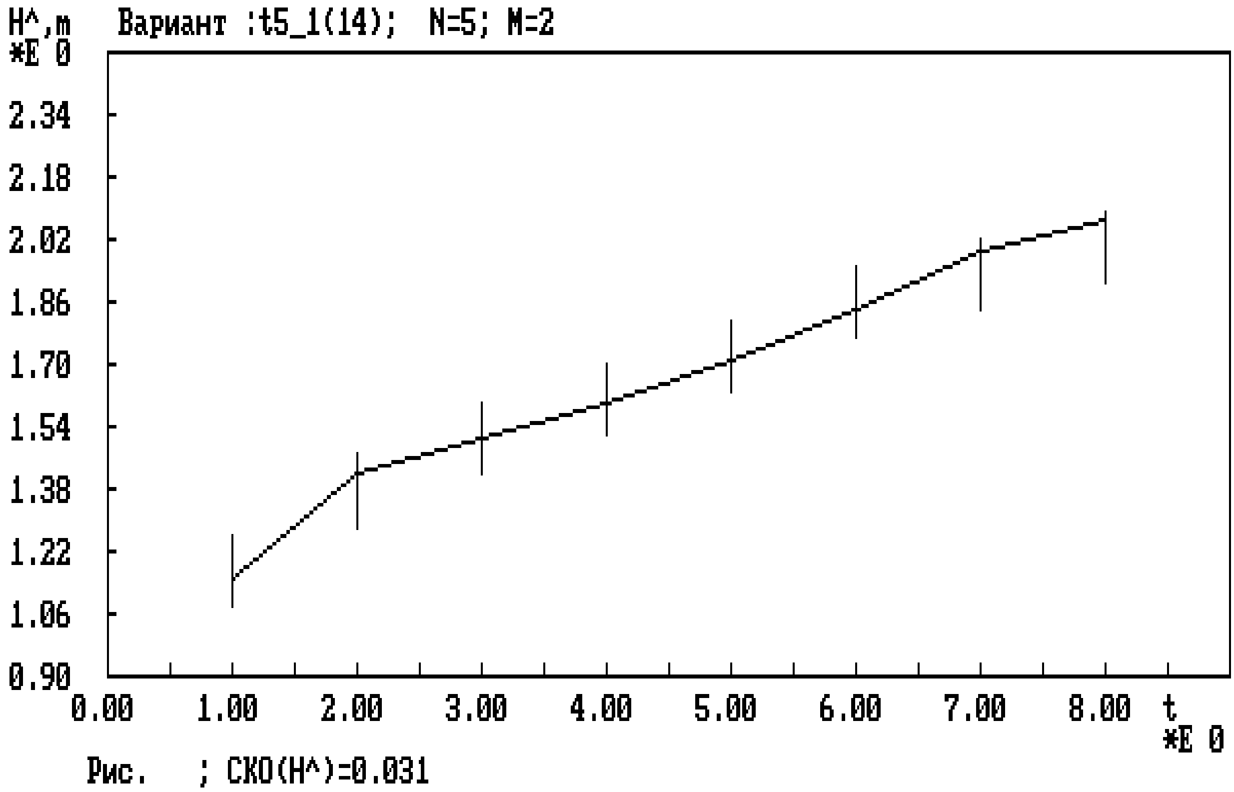

Рис. 6. Зависимость регрессии результативности от номера возрастной группы (прогноз по пяти годам 10-14 лет). Вертикальными отрезками отмечен интервал ($\overline{\mathrm{H}}(t) \pm s(CKO)$).

Прогноз результативности по возрастному параметру (t).

T3_1(прогноз по трем возрастным группам 10-12 лет)

Решение системы уравнений регрессии:

$\hat{H}_0$ = -0.524000

$\hat{\alpha}_1$ = 0.171000

СКО: s=2.6944 см.

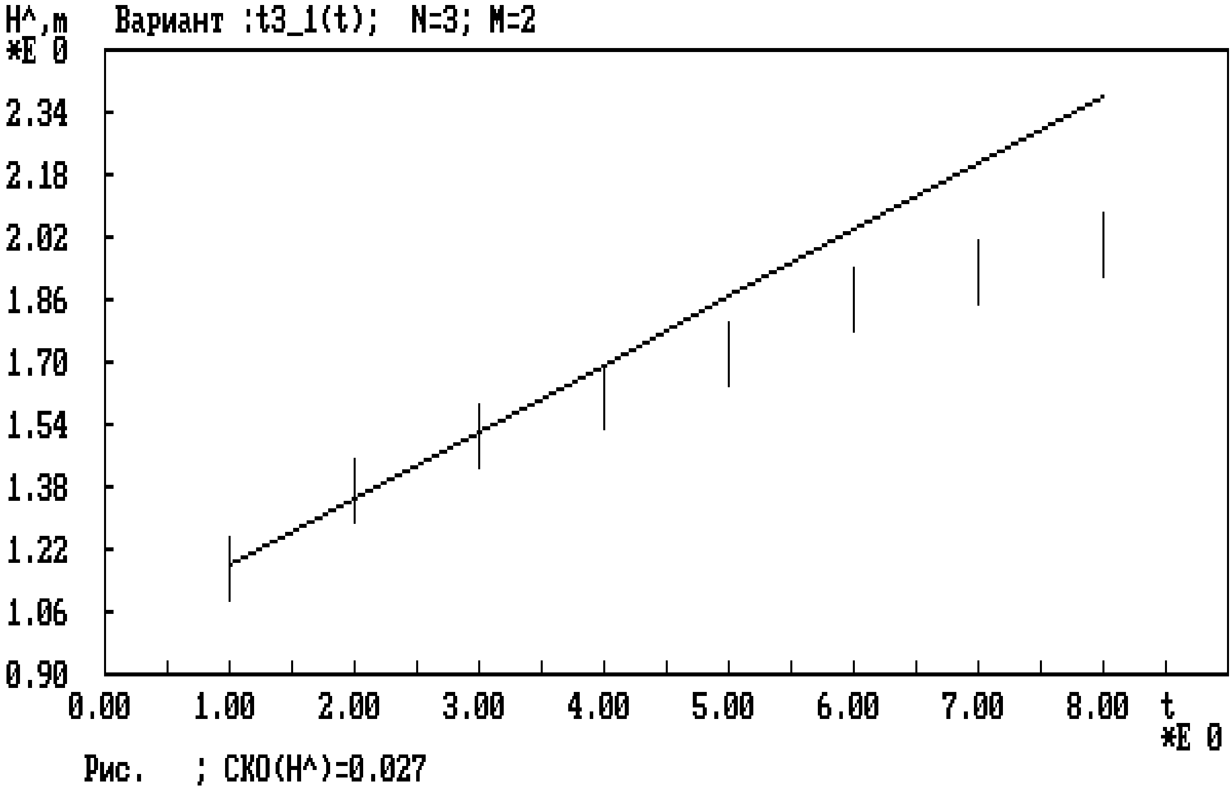

Рис. 7. Зависимость регрессии результативности от номера возрастной группы (прогноз по трем годам 10-12 лет). Вертикальными отрезками отмечен интервал ($\overline{H}(t) \pm s(CKO)$).

Отметим неудовлетворительный прогноз результативности по трем годам на последующие годы, начиная уже с возраста 13 лет (рис. 7).

T4_1(прогноз по четырем возрастным группам 10-13 лет)

Решение системы уравнений регрессии:

$\hat{H}_0$ = -0.261600

$\hat{\alpha}_1$ = 0.146400

СКО: s=3.7035 см.

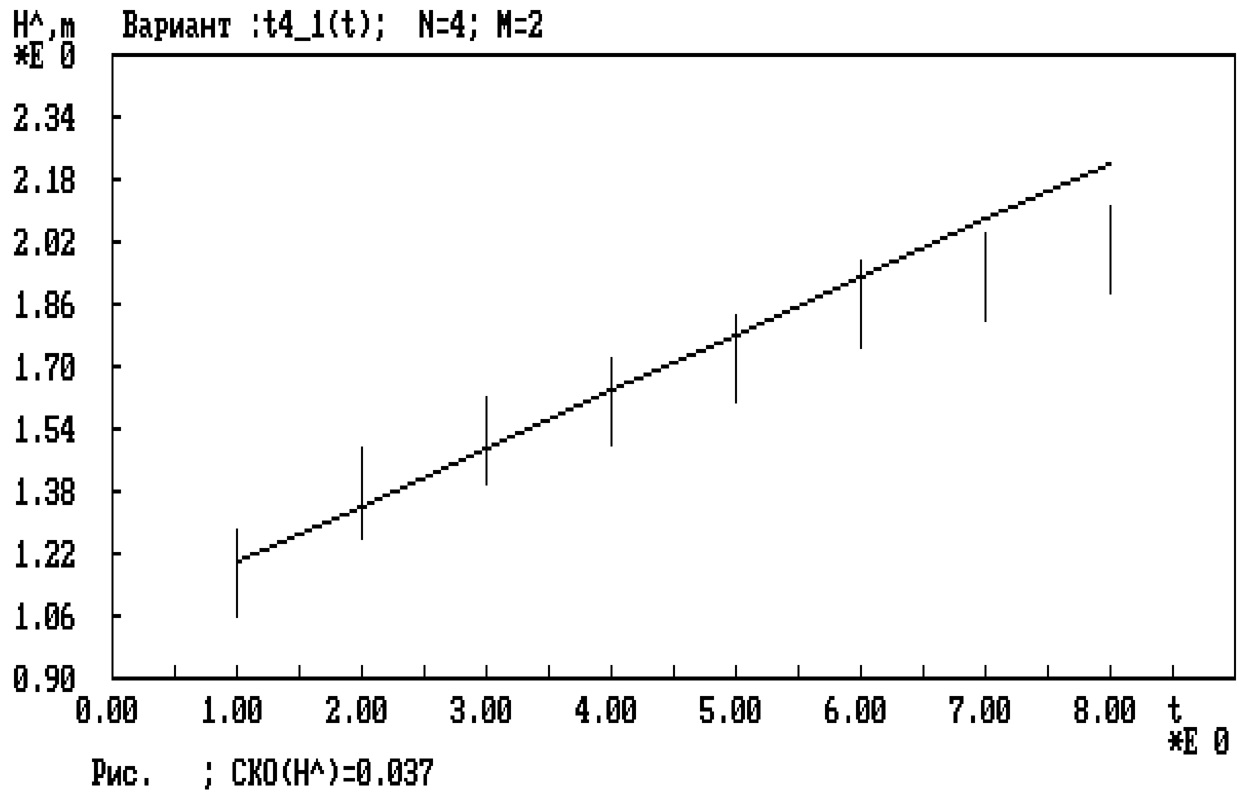

Рис. 8. Зависимость регрессии результативности от номера возрастной группы (прогноз по четырем годам 10-13 лет). Вертикальными отрезками отмечен интервал ($\overline{\mathrm{H}}(t) \pm s(СКО)$).

Отметим неудовлетворительный прогноз результативности по четырем годам на последующие годы, начиная уже с возраста 16 лет (рис. 8). Однако прогноз на 14-15 лет является сравнительно допустимым (СКО<4 см).

T5_1(прогноз по пяти возрастным группам 10-14 лет)

Решение системы уравнений регрессии:

$\hat{\mathrm{H}}_0$ = -0.123000

$\hat{\alpha}_1$ = 0.133800

СКО: s=3.7995 см.

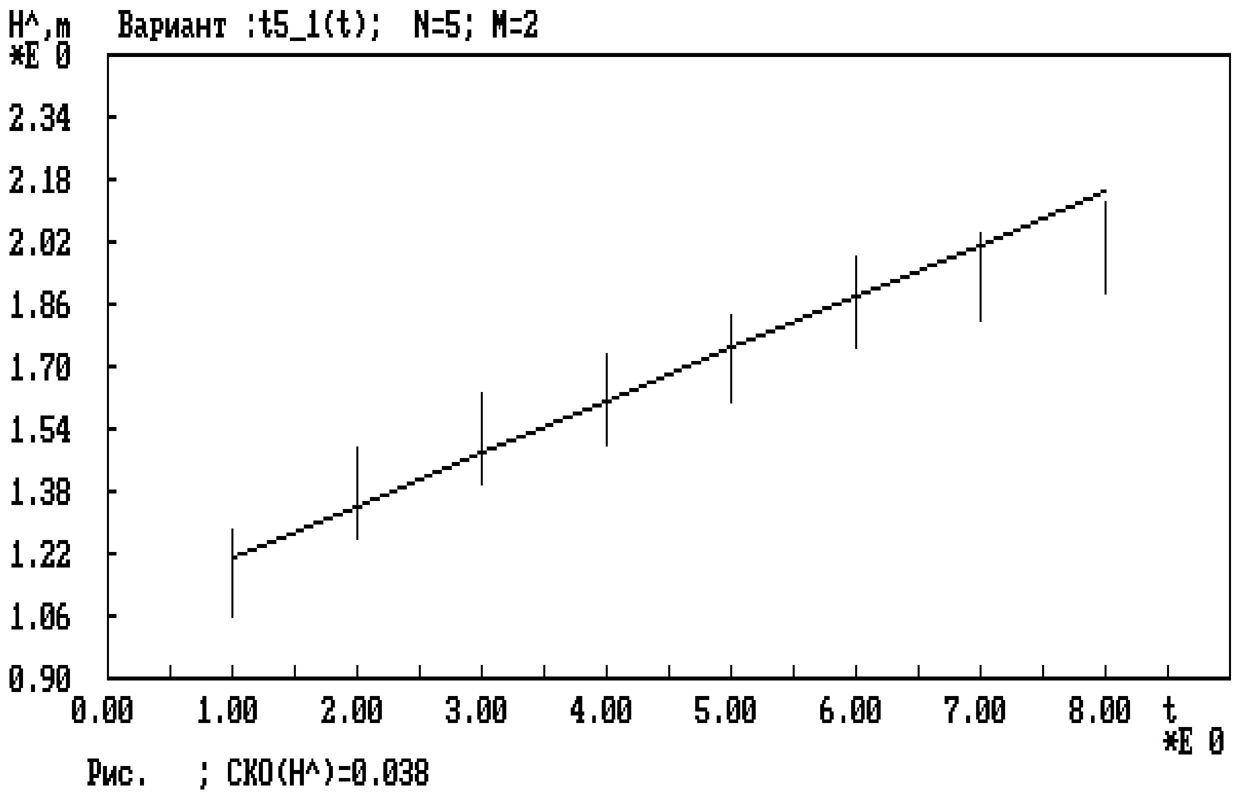

Рис. 9. Зависимость регрессии результативности от номера возрастной группы (прогноз по пяти годам 10-14 лет). Вертикальными отрезками отмечен интервал ($\overline{\mathrm{H}}(t) \pm s(CKO)$).

Отметим неудовлетворительный прогноз результативности по пяти годам на последующие годы только для возраста 17 лет (рис. 9). Однако прогноз на 14-16 лет является сравнительно допустимым (СКО<4 см).

Т6_1(прогноз по шести возрастным группам 10-15 лет)

Решение системы уравнений регрессии:

$\hat{\mathrm{H}}_0$ = -0.095476

$\hat{\alpha}_1$ = 0.131371

СКО: s=3.3423 см.

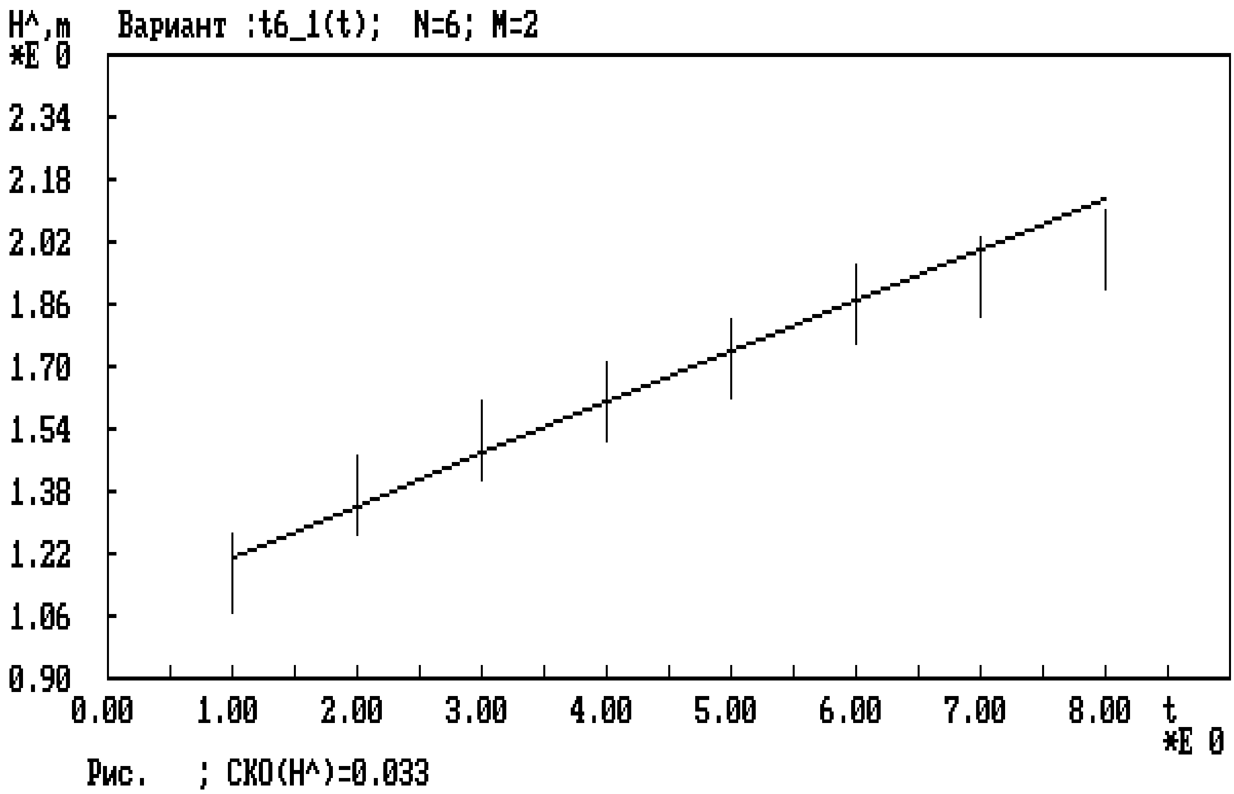

Рис. 10. Зависимость регрессии результативности от номера возрастной группы (прогноз по шести годам 10-15 лет). Вертикальными отрезками отмечен интервал ($\overline{\mathrm{H}}(t) \pm s(СКО)$).

Отметим неудовлетворительный прогноз результативности по шести годам на последующие годы (рис. 10) только для возраста 17 лет (как и по пяти годам, рис. 9). Однако прогноз на 14-16 лет является сравнительно допустимым (СКО<4 см).

Т7_1(прогноз по семи возрастным группам 10-16 лет)

Решение системы уравнений регрессии:

$\hat{\mathrm{H}}_0$ = -0.007393

$\hat{\alpha}_1$ = 0.123821

СКО: s=3.7759 см.

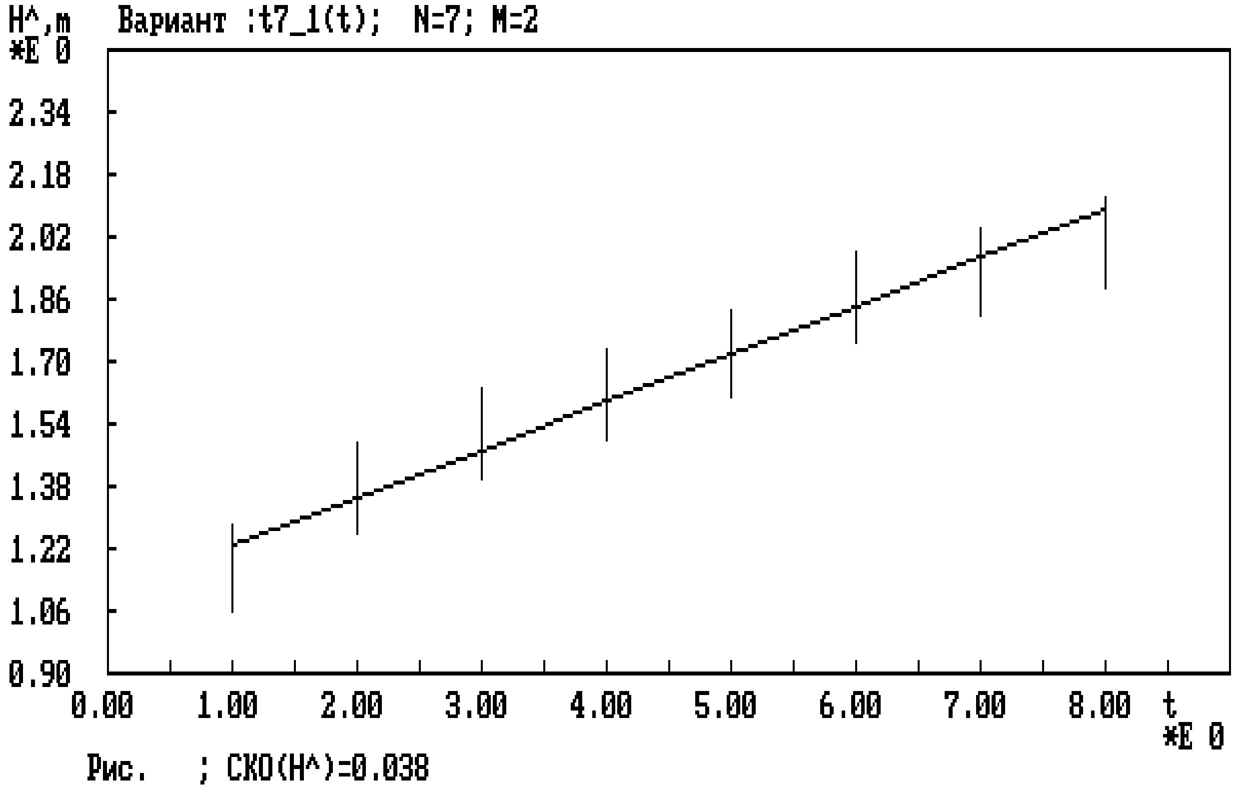

Рис. 11. Зависимость регрессии результативности от номера возрастной группы (прогноз по 7 годам 10-16 лет). Вертикальными отрезками отмечен интервал ($\overline{\mathrm{H}}(t) \pm s(СКО)$).

Отметим удовлетворительный «временной» прогноз результативности по семи годам (рис. 11) на следующий возраст 17 лет (СКО<4 см). При этом прогнозируемая высота на 17 лет составляет 210 см (в контрольной возрастной группе 17 лет средний результат составил 201 см), а для мастеров спорта международного класса прогнозируемый результат составляет 259 см против контрольного среднего результата 233 см [1].

Выводы

Таким образом, проведенный анализ позволяет сделать вывод, что, как и ожидалось, прогноз по СВТ оказывается более информативным по сравнению с простым прогнозом результативности по возрасту. При этом представляется возможным предсказать среднюю результативность на период 14-17 лет по данным средней результативности в период 10-13 лет с СКО менее 4 сантиметров.

Література

1. Ахметов Р.Ф. Електрофізіологічний спосіб оцінки ступеня утилізації силових можливостей у спортсменів швидкісно-силових видів спорту // Педагогіка, психологія та медико-біологічні проблеми фізичного виховання і спорту. – 2003. – № 24. – С. 19-24.
2. Ахметов Р.Ф. Групповые статистические характеристики и факторный анализ многомерной совокупности параметров спортсменов в задачах прогноза результативности // Педагогіка, психологія та медико-біологічні проблеми фізичного виховання і спорту. – 2004. – № 6. – С. 91-104.
3. Ахметов Р.Ф. Прогноз результативности спортсменов на базе статистического факторного анализа и экспертного ранжирования полной совокупности антропометрических, технических и специализированных параметров // Педагогіка, психологія та медико-біологічні проблеми фізичного виховання і спорту. – 2004. – № 7. – С. 82-95.
4. Платонов В.Н. Общая теория подготовки спортсменов в олимпийском спорте. – К.: Олимпийская литература, 1997. – 583 с.
5. Пугачев В.С. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Наука, 1979. – 496 с.