Ек

МАТЕМАТИКА

В РІДНІЙ ШКОЛІ

НАУКОВО-МЕТОДИЧНИЙ ЖУРНАЛ

№ 1 – 2 (160 – 161) 2015, СІЧЕНЬ – ЛЮТИЙ

ЩОМІСЯЧНИК

Передплатний індекс **68834**

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДЕРЖАВНЕ ІНФОРМАЦІЙНО-ВИРОБНИЧЕ ПІДПРИЄМСТВО
ВИДАВНИЦТВО «ПЕДАГОГІЧНА ПРЕСА»

Заснований у 1997 р.
До 2012 р. журнал виходив у світ під назвою «Математика в школі»; до 2014 р. журнал виходив під назвою «Математика в сучасній школі».

Свідоцтво про державну реєстрацію друкованого засобу масової інформації, серія КВ №20025–8925 пр від 25.06.2013 р.

ЗМІСТ

ДО МЕТОДИКИ ВІДШУКАННЯ ГЕОМЕТРИЧНИХ МІСЦЬ ТОЧОК

Іван ЛЕНЧУК – професор кафедри методики навчання математики, фізики та інформатики Житомирського державного університету ім. І. Франка, доктор педагогічних наук

Анотація. Актуалізується питання відшукання і побудови геометричних місць точок суто геометричним методом. Пропонується задачу відшукання геометричних місць розв'язувати у три етапи з логічно-образним обґрунтуванням кожного з них. Ця ж задача належить до класу задач на дослідження.
Ключові слова: геометричне місце точок, відшукання, побудова, задача на дослідження, конструктивно-генетичний метод.

Иван ЛЕНЧУК. К методике отыскания геометрических мест точек
Аннотация. Актуализируется вопрос отыскания и построения геометрических мест точек чисто геометрическим методом. Предлагается задачу отыскания геометрических мест решать в три этапа с логически-образным обоснованием каждого из них. Эта же задача относится к классу задач на исследование.
Ключевые слова: геометрическое место точек, отыскание, построение, задача на исследование, конструктивно-генетический метод.

Ivan LENCHUK. Method finding the locus of points
Summary. Updated question of finding and building the geometric location s of points purely geometrical method. It is proposed the task of finding geometrical location to solve of three stages with logically-shaped justification each of them. The last of the task assigned to research tasks.
Keywords: geometrical place of points, find, build, task research, design and genetic method.

Одним із суттєвих змістовних недоліків, стратегічних вад шкільного курсу геометрії слід вважати ***відсутність системності*** *в навчанні учнів розв'язування планіметричних задач на побудову*. Їх частка в чинних підручниках для ЗОШ незначна: розглядаються окремі основні побудови, вправи і нескладні задачі, що певною мірою ілюструють відповідні теоретичні викладки.

При спілкуванні з учителями математики відчувається, що означена тема їх майже не турбує, оскільки, як вони вважають, розділ «конструктивна планіметрія» не обов'язковий, другорядний у школі, на ці непрості задачі не вистачає часу, вони малозрозумілі учням.

Така позиція глибоко помилкова, адже вміння вести пошук шляху розв'язування задачі, обґрунтовувати істинність результату та ще й досліджувати умови існування й ситуаційні варіації уявних (рисункових) конструкцій є вищим проявом творчості студента чи школяра у навчанні. Ще півстоліття тому незаперечний авторитет серед геометрів М. Ф. Четверухін стверджував: «*Геометричні задачі на побудову є* ***настільки істотним чинником математичної освіти***, *що на викладання цього розділу в середній школі має бути звернена серйозна увага*» [10, *3*]. Цю саму думку відстоюють відомі геометри Б. І. Аргунов і М. Б. Балк: «*Геометричні побудови можуть зіграти серйозну роль у математичній підготовці школяра.* ***Жоден вид занять не надає, мабуть, стільки матеріалу для розвитку ініціативи і логічних навичок учня, як геометричні задачі на побудову***. Ці задачі зазвичай не припускають стандартного підходу до них і формального сприйняття їх учнями» [2, *10*]. Категорично й предметніше висловлюється з цього приводу відомий в Україні вчений-методист М. І. Бурда: «... *важливість задач на побудову обумовлюється особливостями наукової структури курсу геометрії 7–9 класів, провідним компонентом якої є конструктивізм*: майже всі геометричні поняття означуються конструктивно; доведення всіх теорем спирається на використання фігур, реальне існування яких можна відтворити побудовою. Отже, *задачі на побудову мають розвивати в учнів конструктивний підхід до осмислення всього комплексу геометричних знань*, а не лише формувати конструктивні навички розв'язування задач» [6, *3*]. Стисло аргументована, переконлива позиція акад. Бурди М. І. відкидає консервативну думку про малу вартість та недоречність планіметричних побудов у загальноосвітніх закладах.

Не секрет, що яким би методом не розв'язувалася задача на побудову, на шляху до результату як інструменту логіко-конструктивних операцій обов'язково доведеться залучати ті чи інші геометричні місця точок (ГМТ). Водночас самі ГМТ є об'єктами побудов. Отже, з одного боку, порушена тема є підготовчою до здобуття вмінь і навичок у використанні унікального прийому розв'язування таких задач, а з іншого – в ній учень 7 класу вперше набуває як логічного змістово-пошукового, так і образного побудовного досвіду.

Мета статті – на конкретних прикладах з'ясувати закономірності відшукання і побудови ГМТ. Окремо вирізнити науково-методичні аспекти їх відшукання конструктивно-генетичним методом, строго на науковій основі сформулювати правило-орієнтир виконання умоглядних розумових і конструктивних операцій. Надати цим вправам статусу задач на дослідження.

Геометричним місцем точок (ГМТ), що мають зазначені властивості (одну чи кілька), називають множину всіх тих і тільки тих точок, для яких виконуються ці властивості (йдеться лише про ГМТ на площині).

У шкільному курсі щонайперше розглядають такі найпростіші геометричні місця.

1. ГМТ, віддалених на відстань r від заданої точки O, – коло радіуса r із центром O.

2. ГМТ, рівновіддалених від двох заданих точок A і B, – перпендикуляр, проведений до середини відрізка AB. Іноді це ГМТ називають серединним перпендикуляром відрізка AB (також симетраллю або медіатрисою відрізка AB).

3. ГМТ, рівновіддалених від заданої прямої на відстань h, – дві прямі, паралельні заданій.

4. ГМТ, рівновіддалених від двох заданих паралельних прямих, – пряма, паралельна цим прямим (її іноді називають середньою лінією заданих паралельних прямих).

5. ГМТ, рівновіддалених від двох заданих прямих, що перетинаються, – дві взаємно перпендикулярні прямі – бісектриси кутів, утворених заданими прямими.

Зазначимо, що на двох останніх ГМТ саме в цій ролі у підручнику О. В. Погорєлова не наголошується, й це загалом дивує, адже бісектриса кута – одна зі стрижневих фігур евклідової планіметрії.

Щоб з'ясувати суть питання, окремо зупинимося на ГМТ під номером **2**.

Автори підручника з геометрії для 7 класу Бурда М. І., Тарасенкова Н. А. ([5], § 18, задача 2) подають комплексний покроковий шлях пошуку і побудови цього ГМТ, доводячи пряме й обернене твердження про те, що ГМТ є пряма, яка перпендикулярна до даного відрізка і проходить через його середину. Логічно бездоганні міркування продемонстровано також у підручнику, авторами якого є Бевз Г. П., Бевз В. Г. і Владімірова Н. Г. ([3], § 16, задача 1). В обох випадках дається завдання знайти ГМТ, що суто важливо, проте *на методі дій увага особливо не акцентується.* Поряд із цим, Погорєлов О. В. у своєму підручнику ([9], § 5, п. 48) важливість даного ГМТ підкреслював відповідною теоремою. Однак у доведенні факту, що точка площини, яка рівновіддалена від кінців відрізка, лежить на серединному перпендикулярі, чомусь на малюнку до теореми ця точка вибиралася явно поза серединним перпендикуляром.

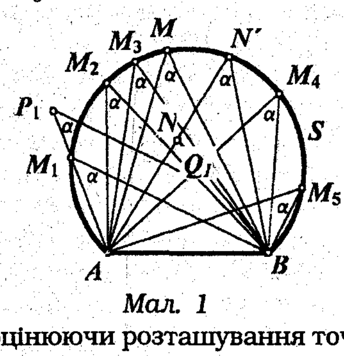
Очевидно, що в роботі над суто геометричним методом відшукання й побудови ГМТ зі студентами чи учнями профільних класів педагогу в міркуваннях варто дотримуватися чіткості, строгості й бути більш коректним в обов'язково повних закономірних поясненнях.

Як же умотивовано відшукують геометричні місця? Це доцільно робити за схемою, яку з'ясуємо на конкретному прикладі.

Задача 1. Знайти ГМТ, з яких заданий відрізок видно під заданим кутом (див. [9], § 11, задача 58).

Розв'язання. Нехай задано відрізок AB і кут α (мал. 1). Розглянемо у вибраній півплощині прямої AB точку M поза цією прямою й проведемо промені MA та MB. Якщо $\angle AMB = \alpha$, то кажуть, що з точки M відрізок AB видно під кутом α.

Щоб дійти результату в задачі, спробуємо побудувати спочатку кілька точок, які мають зазначену властивість. Для цього проведемо з точки A довільний промінь AP_1 і відкладемо кут: $\angle AP_1Q_1 = \alpha$. Якщо промінь P_1Q_1 пройде через точку B, то P_1 буде однією з шуканих точок. Однак при довільному виборі точки P, цього, взагалі кажучи, не буде, тому проведемо далі через точку B пряму, паралельну P_1Q_1, до перетину із променем AP_1 у точці M_1. У такий самий спосіб побудуємо ще кілька точок шуканого геометричного місця. На малюнку 1 показано точки M_1, M_2, ... , M_5.



Мал. 1

Наочно оцінюючи розташування точок M_1, M_2, ... , M_5, висловлюємо гіпотезу, що шуканим ГМТ є дуга S сегмента (кажуть, що цей сегмент вміщує заданий кут α). Отже, маємо дві множини точок: згадану дугу S і задане геометричне місце (M). Треба довести, що ці множини збігаються. Для цього слід обрати довільну точку на дузі S та показати, що вона належить одночасно множині (M), і навпаки, взяти довільну точку множини (M) і довести, що вона належить дузі S. Іншими словами, потрібно довести такі дві теореми (пряму й обернену): 1) *якщо точка належить дузі S, то з цієї точки відрізок AB видно під кутом α;*

2) *якщо з якоїсь точки відрізок AB видно під кутом α, то ця точка належить дузі S.*

Перед тим як проводити доведення, зауважимо, що часто замість оберненої теореми зручніше доводити теорему, *протилежну* до прямої (якщо точка не належить дузі *S*, то з неї відрізок *AB* видно під кутом, відмінним від α). Тут умова і висновок – заперечення умови і висновку прямої теореми. Робити так можна, оскільки згадані теореми еквівалентні.

Отже, нехай точка *M* належить побудованій дузі кола, що проходить через точки *A*, *B* і M_1, де $\angle AM_1B = \alpha$. Тоді за відомою теоремою $\angle AMB = \alpha$ (див. [9], теор. 11.5 і наслідок із неї).

Візьмемо тепер точку *N*, що не лежить на дузі *S* (ця точка розташована всередині сегмента з дугою *S*; випадок, коли *N* лежить зовні цього сегмента, розглядається аналогічно). Продовжимо промінь *AN* до перетину з дугою *S* у точці N' і розглянемо $\Delta NN'B$. Маємо: $\angle ANB > \angle AN'B = \alpha$ ([9], теор. 4.5), отже, точка *N* не належить заданому ГМТ. Задачу розв'язано.

Зауважимо, що оскільки в її умові немає спеціальних обмежень, за шукане геометричне місце треба взяти об'єднання двох симетричних відносно відрізка *AB* дуг, виключаючи самі точки *A* та *B*. Ми ж міркування провели для випадку, коли точки шуканого геометричного місця лежать лише в одній півплощині відносно відрізка *AB*.

Із викладеного випливає, що схожі задачі зручно розв'язувати виключно у три кроки.

1. *Будуємо кілька точок шуканого геометричного місця і намагаємося знайти закономірність їх розташування.*

2. *Висловлюємо гіпотезу щодо фігури, якою має бути шукане* ГМТ.

3. *Розглядаючи відповідні пряму й обернену (протилежну) теореми, доводимо тотожність шуканого геометричного місця і гіпотетичної фігури.*

Таким чином, як потрібно було б провести пошук ГМТ під номером 2 за підручником О. В. Погорєлова, скориставшись його ж малюнком, стилем подання фактичного матеріалу, але дещо скорегувавши текст [9, 72].

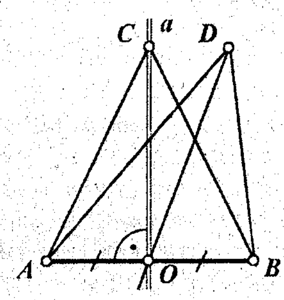
Теорема 5.3. *Пряма, що проходить через середину даного відрізка перпендикулярно до нього, є геометричним місцем точок рівновіддалених від точок – кінців відрізка.*

Доведення. Нехай *A* і *B* – дані точки, *a* – пряма, що проходить через середину *O* відрізка *AB* перпендикулярно до нього (мал. 2). Нам потрібно довести, що:

1) кожна точка прямої *a* рівновіддалена від точок *A* і *B* (*пряма* теорема);

2) кожна точка *D* площини, яка не належить прямій *a*, розташована на різних відстанях від точок *A* і *B* (*протилежна* теорема).

Те, що кожна точка *C* прямої *a* розташована на однаковій відстані від точок *A* і *B*, випливає з рівності трикутників *AOC* і *BOC*. У цих трикутників кути при вершині *O* прямі, сторона *OC* спільна, а *AO* = *OB*, оскільки *O* – середина відрізка *AB*.



Мал. 2

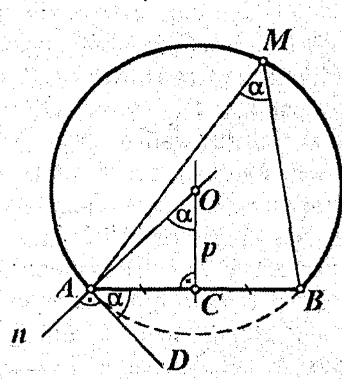
Переконаємося тепер, що кожна точка площини, яка не належить прямій *a*, має різні відстані до точок *A* і *B*. Скористаємося в обґрунтуванні методом «від супротивного». Тож припустимо, що точка *D* рівновіддалена від точок *A* і *B*. Розглянемо трикутник *ADB*. Він – рівнобедрений, оскільки *AD* = *BD* (за припущенням). У ньому *DO* – медіана. За властивістю рівнобедреного трикутника медіана, проведена до основи, є висотою, тобто $DO \perp AB$. Але ж і $a \perp AB$ (за умовою). Це – протиріччя, адже через кожну точку прямої можна провести перпендикуляр до неї і до того ж тільки один ([9], теор. 2.3, 27). Отже, припущення було хибним і $AD \neq BD$. Теорему доведено.

Ми впевнені, задачі на відшукання ГМТ, які розв'язуються за описаною схемою, мають належати до класу задач на дослідження. Звичайно, можна наперед оголосити, що якесь геометричне місце буде певною фігурою і це треба довести. Але це вже буде інша задача, з іншими вимогами – з класу задач на доведення, що й із наголосом продемонстровано у класичному підручнику О. В. Погорєлова.

Задачі на відшукання ГМТ, як зазначалося, тісно пов'язані із задачами на побудову. Більше того, *часто таку задачу формулюють саме як задачу на побудову.* В цьому випадку розв'язування задачі розпадається на дві частини: *відшукання ГМТ та його побудова. Таким чином, побудова ГМТ – інша задача, ніж його відшукання.*

Задача 2. Побудувати ГМТ, із яких заданий відрізок видно під заданим кутом.

Аналіз. Для побудови дуги *AMB* у фіксованій півплощині прямої *AB* (мал. 3) досить знайти центр *O* кола, що проходить через точки *A*, *B* та *M*. Звідси прямо випливає один із шляхів побудови: 1) будь-яку точку *M* знаходимо, як у задачі 1; 2), через три точки *A*, *B* і *M* відомим прийомом проводимо дугу кола *AMB* ([9], §5, п. 39). Оскільки *OA* = *OB*, точка *O* належить серединному перпендикуляру p відрізка AB (1)[1]. З'єднаємо O з A і розглянемо в точці A дотичну AD. Послідовно матимемо: $\angle AOC = \alpha$, $\angle OAC = 90^0 - \alpha$, $\angle DAC = \alpha$ (оскільки $\angle OAD = 90^0$). Отже, пряму AD можна побудувати (2). Після цього можна побудувати пряму $n \perp AD$ (3). Тоді $O = p \cap n$. Тепер залишається описати дугу кола з центром у точці O радіусом OA (4).



Мал. 3

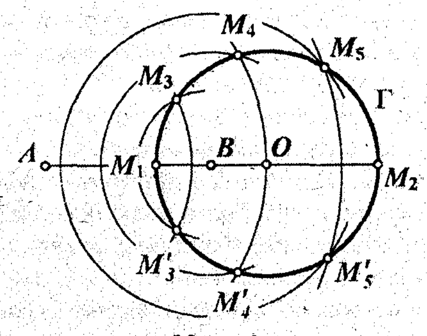
Побудова. Легко виписати підряд знайдені в аналізі кроки алгоритму побудови і реалізувати його циркулем та лінійкою, спираючись на найпростіші та основні побудови.

Доведення. За побудовою $\angle DAB = \alpha$, а тому $\angle BAO = 90^0 - \alpha$, $\angle AOC = \alpha$ і $\angle AMB = \alpha$, де M – будь-яка точка відповідної дуги.

Дослідження. Побудову завжди можна здійснити, оскільки прямі n та p перетинаються, що очевидно. Читачеві пропонуємо самостійно розглянути випадки, коли кут α – гострий, прямий, тупий. Ще раз зазначимо, що часто таке дійство циркулем і лінійкою називають *побудовою сегмента*, який вміщує кут із заданою градусною мірою.

Задача 3. Знайти ГМТ, відношення відстаней яких від двох заданих точок є величиною сталою, не рівною одиниці (див. [9], § 11, задача 47)

Розв'язання. Згідно з умовою, шукаємо множину таких точок M, що $\frac{MA}{MB} = const$, де A та B – задані точки. Побудуємо спочатку кілька точок визначеної множини. Для цього перш за все поділимо в заданому відношенні внутрішнім і зовнішнім чином відрізок AB (див. [9], теор. 6.9) й одержимо відповідно дві точки M_1 та M_2 шуканого геометричного місця (на мал. 4 для визначеності $\frac{M_1A}{M_1B} = \frac{2}{1}$). Далі треба з точки B описувати кола змінним радіусом r, що задовольняє умову $BM_1 < r < BM_2$, а з точки A – відповідні кола радіусом $2r$, що очевидно. Перетин цих кіл визначить нові точки M_3, M_3', M_4, M_4' ... шуканого геометричного місця (точка M_3' симетрична з точкою M_3 відносно прямої AB і т. ін.). Наочне сприйняття розташування цих точок показує, що вони лежать на колі **Г** діаметром M_1M_2. Отже, потрібно довести, що шукане геометричне місце збігається з колом **Г**.



Мал. 4

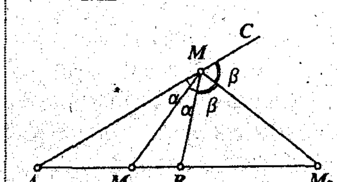
1. Нехай точка M належить геометричному місцю (мал. 5). Доведемо, що вона належить колу **Г** (саме коло **Г** на малюнку не показано). З'єднаємо точку M із точками A, B, M_1, M_2 і розглянемо трикутник AMB. Оскільки $\frac{M_1A}{M_1B} = \frac{M_2A}{M_2B} = \frac{MA}{MB}$, пряма MM_1 є бісектрисою внутрішнього кута AMB трикутника AMB, а пряма MM_2 – бісектрисою зовнішнього кута BMC цього самого трикутника (див. [9], § 11, п. 106 і задачу 46). Звідси матимемо таке: $\angle M_1MM_2 = \alpha + \beta = 90^0$; отже, точка M належить колу **Г**, побудованому на діаметрі M_1M_2.

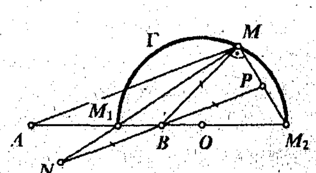
2. Нехай точка M належить колу **Г** діаметром M_1M_2, де відношення $\frac{M_1A}{M_1B}$ і $\frac{M_2A}{M_2B}$ дорівнюють заданій величині λ (мал. 6). Треба довести, що $\frac{MA}{MB} = \lambda$. Проведемо через точку B пряму, паралельну AM, до перетину із прямими MM_1 та MM_2 в точках N і P відповідно. Маємо таке:

$$\Delta AM_1M \sim \Delta BM_1N \Rightarrow \frac{MA}{NB} = \frac{M_1A}{M_1B} = \lambda; \ (*)$$

$$\Delta AM_2M \sim \Delta BM_2P \Rightarrow \frac{MA}{PB} = \frac{M_2A}{M_2B} = \lambda, \ (**)$$

звідки $\frac{MA}{NB} = \frac{MA}{PB} \Rightarrow NB = PB$, тобто точка B є серединою відрізка NP. Оскільки $M \in \Gamma$, то $\angle NMP = 90^0$. Отже, у прямокутному трикутнику NMP відрізок MB є медіаною гіпотенузи NP, а тому $MB = NB = PB$. Звідси рівність (*) (або (**)) дає $\frac{MA}{MB} = \lambda$. Задачу розв'язано.





[1] У тексті аналізу дужками вказуються кроки правила-орієнтиру по-

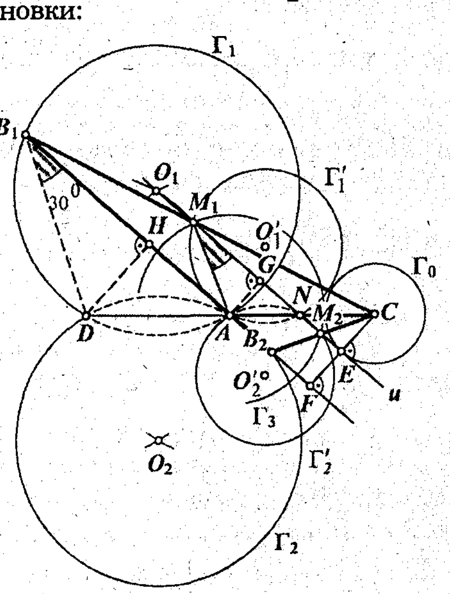
Одночасно з'ясовано, як будувати знайдене ГМТ. Для цього потрібно лише розділити відрізок AB внутрішнім (точка M_1) і зовнішнім (точка M_2) чином у даному відношенні λ й на відрізку M_1M_2, як на діаметрі, побудувати шукане коло (мал. 6). Таке ГМТ називається *колом Аполлонія* (Аполлоній Пергський – давньогрецький математик, близько 262–190 рр. до н. е.).

Наступна задача цього ж типу має дещо інший, більш загальний характер.

Задача 4. *Знайти геометричне місце вершин трикутників із фіксованою основою за умови, що висота до однієї з бічних сторін трикутника дорівнює медіані іншої бічної сторони.*

Розв'язання. Нехай на малюнку 7 трикутник AB_1C є одним із таких трикутників. У ньому AM_1 – медіана, CF – висота й $AM_1 = CF = h$. Розглянемо середню лінію M_1N цього трикутника (на малюнку це пряма u, яка, що очевидно, є дотичною, проведеною з середини N основи AC до кола $\Gamma_0\left(C,\ \dfrac{h}{2}\right)$). Оскільки $AM_1 = h$, точка M_1 належить колу $\Gamma_3(A,\ h)$, а тому $M_1 \in u \cap \Gamma_3$. Тепер уже можна знайти (побудувати) вершину B_1.

Побудувавши достатню кількість вершин для різних значень h, матимемо уявлення про шукане ГМТ, що допоможе вибрати напрям наступних міркувань. У цьому випадку вони є такими. Опустимо з вершини A перпендикуляр AG на пряму u. Очевидно, що $AG = \dfrac{h}{2}$. Звідси робимо такі висновки:



Мал. 7

1. Оскільки $AM_1 > AG$, коло Γ_3 перетинатиме пряму u у двох точках M_1 й M_2, тому маємо відразу дві точки B_1 і B_2 шуканого ГМТ. Бічні сторони AB_1 та AB_2 трикутників AB_1C й AB_2C лежать на одній прямій.

2. Якщо провести другу дотичну з точки N до кола Γ_0, отримаємо ще дві точки геометричного місця, симетричні до знайдених відносно прямої AC.

3. Очевидно, $\angle AM_1N = \angle AM_2N = 30^0$, тому точки M_1 й M_2 належать дугам Γ_1' і Γ_2' із кінцями в точках A та N, що вміщують кут у 30°.

4. Якщо $h < AN$, то точки M_1 та M_2 лежатимуть з одного боку прямої AC. У цьому випадку $\angle AM_2N = 150^0$. Отже, точка M_2 належатиме дузі кола Γ_2', показаній штриховою лінією.

5. Оскільки $CB_1 = 2CM_1$, точки шуканого геометричного місця належать колам Γ_1 і Γ_2, які відповідають колам Γ_1' і Γ_2' у гомотетії з центром C і коефіцієнтом 2 (при цьому $N \to A,\ A \to D$).

Залишається довести, що кожна точка кіл Γ_1 та Γ_2 (за винятком A і D) належить указаному в умові ГМТ (на малюнку обмежимося дугами, які вміщують кут у 30°. Читачеві ж пропонуємо розглянути точки дуг, які вміщують кут у 150°). Отже, вважатимемо, що B_1 – довільна точка дуги Γ_1. Введемо в розгляд відрізки: $B_1A,\ B_1C,\ AM_1\ (M_1 = CB \cap \Gamma_1')$, $CF \perp AB_1,\ DB_1$, $DH \perp AB_1$. Очевидно, що $DH = \dfrac{1}{2}DB_1$. Оскільки $DA = AC$, матимемо $CF = DH = \dfrac{1}{2}DB_1$. Але відрізки DB_1 й AM_1 – гомотетичні, через що $AM_1 = \dfrac{1}{2}DB_1 \Rightarrow AM_1 = CF$, що й завершує доведення. Таким чином, шукане ГМТ складається з точок кіл Γ_1 і Γ_2, за винятком точок A та D.

Важливо побачити, що одночасно з розглянутим прикладом *розв'язано* ще й таку задачу на побудову: *побудувати трикутник за його основою, висотою до однієї бічної сторони і медіаною іншої бічної сторони.* Таким чином, *у конструктивних задачах використовується ГМТ, а відшукання ГМТ часто пов'язане з розв'язанням задач на побудову*, тобто на практиці спостерігається тісний зв'язок між цими типами задач.

Підкреслимо, що в цій роботі не ставилося за мету знайти всі відомі ГМТ, оскільки зробити це практично неможливо – їх надто багато. Усетаки, нами в деталях з'ясовано один із методів відшукання і побудови ГМТ (суто *геометричний*), виділено найуживаніші ГМТ у шкільній геометрії й продемонстровано прикладом природний зв'язок між ГМТ і серйозними конструктивними задачами.

Поряд із цим, неважко осягнути, що серед знайдених нами ГМТ й відмінних від них, але чітко описаних авторами відомих навчальних посібників (див., напр., [1, 2, 4, 7, 8]), у школі не розглядаються інші ГМТ, окрім точок, прямих і кіл (дуг кіл). Однак не варто плутати, адже це вже не звичайні об'єкти евклідової планіметрії, не будь-які звичні в розумінні учнів точки, прямі та кола площини, а *фігури, які посідають у* *розташуванні до деяких заданих фігур лише їм властиве узаконене місце.* Такі допоміжні геометричні об'єкти в їх творчому конструюванні завжди з'являються, як результат відшукання й побудови, з єдиною метою – бути наочним засобом у пошуку розв'язку тієї чи іншої задачі винятково конструктивно-генетичним методом.

Допитливому учню буде цікаво дізнатися, що поняття «ГМТ» є одним із базових в аналітичній геометрії. Приміром, у курсі аналітичної геометрії як ГМТ ґрунтовно вивчаються криві другого порядку – еліпс, гіпербола і парабола. Ці «чудові» (як їх інколи називають) криві лінії мають серйозне, вельми широке застосування як конструктивні сітки твірних і напрямних ліній поверхонь, які, відповідно до життєвих потреб та запитів у різних галузях науки і техніки, моделюють методами прикладної геометрії.

ЛІТЕРАТУРА

1. Александров І. І. Збірник геометричних задач на побудову / І. І. Александров. – К.: Радянська школа, 1955. – 172 с.
2. Аргунов Б. И. Геометрические построения на плоскости: Пособие для студентов педагогических институтов – / Б.И. Аргунов, М.В. Балк. – М. : Учпедгиз, 1957. – 268 с.
3. Бевз Г. П. Геометрія: Підручник для 7-9 класів загальноосвітніх навчальних закладів – / Г. П. Бевз, В. Г. Бевз, Н. Г. Владімірова. – К. : Вежа, 2001. – 272 с.
4. Боравльов А. П. Аналіз у розв'язуванні задач на побудову: Навчальний посібник для студентів вищих педагогічних навчальних закладів / А.П. Боравльов, І. Г. Ленчук. – К. : Вища школа, 2002. – 192 с.
5. Бурда М. І. Геометрія: Підручник для 7 класу загальноосвітніх навчальних закладів – / М. І. Бурда, Н. А. Тарасенкова. – К. : Зодіак-ЕКО, 2007. – 208 с.
6. Бурда М. І. Розв'язування задач на побудову в 6–8 кл.: Методичний посібник / М. І. Бурда. – К.: Радянська школа, 1986. – 112 с.
7. Мисюркеев И. В. Геометрические построения: Пособие для учителей. / И. В. Мисюркеев – М.: Учпедгиз, 1950. – 148 с.
8. Перепёлкин Д. И. Геометрические построения в средней школе: Пособие для учителей. / Д. И. Перепёлкин – М. : Учпедгиз, 1953. – 76 с.
9. Погорелов О. В. Геометрія: Підручник для 7–9 класів середньої школи / О. В. Погорелов – К. : Освіта, 1998. – 224 с.
10. Четверухин Н. Ф. Методы геометрических построений: Учебное пособие для педагогических институтов / Н. Ф. Четверухин. – М. : Учпедгиз, 1952. – 148 с.

ШАНОВНІ КОЛЕГИ, ПЕРЕДПЛАТНИКИ, АВТОРИ – ДРУЗІ!

У 1997 році в Україні почав виходити журнал «Математика в школі» видавництва «Педагогічна преса». З 2012 року його назву було змінено на «Математика в сучасній школі», а з січня 2014 року він став виходити під назвою **«Математика в рідній школі»** і з новим передплатним індексом – **68834**.

Ці зміни відбулися через різні причини, не залежні від редакції... Але якщо Ви помітили, ані концепція, ані рубрикація, ані головна мета нашого журналу – допомога вчителю математики – не змінилися. Адже ключові слова у назві – це «математика» і «школа». Люди, які вже протягом 17 років працюють над журналом, залишилися ті самі, періодичність залишилася тією самою. Всі роки існування журналу ми намагалися вдовольнити всі потреби учителів математики, прислуховувалися до зауважень, побажань, відкривали нові рубрики за вашими пропозиціями.

Уже більше року в нашій країні неспокійно. Ми втратили передплатників з Криму та Донбасу. Нестабільна політична та економічна ситуація не сприяє підвищенню тиражів – необхідної і достатньої умови існування та подальшого розвитку журналу. Але, незважаючи на всі ці причини, найвідданіші читачі передплатили наше видання, підтримали журнал, за що ми вам дуже вдячні. Час мине, і в нашій країні настане мир, вона буде справжньою європейською державою, і ми дуже прагнемо і сподіваємося, що наш журнал буде і надалі вам, наші читачі та передплатники, добрим помічником і порадником у вашій непростій і благородній справі. Підтримуйте нас і надалі. Адже простіше зберегти те, що існує, аніж створювати нове. Дуже вдячні вам за підтримку.

Головний редактор Валентина Бевз
Відповідальний редактор Олена Попович

«Математика в рідній школі». Передплатний індекс 68834