Для регулярной сети с четырехугольной ячейкой уравнение (1) имеет вид

$$\begin{cases} u_{i,j} = {}^1/_4\,(u_{i,j+1} + u_{i,j-1} + u_{i+1,j} + u_{i-1,j} + F_{u_{i,j}} - kP_{u_{i,j}}); \\ u'_{i,j} = {}^1/_4\,(u'_{i,j+1} + u'_{i,j-1} + u'_{i+1,j} + u'_{i-1,j} + F_{u_{i,j}} - kP_{u_{i,j}}). \end{cases} \tag{2}$$

Растяжение сети с квадратными ячейками под действием усилий F_u и P_u показано на рис. 2.

Поступила в редколлегию 10.11.87

УДК 515.2

И. Г. Ленчук

АППРОКСИМАЦИЯ СЕКУЩИМИ В ЗАДАННОЙ ПОЛОСЕ ДОПУСКА

Разработка универсальных методов и средств измерений является неизменной тенденцией развития электроизмерительной техники. Этим обусловлено создание большого ассортимента многофункциональных электроизмерительных устройств (МЭУ), структурно насыщенных различными измерительными преобразователями (ИП).

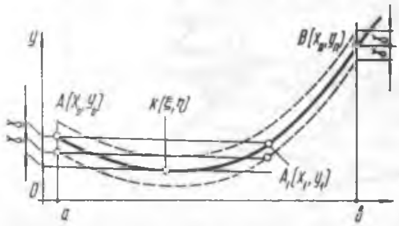

Рис. 1.

Существенная составляющая погрешностей МЭУ обусловлена нелинейностью функции преобразования ИП. Известные методы для ее уменьшения основаны на полиноминальной линеаризации функции с последующей заменой полинома аппроксимирующей ломаной.

Аппроксимацию секущими кривой $y = f(x)$, не имеющей особых точек на промежутке $[a, b]$, проведем с единственным ограничением: растояние между точками кривой и соответствующими точками ломаной на каждом участке аппроксимации не должно привышать γ. Для нужд электроизмерительной техники существенно полосу допуска определять не по нормали к кривой, а по направлению оси (Oy). Здесь отклонения измеряются как расстояния между точками пересечения заданной функции и искомой секущей с прямой, параллельной оси ординат.

Первоначально аппроксимацию указанного участка кривой осуществим хордами с допуском 2γ.

Пусть хорда $[AA_1]$ (рис. 1), координаты x_0, y_0 начальной точки A которой известны, принадлежит прямой

$$y = kx + b, \tag{1}$$

где k — угловой коэффициент, а $b = y_0 - kx_0$ — ее начальная ордината. Так как на промежутке $[a, b]$ кривая $y = f(x)$ непрерывна, то согласно теореме Лагранжа всегда найдется точка $k(\xi, \eta)$ кривой такая, что касательная в этой точке описывается уравнением

$$Y = kX + B, \tag{2}$$

где $B = \eta - k\xi$ — начальная ордината касательной, параллельной хорде $[AA_1]$.

При фиксированном $x = X$, вычитая из равенства (2) равенство (1), получим $y - Y = b - B = y_0 - \eta - k(x_0 - \xi)$.

Но разность начальных ординат прямой (AA_1) и касательной (2), параллельной ей, равняется $\pm\, 2\gamma$. Здесь знак «плюс» соответствует вогнутому участку кривой, а «минус» — выпуклому. Угловой коэффициент касательной к кривой $y = f(x)$ в точке $k(\xi, \eta)$, принадлежащей ей, легко определяется из уравнения касательной в общем виде $k = f'(\xi)$. Кроме того, координаты точки k удовлетворяют уравнению заданной кривой. Все изложенные факты позволяют составить систему двух уравнений с двумя неизвестными

$$\begin{cases} \pm\, 2\gamma = y_0 - \eta - f'(\xi)(x_0 - \xi); \\ \eta = f(\xi), \end{cases}$$

решив которую, определяем координаты точки касания ξ и η.

Координаты x_1, y_1 точки A_1 удовлетворяют как уравнению прямой (AA_1), так и уравнению заданной кривой

$$\begin{cases} y_1 = y_0 + f'(\xi)(x_1 - x_0); \\ y_1 = f(x_1). \end{cases}$$

Решив последнюю систему уравнений, находим x_1, y_1.

Положив $x_0 = x_1$ и $y_0 = y_1$, аналогично предыдущему определяем координаты следующей узловой точки аппроксимации хордами $A_2(x_2, y_2)$.

Если на каком-то шаге окажется, что абсцисса искомой узловой точки не принадлежит промежутку $[a, b]$, то последней узловой точкой будет точка B с известными координатами x_n, y_n.

От аппроксимации хордами с допуском 2γ к аппроксимации секущими с допуском γ переходим, воспользовавшись элементарным преобразованием плоскости — параллельным переносом по направлению оси (Oy):

$$\dot{x}_i = x_i;$$

$$\dot{y}_i = y_i + \gamma \text{ (для выпуклых участков); } \dot{y}_i = y_i - \gamma \text{ (для вогнутых участков),}$$

где $i = 0, 1, 2, \ldots, n$.

В общем случае исходная кривая состоит из нескольких участков, точки стыка которых являются точками перегиба. Вследствие последнего преобразования (рис. 2) результирующая дискретная функция будет иметь точку разрыва, то есть одному и тому же значению x_j соответствует два разных значения $\dot{y}_j$ и $\ddot{y}_j$. С целью достижения взаимно однозначного соответствия между абсциссами и ординатами узловых точек аппроксимации два участка ломаной $[j-1, j]$ и $[j, j+1]$ заменяем одним $[j-1, j+1]$. Очевидно, что последний отрезок прямой не может выйти за пределы полосы допуска в 2γ.

В заключение отметим, что в МЭУ применяются преобразователи, функции преобразования которых в геометрическом смысле существенно отличаются между собой. Для них пока не разработаны универсальные и простые алгоритмы машинного выполнения указанных в начале работы двух аппроксимаций. Унификация процесса линеаризации функции преобразования достигается заменой табличной функции не полиномом, степень которого в каждом отдельном случае выбирается экспериментально, со значительными трудозатратами и нестрогой математической обоснованностью, а кусочно, кривыми 2-го порядка. Алгоритм и программа линеаризации функции преобразования ИП кривыми 2-го порядка с последующей их аппроксимацией секущими в заданной полосе допуск γ переданы к внедрению на Житомирском производственном объединении «Электроизмеритель».

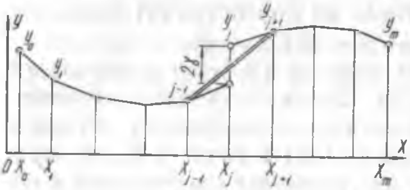

Рис. 2.

Поступила в редколлегию 03.04.87

УДК 515.2

А. М. Масаридинов

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ЗАДАЧИ ИЗГИБА ОБОЛОЧЕК

Цель настоящей работы — формулировка варианта задачи оптимального проектирования составных оболочек покрытий.

Независимо от структуры целевой функции и метода оптимизации, т. е. при любом алгоритме, возникает необходимость в многократных прочностных расчетах оболочек. Расчеты прочности и несущей способности оболочек связаны с анализом формы, которую принимает срединная поверхность при нагружении. Эта форма носит название деформированной поверхности и зависит от начального состояния, уровня и конфигурации нагрузки, условий закрепления, и в общем случае заранее не известна.

Методы математической теории упругости и теории оболочек позволяют определить деформированную поверхность путем интегрирования дифференциальных уравнений равновесия. Однако такой путь очень сложен, поэтому чаще всего деформированная поверхность задается так, чтобы она удовлетворяла статическим, геометрическим и физическим условиям.

Конструирование форм изогнутой поверхности оболочки — геометрическая задача, и от того, как она решается, зависит успех прочностных расчетов. Наиболее трудной эта задача становится в том случае, когда оболочка имеет сложное очертание или нерегулярную срединную поверхность.