Науковий напрям: Актуальні проблеми у галузі фізичного виховання і спорту.

ПРОГНОЗУВАННЯ РЕЗУЛЬТАТИВНОСТІ СТРИБУНІВ У ВИСОТУ

Рустам Ахметов

Актуальність. У системі спортивної підготовки велика роль відводиться прогнозуванню результативності як окремих спортсменів, так і спортивних груп [2; 5]. У зв'язку з цим досить актуальною є розробка програми прогнозування на базі певної сукупності інформативних параметрів спортсменів.

Постановка проблеми. В останні роки українським стрибунам у висоту не вдається перемагати на великих міжнародних змаганнях. Цей факт стимулює фахівців не тільки підвищувати ефективність тренувального процесу, але і продовжувати розробку точності прогнозу результативності стрибунів у висоту, що значною мірою буде сприяти якісному відбору в цьому виді спорту. У зв'язку з цим досить важливою є розробка програми прогнозу результативності на базі деякої сукупності параметрів спортсменів.

Аналіз останніх досліджень. Прогнозування – розробка прогнозів у спорті – є формою конкретизації передбачення перспектив розвитку того чи іншого процесу або явища, характерного для спортивної діяльності [5]. Прогнозування тісно пов'язане з управлінням, тому що забезпечує досить обґрунтовані передумови для прийняття управлінських рішень як у сфері організації спорту, так і у сфері спортивної підготовки, змагальної діяльності.

Прогнозування ґрунтується на використанні методу екстраполяції, що припускає поширення висновків, отриманих зі спостереження над однією частиною якого-небудь явища, на інші його частини [2; 6; 7]. В умовах спорту екстраполяція дозволяє здійснити прогнози зростання результативності на основі вивчення відповідних закономірностей у попередні роки. Завдання прогнозування результатів спортсменів можна вирішити на базі факторного аналізу й динаміки розвитку фізичних параметрів і результатів на певному обмеженому інтервалі часу [1; 6]. Особлива увага приділяється „ранньому" прогнозуванню на період до 17 років за даними початкового періоду (10-13 років).

Зв'язок теми з важливими науковими завданнями. Дослідження проводилося згідно з темою 1.4.7 „Удосконалення технічної майстерності легкоатлетів-стрибунів у процесі багаторічної підготовки", відповідно до плану науково-дослідних робіт Державного комітету України з фізичної культури і спорту на 2001-2005 рр. і зведеного плану НДР Національного університету фізичного виховання і спорту України. Номер держреєстрації: 0101U006316

Мета дослідження – розробка програми прогнозування результатів майстрів спорту міжнародного класу зі стрибків у висоту за даними їх спеціальних фізичних параметрів і отриманої функції лінійної регресії з урахуванням її дисперсії.

Результати дослідження. Оскільки результати та фізичні параметри спортсменів у групі мають випадковий розкид (дисперсію), то, говорячи про завдання прогнозування результативності, має сенс розглядати прогноз середньої результативності $\overline{\mathrm{H}}(t)$, як функції середніх по групі фізичних параметрів $\vec{X}_P$, що будемо представляти у вигляді матриці стовпця:

$$\vec{\mathrm{X}}_P = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \dots \\ X_P \end{pmatrix}, \text{ P=1,2,…,N}_\text{p}\text{-1; N}_\text{p} \geq 3,$$

де N_p – повне число спортивних параметрів, включаючи сам результат (Н). Повна множина Р-вимірних групувань з (N_p-1) по Р дорівнює числу сполучень з (N_p-1) по Р:

$$\vec{\mathrm{X}}_P \in U_{\vec{X}_P} = \{\vec{X}_P^{\alpha}, \alpha = 1,2,\dots,C_{N_p-1}^{P}\}, \ (1)$$

$$C_{N_p-1}^{P} = \frac{(N_p - 1)!}{P!(N_p - 1 - P)!}.$$

Інформативність різних Р-вимірних групувань $\vec{\mathrm{X}}_P$ у завданнях прогнозування результативності буде також різною. Питання про вибір оптимальної сукупності найбільш інформативних параметрів з множини (1) при різних P вимагає самостійних глибоких досліджень у рамках окремої НДР. У роботі запропоновано один з альтернативних варіантів вирішення завдання, який цілком прийнятний з погляду точності прогнозу. У першому наближенні розглядається завдання лінійного прогнозу в рамках класичної теорії лінійної регресії (інтерполяції) у математичній статистиці [4; 7-9]. Мова йде про вирахування апроксимації

$$\overline{\mathrm{H}} \cong \mathrm{H}_0 + \alpha_1 X_1 + \alpha_2 X_2 + ... + \alpha_P X_P \text{ , (2)}$$

де $\mathrm{H}_0, \alpha_1, ..., \alpha_P$ – невідомі параметри регресії, які потрібно оцінити за даними деякої кількості вікових груп. У більш точній постановці наближена лінійна регресія (2) представляється у вигляді:

$$\overline{\mathrm{H}}(t) = \mathrm{H}_0 + \alpha_1 X_1(t) + \alpha_2 X_2(t) + ... + \alpha_P X_P(t) + \xi(t), t \in T = (a,b) \text{ , (3)}$$

де $\xi(t)$ – помилка прогнозу з нульовим середнім ($M\xi(t) = 0$) і невідомою дисперсією $\sigma_\xi^2 = M\xi^2$ (M – оператор математичного очікування – середнього). Якщо в результаті вирішення задачі лінійної регресії на інтервалі часу T отримані оцінки невідомих параметрів регресії:

$$\mathrm{H}_0 = \overset{\wedge}{\mathrm{H}}_0(T);\ \alpha_n = \overset{\wedge}{\alpha}_n(T), \quad n = 1,2,..., P,$$

то прогнозне значення середньої результативності поза цим інтервалом подається у вигляді:

$$\overline{\mathrm{H}}^\wedge(t_0) = \overset{\wedge}{\mathrm{H}}_0(T) + \sum_{n=1}^{P} \overset{\wedge}{\alpha}_n(T) X_n(t_0), \quad t_0 > b \text{ , (4)}$$

де набір фізичних параметрів $\{ X_n(t_0), \quad n = 1,2,..., P \}$ – задається на прогнозований момент часу t_0. При цьому середньоквадратичне відхилення (СКВ) прогнозу оцінюється величиною $\sigma_\xi(T)$. Наскільки „вдало” отримана оцінка (4), – залежить від багатьох факторів і останнє слово тут за практикою (експериментальною апробацією). Проведена в роботі апробація моделі (4) показує, що вона практично цілком прийнятна. СКВ при цьому не перевищує 3-х сантиметрів, а прогнозований рекордний результат становить 250 см.

Матричне вирішення задачі лінійної регресії результативності за заданою сукупністю найбільш інформативних параметрів

Для оцінки параметрів регресії $\mathrm{H}_0, \alpha_1, ..., \alpha_P$ складається така система лінійних алгебраїчних рівнянь:

$$\mathrm{H}_0 + \sum_{n=1}^{P} \alpha_n X_n(t_1) = \overline{\mathrm{H}}(t_1)$$

$$\mathrm{H}_0 + \sum_{n=1}^{P} \alpha_n X_n(t_2) = \overline{\mathrm{H}}(t_2) \quad (5)$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\mathrm{H}_0 + \sum_{n=1}^{P} \alpha_n X_n(t_N) = \overline{\mathrm{H}}(t_N),$$

де N – число вікових груп (у цій роботі N<18). Система (5) подається в матричному вигляді:

$$\mathrm{H}_0 \vec{1}_N + \sum_{n=1}^{P} \alpha_n \vec{X}_N^n = \vec{\overline{\mathrm{H}}}_N \Rightarrow \quad (6)$$

$$\vec{1}_N = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ .. \\ 1 \end{pmatrix}_N, \quad \vec{X}_N{}^n = \begin{pmatrix} X_n(t_1) \\ X_n(t_2) \\ \cdots\cdots\cdots \\ X_n(t_N) \end{pmatrix}, \quad \vec{\overline{\mathrm{H}}}_N = \begin{pmatrix} \overline{\mathrm{H}}(t_1) \\ \overline{\mathrm{H}}(t_2) \\ \cdots\cdots\cdots \\ \overline{\mathrm{H}}(t_N) \end{pmatrix}.$$

Вводячи так званий „сигнальний” регресійний вектор (СРВ):

$$\vec{s}_M = \begin{pmatrix} \mathrm{H}_0 \\ \alpha_1 \\ \cdots \\ \alpha_P \end{pmatrix}_M = \begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \\ \cdots \\ s_M \end{pmatrix}, \quad M = P+1, \quad (7)$$

$$s_1 = \mathrm{H}_0, \ s_2 = \alpha_1, \ s_3 = \alpha_2, ..., s_M = \alpha_P,$$

матричну систему (6) подаємо також у стандартному вигляді:

$$\sum_{n=1}^{M} s_n \vec{Y}_N^n = \vec{\overline{\mathrm{H}}}_N \quad \Rightarrow \quad Y_{NM} \vec{s}_M = \vec{\overline{\mathrm{H}}}_N, \quad (8)$$

$$\vec{Y}_N^1 = \vec{1}_N, \vec{Y}_N^2 = \vec{X}_N^1, ..., \quad \vec{Y}_N^M = \vec{X}_N^P, \quad Y_{NM} = (\vec{Y}_N^1 \vec{Y}_N^2 .. \vec{Y}_N^P),$$

де Y_{NM} – вимірна матриця спостережень (ВМС); $\vec{\overline{\mathrm{H}}}_N$ – вимірний вектор середніх результатів (ВСР).

Відповідно до загальної теорії лінійної регресії система (8) може бути вирішена, якщо вона цілком визначена чи перевизначена:

$$N \geq M+1 = P+2 \Rightarrow \quad rangY_{NM} = M \,. \,(9)$$

Відзначимо, що величина (M+1) обумовлена тим, що в число невідомих крім M=P+1 невідомих параметрів регресії необхідно включити також і невідому СКВ σ_ξ. При виконання умови (9) статистичне вирішення задачі лінійної регресії подається у вигляді:

$$\vec{s}_M^{\wedge} = Y_{NM}^{-} \vec{\vec{\mathrm{H}}}_N \,,\; Y_{NM}^{-} = (Y_{NM}^T Y_{NM})^{-1} Y_{NM}^T \,, \,(10)$$

$$(\sigma_\xi^2)^{\wedge} = \frac{1}{N-M} // \vec{\vec{\mathrm{H}}}_N^{\wedge} - \vec{\vec{\mathrm{H}}} //^2 = \frac{// \Lambda_{NN}^{M\perp} \vec{\vec{\mathrm{H}}}_N //^2}{N-M} \,, \,(11)$$

$$\vec{\vec{\mathrm{H}}}_N^{\wedge} = Y_{NM} \vec{s}_M^{\wedge} = \Lambda_{NN}^M \,, \quad \Lambda_{NN}^M = Y_{NM} Y_{NM}^{-} \,, \quad \Lambda_{NN}^{M\perp} = \mathrm{I}_{NN} - \Lambda_{NN}^M \,,$$

$$rang(\Lambda_{NN}^M) = M \,, \quad rang(\Lambda_{NN}^{M\perp}) = N - M \,,$$

де Y_{NM}^{-} – псевдозворотна матриця [5]; Λ_{NN}^M – вектори лінійної оболонки з базисних векторів $\{\vec{Y}_N^m, m = 1,2,\ldots,M\}$; $\Lambda_{NN}^{M\perp}$ – ортогональний вектор; індекс вгорі „Т” означає операцію матричного транспонірування.

У даній роботі найбільш точне вирішення отримане у випадку P=3 при різних N з урахуванням необхідної умови припущення (9):

$$5 \leq N \leq 8 \,. \,(12)$$

Розроблена спеціалізована програма cor2din.pas у оболонці Turbo Pascal. Специфічною математичною особливістю задачі регресії спортивного результату є те, що в силу досить однорідного складу груп стовпцеві вектори ВМС Y_{NM} є хоч і випадковими, але з малою кутовою розбіжністю відносно „одиничного” вектора $\vec{1}_N$. Ця обставина вимагає чіткого контролю точності перетворення матриці Грама $(Y_{NM}^T Y_{NM})_{MM}$, тому що у випадку високої кутової кореляції („схожості”) векторів $\vec{Y}_N^m$ матриця Грама є часто погано зумовленою [3] з великим динамічним діапазоном власних чисел в області малих величин. При цьому точність перетворення матриці Грама зі зростанням розмірності P>3 (числа інформативних параметрів, які враховуються) починає різко падати й подальше збільшення розмірності P не є можливим.

Відзначимо також, що в цій роботі максимальне число вікових груп з піврічним періодом N_{max}=8.

Тому в силу умови (9) граничне число найбільш інформативних параметрів обмежується величиною 6:

$$P \le N - 2 \le N_{\max} - 2 = 8 - 2 = 6. \quad (13)$$

Експериментальне ранжування й вибір найбільш інформативної сукупності фізичних параметрів спортсменів для рішення задачі прогнозу результативності

Як уже відзначалося в попередньому розділі, розмірність вектора інформативних фізичних параметрів спортсменів $\vec{X}_P$ принципово обмежується числом вікових груп і в цій роботі є не більшою шести (13). Пряме перебирання різних можливих комбінацій інформативних параметрів з числа сполучень (1) виявляється досить великим і дуже трудомістким. Так для p=3 й N=8 потрібно перебрати

$$C_5^3 + C_6^3 + C_7^3 + C_8^3 = 10 + 15 + 21 + 15 = 102 \quad (14)$$

комбінації трьохмірних сукупностей $\vec{X}_P$.

Безпосереднє використання результатів факторного аналізу також наштовхується на труднощі, зумовлені зміною перших найбільш інформативних комбінацій параметрів від однієї вікової групи до іншої. У зв’язку з цим становлять інтерес альтернативні методи виділення найбільш інформативної сукупності фізичних параметрів для задачі прогнозу середньої результативності.

У цій роботі вперше робиться спроба сполучити добре відомі й визнані методи сучасного факторного аналізу та поки ще мало відомі в педагогічних колах методи фундаментальної теорії т.зв. домінантних ієрархічних систем, яка розвивається відомим американським ученим Т.Л. Сааті [8]. Теорія Т.Л. Сааті, яка одержала світове визнання, висвітлена вже в багатьох монографіях з експертного оцінювання і в останні 10 років знаходить упровадження у різних галузях науки й техніки. Тому в цій роботі загальні положення теорії Т.Л. Сааті опускаються. Основна увага приділяється питанням безпосереднього застосування цієї теорії до задачі експертного оцінювання та ранжування повної 20-мірної сукупності антропометричних, технічних і спеціалізованих параметрів спортсменів. Відзначимо, що істотна відмінність і оригінальність теорії Т.Л. Сааті полягає в тому, що вона дозволяє проводити досить коректно науково-обґрунтовані експертні оцінки не тільки кількісних параметрів (до яких відносяться всі вимірні фізичні параметри), але також і нерідко використовувані в спортивно-педагогічній роботі т.зв. лінгвістичні показники якості (ЛПЯ), які можна описати тільки словесно без застосування традиційних кількісних показників, – наприклад, до ЛПЯ відноситься такий показник, як „здатність вислуховувати спортсменом від тренера критичні зауваження та мобілізовувати відповідні фізичні резерви”.

Одним із центральних положень теорії домінантних ієрархічних систем Сааті є введення 9-бальної шкали ступеня важливості (пріоритетності) параметрів при їхньому попарному порівнянні (табл. 1).

Таблиця 1

Ступінь важливості	Визначення	Пояснення
1	Однакова важливість	Дві дії вносять однаковий вклад у досягнення цілі
3	Деяка перевага однієї значущості над іншою (слабка значущість)	Існують міркування на користь переваги однієї. Однак, ці міркування недостатньо переконливі
5	Істотна значущість або сильна значущість	Є надійні дані та логічні міркування для того, щоб показати переваги однієї над іншою
7	Очевидна значущість	Переконливе свідчення на користь переваги однієї над іншою

9	Абсолютна значущість	Свідчення на користь переваги однієї над іншою найвищим чином переконливі
2, 4, 6, 8	Проміжні значення між двома сусідніми судженнями	Ситуації, коли необхідно компромісне рішення
Зворотні величини наведених вище чисел	Якщо дії **i** при порівнянні з дією **j** приписується одне з визначених вище ненульових чисел, то дії **j** при порівнянні з дією **i** приписується зворотне значення	Якщо узгодженість була постульована при одержанні **n** числових значень для утворення матриці попарних порівнянь
Раціональні значення	Відношення, що виникають для заданої шкали	Те ж

Використовуючи зазначену таблицю Т.Л. Сааті, в цій роботі була сформована т.зв. експертна матриця пріоритетності (ЕМПР) – квадратна несиметрична матриця попарних порівнянь Т.Л. Сааті розміром N×N (N=20) с позитивними елементами A_{ij} та зі зворотною симетрією. Елементи верхнього трикутного блоку матриці A (j≥i) у зв’язку з її великим розміром подані у вигляді таблиці 2.

Таблиця 2

i/j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	1	5	5	9	9	7	1/5	1/5	1/3	1/3	1/3	1/3	1/5	1/3	1/3	1/3	1/3	1/3	1/3	1/5
2		1	1	5	7	1/3	1/3	1/5	1/3	1/5	1/5	1/5	1/7	1/5	1/5	1/3	1/3	1/3	1/5	1/7
3			1	7	7	1/3	1/3	1/5	1/3	1/5	1/5	1/5	1/7	1/5	1/5	1/3	1/3	1/3	1/5	1/7
4				1	1	1/3	1/5	1/7	1/5	1/7	1/7	1/7	1/7	1/5	1/5	1/3	1/3	1/3	1/3	1/5
5					1	1/5	1/5	1/7	1/5	1/7	1/7	1/7	1/7	1/5	1/5	1/3	1/3	1/3	1/3	1/5
6						1	1/5	1/7	1/3	1/5	1/7	1/7	1/7	1/5	1/5	1/3	1/3	1/3	1/3	1/5
7							1	1/3	3	5	1/5	1/5	1/3	5	5	7	7	7	7	1
8								1	5	3	1/3	1/3	1/5	7	7	9	9	9	5	3
9									1	3	1/5	1/5	1/5	1	1	3	3	3	3	1/5
10										1	1/5	1/3	1/5	1	1	3	3	3	3	1/5
11											1	7	5	9	9	7	5	5	5	1
12												1	1/7	3	3	5	5	5	5	1
13													1	5	5	7	7	7	5	3
14														1	3	5	5	5	3	1
15															1	5	5	5	3	1/3
16																1	3	3	1/3	1/5
17																	1	1	1/3	1/5
18																		1	1/3	1/5
19																			1	1/7
20																				1

$$A=(A_{ij}),\ i,j=1,2,\ldots,N;\ A_{ji}=1/A_{ij}\ ;$$

$$A_{ii}=1,\ A_{ij} \in \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,1/2,1/3,1/4,1/5,1,6,1/7,1/8,1/9\},$$

де A_{ij} – пріоритет параметра A_i перед A_j – показує на скільки параметр A_i важливіший – більш пріоритетний – (при $A_{ij} >1$) чи менш приорітетний (при $A_{ij}<1$), ніж параметр A_j.

Відзначимо, що відповідно до психологічних досліджень один експерт у стані об'єктивно порівнювати та ранжувати одночасно не більше 5 параметрів. У цій роботі ми порівнюємо 20 фізичних параметрів (!), але порівняння проводимо попарно (за методикою Т.Л. Сааті).

Після формування ЕМПР потрібно вирішити задачу визначення ваги чи кількісної міри ступеня важливості кожного з 20 параметрів. Відзначимо, що зазвичай роблять евристичне зважування параметрів дуже суб'єктивно й орієнтовно без якогось математичного аналізу та відповідного обґрунтування. Так, у цьому випадку було дано такий евристичний ваговий вектор фізичних параметрів (номера в розширеному списку 2-21): $\vec{P}_E^T$ =(0.04, 0.01, 0.01, 0.01, 0.01, 0.02, 0.10, 0.10, 0.10, 0.04, 0.20, 0.06, 0.10, 0.02, 0.03, 0.02, 0.01, 0.01, 0.03, 0.08).

Відповідно ж до теорії ієрархічних систем Т.Л. Сааті задача оптимального зважування (ранжування) зводиться до алгебраїчної спектральної задачі для ЕМПР, тобто до перебування власних значень і власних векторів матриці А:

$$A\vec{H}=\lambda\vec{H} \Rightarrow \lambda=\lambda_m,\ m=1,\ldots,N, \lambda_1\geq\lambda_2\geq\ldots\geq\lambda_N,\ \vec{H}=\vec{H}_1,\vec{H}_2,\ldots,\vec{H}_N,$$

де $\{\lambda_m, \vec{H}_m\}$ – сукупність власних значень і власних векторів матриці А. Оптимальний ваговий вектор ОВВ – це нормований перший власний вектор, що відповідає максимальному власному значенню $\lambda_{max}=\lambda_1$:

$$\vec{P}_n^{opt}=(\vec{H}_1)/\Sigma,\ \Sigma = \sum_{n=1}^{N} (\vec{H}_1)_n ,$$

Згідно [8] ступінь довіри до експертів має вигляд:

$$\gamma_{дов.} = 1 - \frac{(\lambda_1 - N)}{N},$$

$$\gamma_{дов.\%} = \gamma_{дов.} \cdot 100\,\%.$$

Можна показати, що така досить нетривіальна процедура формування вагового вектора зовсім не суперечить природній емпіричній оцінці, принаймні у випадку, коли всі параметри рівнозначні. Тоді, мабуть, емпірична оцінка вагового вектора представляється у вигляді рівномірного розподілу P_n=1/N. Виявляється, що спектральний аналіз ЕМПР із A_{ij}=1 також дає рівномірний розподіл P_n^{opt}=1/N. Чисельний спектральний аналіз ЕМПР А (табл. 2) на ПЕОМ із математичним забезпеченням типу MatLab дає такий оптимальний ваговий вектор:

Ранжування 20 параметрів по Сааті (номера з 1-21)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
12	14	9	13	21	8	15	16	11	10	20	2	17	18	19	7	3	4	5	6
17.4	14.7	10.8	9.2	7.9	7.8	4.6	3.9	3.7	3.6	2.7	2.6	2.1	1.8	1.8	1.3	1.3	1.3	0.8	0.8

(1 рядок – порядковий номер параметра; 2 рядок – номер параметра в таблиці Сааті; 3 рядок – вага Сааті в % ; ступінь довіри – 75,3%)

Розширений перелік 21 параметра спортсменів

1. Спортивний результат (висота) – цільова функція.

Антропометричні параметри (2-7)

2. Зріст.
3. Довжина гомілки.
4. Довжина стегна.
5. Окружність стегна.
6. Окружність литкового м’яза.
7. Вага.

Технічні параметри (8-14)

(Реєстровані та розрахункові показники технічної підготовки)

8. Швидкість розбігу перед відштовхуванням.
9. Швидкість вильоту ЗЦТ (у момент відриву).
10. Кут вильоту ЗЦТ.
11. Тривалість фази відштовхування.
12. Висота вильоту ЗЦТ.

13. Імпульс сили відштовхування.

14. Ступінь використання силових можливостей поштовху (%).

Спеціалізовані параметри (15-21)

(Рівень спеціальної фізичної підготовки)

15. Біг 30 м (с).

16. Швидкість спринтерського бігу (10 м з ходу).

17. Стрибок угору у висоту з двох ніг з місця.

18. Стрибок у довжину з місця.

19. Потрійний стрибок з місця

20. Стрибок угору з штовхової ноги (махом іншої).

21. Стрибок угору з трьох кроків.

$$\vec{P}_{opt}^{\,T} = (P_1^{opt}, P_2^{opt}, \ldots, P_{20}^{opt}),$$

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P_n^{opt}	0.026	0.013	0.013	0.008	0.008	0.013	0.078	0.108	0.036	0.037
n	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
P_n^{opt}	0.174	0.092	0.147	0.046	0.039	0.021	0.018	0.018	0.027	0.079

$$\lambda_{max}=24{,}935,\ \gamma=1-(\lambda_{max}-N)/N=75.3\%,$$

де параметр γ характеризує ступінь довіри до експертів (чим ближчий до 100%, тим більший ступінь довіри; практично прийнятний ступінь довіри часто перевищує 75%). Порівняння оптимального вектора (2) з емпіричним (1) показує їхнє істотне розходження, що ще раз підкреслює відмічений раніше висновок психологічних досліджень про недостатню обґрунтованість і ефективність емпіричних оцінок у випадку $N>5$.

Для подальшого регресійного аналізу були вибрані такі 4 параметри: X_{12}, X_9, X_{21}, X_8.

Апробація алгоритмів прогнозу результативності стрибунів у висоту за різною кількістю інформативних параметрів

У програмі РЕГРЕСІЯ (cor2din.com) є такі розділи:

1. Виклик вихідних статистичних даних (файл g1_21_9.dat).
2. Шифр файлу: TN-M (x1, x2, …, xM) для річних періодів і TNd-M (x1,

x2, …, xM) для піврічних періодів, де N – число вікових груп (річних або піврічних), за якими робиться прогноз на майбутнє; M – число інформативних параметрів (N$\geq$ M+2).

3. Вибір M інформативних параметрів (з номерів 2-21).
4. Аналіз рангу регресійної матриці $Y_{N(M+1)}$ методом Грама-Шмідта.
5. Аналіз кореляції інформативних параметрів за роками.
6. Спектральний аналіз матриці Грама $Y^T Y$ розміром (M+1)*(M+1).
7. Оцінка точності перетворення матриці Грама.
8. Оцінка статистичних характеристик інформативних параметрів (середні, СКВ, кореляційна матриця).
9. Вирішення задачі лінійної регресії.
10. Оцінка дисперсії шуму (СКВ=s).
11. Прогнозування за межі обраних вікових груп, включаючи прогнозування рекордних результатів.

Висновки

Задача прогнозу результативності спортсменів є задачею інтерполяції середньої (по віковій групі) результативності ($\overline{\text{H}}$) у вигляді лінійної комбінації середніх значень найбільш інформативних фізичних параметрів спортсменів $(\bar{x}_1, \bar{x}_2, ..., \bar{x}_P)$ із зазначенням точності (СКВ) прогнозу:

$$\overline{\text{H}} = \text{H}_0 + \alpha_1 \bar{x}_1 + \alpha_2 \bar{x}_2 + ... + \alpha_P \bar{x}_P + \xi \,, \quad \overline{\xi^2} = \sigma_\xi^2 \,,$$

де $\text{H}_0, \alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_P$ – параметри регресії; σ_ξ – СКВ прогнозу.

В умовах апріорної невизначеності про СКВ прогнозу необхідною умовою вирішення задачі прогнозу є перевищення числа використовуваних вікових груп ($N_{ВГ}$) над числом використовуваних інформативних фізичних параметрів (P), як мінімум на дві одиниці:

$$\text{NВГ} \geq \text{P+2} \,.$$

Так, при кількості інформативних фізичних параметрів P=3 потрібні середні значення більш, ніж по 5-ти річних вікових групах (10, 11, 12, 13 і 14 років) або більш, ніж по 6-ти піврічних вікових групах (10; 10,5; 11; 11,5; 12 і 12,5 років). При цьому можна зробити прогноз результативності не тільки на будь-який „внутрішній” момент часу t_0 ($10 \le t_0 \le 14$) або ($10 \le t_0 \le 12.5$), але й на майбутні моменти часу t_0>14 або t_0>12,5, включаючи прогноз рекордних результатів. Для цього достатньо в отриману формулу регресії підставити значення прогнозних середніх значень фізичних параметрів $\{\, \bar{x}_n(t_0),\ n = 1,2,...,\ P \,\}$:

$$\overline{\mathrm{H}}(t_0) \cong \mathrm{H}_0 + \alpha_1 \bar{x}_1(t_0) + \alpha_2 \bar{x}_2(t_0) + ... + \alpha_P \bar{x}_P(t_0) \quad (\pm\sigma_\xi) \ .$$

Зокрема, при прогнозуванні за трьома параметрами (x_{12}, x_9, x_{21}) по 5-ти річних вікових групах (10, 11, 12, 13 і 14 років) отримана така регресійна функція:

$$H = 0.478 + 0.657\, x_{12} + 0.058\, x_9 + 0.806\, x_{21}\ , \quad \sigma = s = 0.9\, см\ .$$

де x_{12} – висота вильоту ЗЦТ; x_9 – швидкість вильоту ЗЦТ; x_{21} – стрибок вгору з трьох кроків. При цьому прогнозоване значення результату для провідних майстрів спорту складає 2,36 см, що відрізняється від їхнього середнього результату (2,33 см) усього на 3 см.

Література

1. Ахметов Р.Ф. Групповые статистические характеристики и факторный анализ многомерной совокупности параметров спортсменов в задачах прогноза результативности // Педагогіка, психологія та медико-біологічні проблеми фізичного виховання і спорту. – 2004. – № 6. – С. 91-104.
2. Баландин В.И., Блудов Ю.М., Плахтиенко В.А. Прогнозирование в спорте. – М.: Физкультура и спорт, 1986. – 193 с.
3. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. – 4-е изд.– М.: Наука, 1988. – 552 с.
4. Крамер Г. Математические методы статистики: Пер. с англ. / Под ред. академика А.Н. Колмогорова. – М.: Мир, 1975. – 648 с.
5. Платонов В.Н. Общая теория подготовки спортсменов в олимпийском спорте. – К.: Олимпийская литература, 1997. – 583 с.

6. Плахтиенко В.А., Мельник В.Г. Прогнозирование в спорте. – Л.: ВДКИФК, 1980. – 79 с.
7. Пугачев В.С. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Наука, 1979. – 496 с.
8. Саати Т.Л. Взаимодействие в иерархических системах // Техническая кибернетика. – 1979. – № 1. – С. 68-84.
9. Harman H.H. Modern factor analysis. – University of Chicago Press, 1960. Русский перевод: Современный факторный анализ. – М.: Статистика, 1972. – 516 с.
10. Lawley D.N., Maxwell A.E. Factor analysis as a statistical method. – Butterworths. – London, 1963. Русский перевод: Факторный анализ как статистический метод. – М.: Мир, 1967. – 413 с.

Резюме. Ставится и решается основная задача прогноза результативности прыгунов в высоту на базе статистического факторного анализа и экспертного ранжирования полной совокупности антропометрических, технических и специализированных параметров.

Summary. The paper provides ways to solve the major problem of prognosticating the performance of high-jumping based upon statistic and factor analysis as well as expert ranging of the comprehensive unity of anthropometric, technical and specialized parameters.