

89 391

# МАТЕМАТИКА

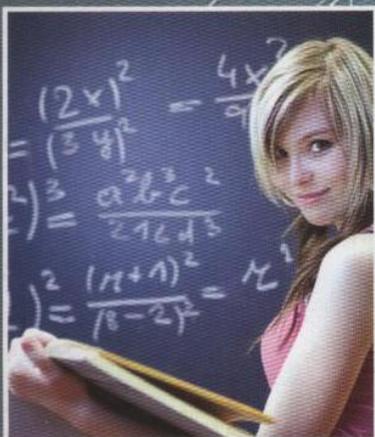
В РІДНІЙ ШКОЛІ

ПЕРЕДПЛАТНИЙ  
ІНДЕКС 68834

№ 2, 2014

## У НОМЕРІ:

МОНІТОРИНГ ЯКОСТІ  
МАТЕМАТИЧНОЇ ОСВІТИ



ЕКСТРЕМАЛЬНІ ЗАДАЧІ У  
ДИНАМІЧНИХ ПРОСТОРОВИХ  
КОНФІГУРАЦІЯХ

РІЗНІ СПОСОБИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ  
ЗАДАЧ НА ПОБУДОВУ

$$\frac{\partial}{\partial \theta} M T(\xi) = \frac{\partial}{\partial \theta} \int_{R_n} T(x) f(x, \theta) dx = \int_{R_n} \frac{\partial}{\partial \theta} T(x) f(x, \theta) dx$$

$$\frac{\partial}{\partial a} \ln f_{a, \sigma^2}(\xi_1) = \frac{(\xi_1 - a)}{\sigma^2} f_{a, \sigma^2}(\xi_1) = \frac{(\xi_1 - a)}{\sigma^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(\xi_1 - a)^2}{2\sigma^2}}$$

$$\int_{R_n} T(x) \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} f(x, \theta) dx = M \left( T(\xi) \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} \ln L(\xi, \theta) \right)$$

$$\int_{R_n} T(x) \cdot \left( \frac{\partial}{\partial \theta} \ln L(x, \theta) \right) \cdot f(x, \theta) dx = \int_{R_n} T(x) \cdot \left( \frac{\partial}{\partial \theta} \ln L(x, \theta) \right) \cdot f(x, \theta) dx$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta} M T(\xi) = \frac{\partial}{\partial \theta} \int_{R_n} T(x) f(x, \theta) dx = \int_{R_n} \frac{\partial}{\partial \theta} T(x) f(x, \theta) dx = \int_{R_n} T(x) \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} f(x, \theta) dx = \int_{R_n} T(x) \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} \right] dx$$

$$v = \frac{4}{3} \pi r^3$$

ДЕТАЛЬНІШЕ НА [PEDPRESA.COM.UA](http://PEDPRESA.COM.UA)

видавництво  
**ПЕДАГОГІЧНА  
ПРЕСА**  
ДЕРЖАВНЕ ІНФОРМАЦІЙНО-ВИРОБНИЧЕ ПІДПРИЄМСТВО

# МАТЕМАТИКА

## В РІДНІЙ ШКОЛІ

НАУКОВО-МЕТОДИЧНИЙ ЖУРНАЛ

№ 2 (149) 2014, ЛЮТИЙ  
ЩОМІСЯЧНИК

Передплатний індекс 68834

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ДЕРЖАВНЕ ІНФОРМАЦІЙНО-ВИРІВНИЧЕ ПІДПРИЄМСТВО  
ВИДАВНИЦТВО «ПЕДАГОГІЧНА ПРЕСА»

Заснований у 1997 р.

До 2012 р. журнал виходив у світ під назвою  
«Математика в школі»; до 2014 р. журнал виходив  
під назвою «Математика в сучасній школі».

Свідоцтво про державну реєстрацію друкованого засобу  
масової інформації, серія КВ №20025-8925 пр від 25.06.2013 р.

### РЕДАКЦІЙНА РАДА:

#### Головний редактор

**Валентина Григорівна БЕВЗ**, доктор педагогічних наук, професор (Національний педагогічний університет ім. М. Драгоманова), Київ

**Михайло Іванович БУРДА**, доктор педагогічних наук, дійсний член НАПН України, професор (Президія НАПН України), Київ

**Григорій Петрович БЕВЗ**, кандидат педагогічних наук, доцент, Київ

**Ніна Опанасівна ВІРЧЕНКО**, доктор фізико-математичних наук, професор (Національний технічний університет України «КПІ»), Київ

**Олександр Ігорович ГЛОБІН**, кандидат педагогічних наук, старший науковий співробітник (Інститут педагогіки НАПН України), Київ

**Мирослав Іванович ЖАЛДАК**, доктор педагогічних наук, дійсний член НАПН України, професор (Національний педагогічний університет ім. М. Драгоманова), Київ

**Микола Якович ІГНАТЕНКО**, доктор педагогічних наук, професор (Республіканський вищий навчальний заклад «Кримський гуманітарний університет»), Ялта

**Юрій Іванович МАЛЬОВАНИЙ**, кандидат педагогічних наук, член-кореспондент НАПН України, старший науковий співробітник (Президія НАПН України), Київ

**Микола Олексійович ПЕРЕСТЮК**, доктор фізико-математичних наук, академік НАН України, професор (Національний університет ім. Тараса Шевченка), Київ

**Микола Вікторович ПРАЦЬОВИТИЙ**, доктор фізико-математичних наук, професор (Національний педагогічний університет ім. М. Драгоманова), Київ

**Олена Іванівна СКАФА**, доктор педагогічних наук, професор (Донецький національний університет), Донецьк

**Ніна Анатоліївна ТАРАСЕНКОВА**, доктор педагогічних наук, професор (Черкаський національний університет), Черкаси

**Тамара Миколаївна ХМАРА**, кандидат педагогічних наук, старший науковий співробітник (Інститут педагогіки НАПН України), Київ

**Василь Олександрович ШВЕЦЬ**, кандидат педагогічних наук, професор (Національний педагогічний університет ім. М. Драгоманова), Київ

**Микола Іванович ШКІЛЬ**, доктор фізико-математичних наук, дійсний член НАПН України, професор (Національний педагогічний університет ім. М. Драгоманова), Київ

**Василь Васильович ЯСІНСЬКИЙ**, кандидат фізико-математичних наук, професор (Національний технічний університет України «КПІ»), Київ

### ЗМІСТ

#### ГОТУЄМОСЯ ДО НЕЗАЛЕЖНОГО ОЦІНЮВАННЯ ЯКОСТІ ОСВІТИ

*Олександр ШКОЛЬНИЙ, Юрій ЗАХАРІЙЧЕНКО*  
Особливості розв'язування тестових завдань із математики (частина 2) ..... 2

#### МЕТОДИКА, ДОСВІД, ПОШУК

*Олег МАЗУР, Алла ТКАЧУК*  
Логарифмічні нерівності ..... 7

*Людмила БЛАГОДИР*

Превентивна діяльність під час навчання школярів математики ..... 16

*Василь КАЗЮКА*

Різні способи розв'язування задач на побудову та їх раціональність ..... 21

*Світлана ПРИХОДЬКО*

Степенева функція (повторювально-узагальнюючий урок у формі гри) ..... 23

#### ПРОФІЛЬНЕ НАВЧАННЯ

*Людмила ДЯДЬКОВА*

Відсоткові розрахунки (урок з математики) ..... 27

#### МОНІТОРИНГ ЯКОСТІ МАТЕМАТИЧНОЇ ОСВІТИ

*Аліна СЕМЕНЕНКО*

Четвертий етап моніторингово дослідження якості математичної освіти учнів 9-х класів загальноосвітніх навчальних закладів м. Києва .... 30

#### СУЧАСНІ ТЕХНОЛОГІЇ

*Олег ЗЕЛЕНЯК*

Технологія створення екстремальних задач у динамічних просторових конфігураціях ..... 34

*Василь КУШНІР*

Метод математичного моделювання в задачах автоматизованого конструювання математичних об'єктів із задалегідь визначеними властивостями ..... 38

#### СТОРІНКИ ІСТОРІЇ

*Григорій БЕВЗ*

Коперник геометрії ..... 44

#### МАЛА АКАДЕМІЯ НАУК

*Сергій СЕМЕНЕЦЬ, Богдан СЕМЕНЕЦЬ*

Проективні перетворення кола ..... 46

За достовірність фактів, дат, назв тощо відповідають автори. Редакція не завжди поділяє їхні погляди. Листування ведеться на сторінках журналу. Рукописи не повертаються. У разі використання матеріалів, посилання на журнал є обов'язковим.

© Видавництво «Педагогічна преса», 2014

© «Математика в рідній школі», 2014

Усі права захищено. Жодна частина, елемент, ідея, композиційний підхід цього видання не можуть бути копіюваними чи відтвореними у будь-якій формі та будь-якими засобами — як електронними, так і фотомеханічними, зокрема через ксерокопіювання, запис чи комп'ютерне архівування — без письмового дозволу видавця.

# ПРОЕКТИВНІ ПЕРЕТВОРЕННЯ КОЛА

**Сергій СЕМЕНЕЦЬ** — завідувач кафедри методики навчання математики, фізики та інформатики Житомирського державного університету імені Івана Франка, доктор педагогічних наук, професор;

**Богдан СЕМЕНЕЦЬ** — учень 11 класу ліцею № 25 ім. М. О. Щорса, м. Житомир

**Анотація.** У статті представлено результати дослідження властивостей проєктивних перетворень кола, побудовано їх геометричні інтерпретації, а також реалізовано одержані теоретичні факти до розв'язування планіметричних задач. Результати досліджень подано на конкурс-захист учнівських наукових робіт Малої академії наук України.

**Ключові слова:** проєктивні перетворення, геометричні інтерпретації, невласна точка, невласна пряма.

**Сергей СЕМЕНЕЦ, Богдан СЕМЕНЕЦ. Проективные преобразования окружности.**

**Аннотация.** В статье представлены результаты исследования проективных преобразований окружности, построены их геометрические интерпретации, а также реализованы полученные теоретические факты к решению планиметрических задач. Результаты исследований поданы на конкурс-защиту ученических научных работ Малой академии наук Украины.

**Ключевые слова:** проективные преобразования, геометрические интерпретации, несобственная точка, несобственная прямая.

**Sergij SEMENETS, Bogdan SEMENETS. Projective transformations of the circle.**

**Summary.** This article presents the results of investigation of the properties of projective transformations circle built their geometrical interpretation, but also realized the theoretical facts planimetric for solving problems. The results obtained are shown in competition, protection of student research papers Junior Academy of Sciences of Ukraine.

**Keywords:** projective transformations, geometric interpretation, improper point, the ideal line.

Мала академія наук (МАН) України — це освітня система, яку створено з метою розвитку та професійного самовизначення талановитої учнівської молоді завдяки її залученню до науково-дослідницької діяльності. У структурі наукових відділень МАН функціонують відділення «математика», «прикладна математика», «математичне моделювання». Школярам (здебільшого старшокласникам) надається можливість виступити в ролі науковця, оскільки та діяльність, яку вони виконують, містить основні компоненти науково-дослідної роботи: постановка задачі-проблеми (формулювання теми)  $\Leftrightarrow$  аналіз поставленої задачі, визначення мети і завдань дослідження  $\Leftrightarrow$  висунення гіпотези, організація теоретичного дослідження перевірка гіпотези, розв'язування часткових задач  $\Leftrightarrow$  розв'язання задачі, формування способу її розв'язування як ієрархії дій і операцій  $\Leftrightarrow$  практичне впровадження отриманих результатів (експериментальне дослідження)  $\Leftrightarrow$  теоретичне узагальнення (формулювання висновків)  $\Leftrightarrow$  з'ясування перспектив подальшої дослідницької роботи (постановка нової наукової задачі).

Учнівські роботи, що підготовлені до захисту в МАН, — це творчі, дослідницькі праці за цілком визначеною темою, їх підготовка потребує ґрунтовних знань не лише з елементарної, а й з вищої математики. Досвід керівництва дослідницькими роботами старшокласників засвідчує, що теоретичні питання з різних математичних дисциплін можуть вивчатися впродовж цілого року.

© Семенець С. П., Семенець Б. С., 2014

**Мета статті** — представити результати дослідження властивостей проєктивних перетворень кола, побудувати їх геометричні інтерпретації, а також реалізувати одержані теоретичні факти до розв'язування планіметричних задач.

У роботі [1] обґрунтовано, що проєктивні перетворення площини можуть аналітично задаватися через дробово-лінійні функції:

$$x' = \frac{A_1x + B_1y + C_1}{A_3x + B_3y + C_3}, \quad y' = \frac{A_2x + B_2y + C_2}{A_3x + B_3y + C_3} \quad (*)$$

Невласною названо точку, якій відповідає точка  $M(x, y)$  з координатами, що задовольняють рівняння

$$A_3x + B_3y + C_3 = 0. \quad (1)$$

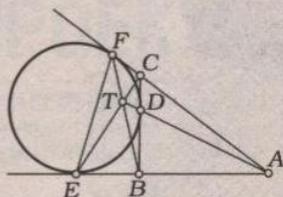
Невласною названо таку пряму, яка є образом прямої (1) у перетворенні (\*). Пряму, яку доповнено її невласною точкою, означено проєктивною прямою. А площину, доповнену невласною прямою (як множиною усіх невласних точок), названо проєктивною площиною.

Аналітичне задання проєктивних перетворень дає змогу легко обґрунтувати їх властивості.

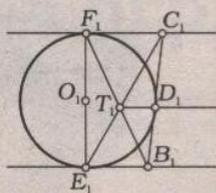
**Теорема 1.** Проєктивне перетворення площини будь-яку її пряму переводить у пряму та зберігає відношення інцидентності (належності).

**Теорема 2.** Для заданого проєктивного перетворення площини існує єдина гранична пряма, тобто така, яка при цьому перетворенні переходить у невласну пряму.

**Теорема 3.** Проєктивне перетворення площини повністю визначається заданням чотирьох пар відповідних точок загального розташування (жодні три точки не належать одній прямій).



Мал. 6



Мал. 7

Трикутники  $F_1C_1T_1$  і  $B_1E_1T_1$  — подібні. Тоді  $C_1T_1 : E_1T_1 = F_1C_1 : B_1E_1$ . Урахувавши, що  $F_1C_1 = C_1D_1$  і  $D_1B_1 = E_1B_1$ , одержуємо рівність  $C_1T_1 : E_1T_1 = C_1D_1 : D_1B_1$ . Отже, трикутник  $C_1T_1D_1$  подібний до трикутника  $C_1E_1B_1$ . Звідки  $\angle C_1T_1D_1 = \angle C_1E_1B_1$ . Тоді пряма  $(T_1D_1)$  паралельна прямим  $(E_1B_1)$  і  $(F_1C_1)$ , що достатньо було довести.

Методом проєктивних перетворень легко довести теореми Паскаля і Бріансона для вписаних й описаних трикутників, чотирикутників, п'ятикутників і шестикутників [2]. Для доведення достатньо скористатися теоремою про існування проєктивного перетворення кола (теоре-

мою 4) та відповідною лемою, відомою з курсу елементарної геометрії [1].

За результатами наших досліджень було зроблено висновок, що окреслені властивості проєктивних перетворень кола можуть застосовуватися у процесі розв'язування задач на дослідження кількості точок перетину кривих, доведення належності трьох точок одній прямій, а також перетинання трьох прямих в одній точці. У ході дослідження виявлено нові проблеми, що пов'язані із застосуванням проєктивних перетворень простору, а також вивченням властивостей проєктивно-еквівалентних фігур (кола, еліпса, параболи, гіперболи).

## ЛІТЕРАТУРА

1. Семенець С. П. Ефективний метод доведення непростих теорем планіметрії // У світі математики. — 2006. — Том 12. — Випуск 1.
2. Четверухин Н. Ф. Проективная геометрия. Учебник для педагогических институтов. — М.: Учпедгиз, 1961.

## ІНФОРМУЄМО ЧИТАЧІВ

Читайте в наступних  
номерах:

➤ Практичні задачі під час  
вивчення алгебри

\* \* \*

➤ Вивчаємо піраміду

\* \* \*

➤ Квадратні рівняння  
(конкурс-гра)

\* \* \*

➤ Куля і сфера (інтегрований урок математики і астрономії)

**ДЕРЖАВНЕ  
ІНФОРМАЦІЙНО-ВИРОБНИЧЕ  
ПІДПРИЄМСТВО ВИДАВНИЦТВО  
«ПЕДАГОГІЧНА ПРЕСА»**

Директор видавництва  
**Олексій ОСЬКІН**

Головний редактор редакції журналів  
**Ніна БЕРІЗКО**

Адреса видавництва та редакції:  
01054, Київ, вул. Олександра Довженка, 3  
Тел.: 456-37-02

E-mail: 2345255@ukr.net  
журнал «Математика в рідній школі»

Рекламний відділ:  
тел. (044) 456-37-02  
E-mail: pedpressa@ukr.net

**Над номером працювали:**  
**Олена ПОПОВИЧ**

(відповідальний редактор)  
**Ірина КОСОНОЦЬКА** (коректор)  
**Марина КОЛМАГОРОВА**  
(комп'ютерний набір)

**Віктор ДЯЧЕНКО** (верстальник)

Підписано до друку 30.01.2014.  
Формат 60×84 1/8.

Папір офсет. Друк офсет.  
Умов. друк. арк. 5.58.  
Обл.-вид. арк. 6.6. Наклад 614 пр.  
Зам. 46-02-14

Видруковано ТОВ фірма  
«АНТОЛОГІЯ».

04136, м. Київ, вул. Маршала Гречка, 13