Щока Наталія,
магістрантка, спеціальність «Математика».
Науковий керівник – ***Дідківська Т. В.,***
кандидат фізико-математичних наук, доцент

НЕСТАНДАРТНІ ЗАДАЧІ З МАТЕМАТИКИ

Найважливішою задачею математичної освіти є озброєння учнів загальними прийомами мислення, розвиток просторової уяви, здатності розуміти зміст поставленої задачі, уміння логічно міркувати, засвоїти навички алгоритмічного мислення.

Нестандартні задачі – відмінний інструмент для такого розвитку.

Вміння розв'язувати нестандартні задачі є основним показником хороших математичних знань. Щоб навчитися розв'язувати задачі, необхідно зрозуміти відповідну теорію; а глибоко зрозуміти суть теорії допомагає розв'язування достатньої кількості різноманітних нестандартних задач.

Нестандартні задачі характеризуються відкритістю, неповторністю, невизначеністю і мають такі особливості: наявність потреби у багатократній зміні підходів до розв'язування; необхідність у створенні значної кількості варіантів розв'язування, спрямованість учня на знаходження особливих, часто неочікуваних результатів; прогнозування кількох правильних альтернативних розв'язань. Для розв'язування нестандартної задачі учень не має готової схеми дій, або задачу неможливо розв'язати відомими способами, до результату також неможливо перейти на основі прямого відтворення знань і операцій [3].

Отже, нестандартні завдання – це такі, для яких в курсі математики немає загальних правил і положень, що визначають точну програму їх розв'язування.

Процес розв'язування будь-якої нестандартної задачі складається у послідовному застосуванні двох **основних операцій:**

1. Зведення (шляхом перетворення або переформулювання) нестандартної задачі до рівносильної їй, але уже стандартної .
2. Розбиття нестандартної задачі на декілька стандартних підзадач.

В залежності від характеру нестандартної задачі ми використовуємо або одну із цих операцій, або обидві. При розв'язуванні більш складних задач ці операції доводиться застосовувати багаторазово [2].

Розглянемо деякі методи розв’язування нестандартних задач (рис.

1).

Рис. 1. Методи розв’язування нестандартних задач

У курсі математики немає загальних правил і положень, що визначають точну програму розв’язування дивергентних (нестандартних) задач. Математика не займається розробкою таких правил, але в шкільному курсі математики на дуже багатьох прикладах можна спостерігати застосування цих операцій.

Для того, щоб ефективно вирішити задачу, потрібно правильно організувати наявну інформацію, зосередитися на ключових моментах, відкидаючи все другорядне. Деякі завдання вирішуються досить ефективно за допомогою продуманої тактики послідовних кроків. Інші можна вирішити експериментальним шляхом – методом проб і помилок. Треті здаються тільки після довгого міркування, причому відповідь часто виникає як осяяння. У будь-якому випадку доводиться оперувати наявною інформацією.

Розглянемо деякі приклади розв’язування нестандартних задач.

Приклад 1. Обчисліть найбільш раціональним способом:

arctg 1 + arctg 2 + arctg 3.

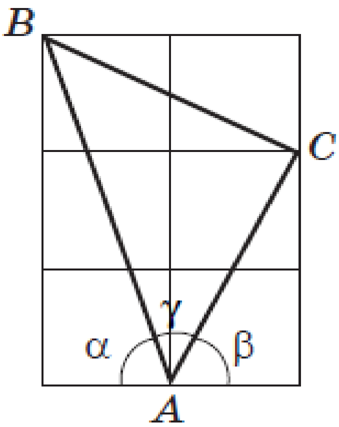


Рис. 2.

Розв’язання. Нова ідея полягає в застосуванні рисунка як графічної моделі розв’язання задачі.

Тож зробимо рисунок (рис. 2).

За рисунком видно, що tg $\alpha = 3$, звідки α = arctg 3;

tg $\beta = 2$, звідки β = arctg 2.

Трикутник АВС є прямокутним і рівнобедреним, тому tg γ = tg 45° = 1, звідки γ = arctg 1.

Отже, arctg 1 + arctg 2 + arctg 3 = π. ■ [1]

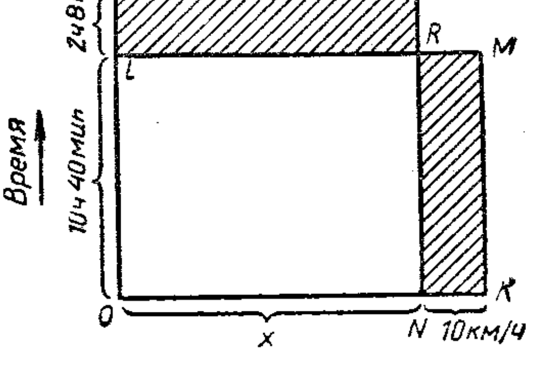
Приклад 2. За круглим столом сидить 30 учнів. Кожен з них або завжди говорить правду, або завжди бреше. Відомо, що серед двох сусідів кожного брехуна є рівно один брехун. При опитуванні 12 учнів сказали, що рівно один з їхніх сусідів брехун, а решта сказали, що обидва сусіди брехуни. Скільки брехунів сидить за столом?

Розв'язання. Проаналізуємо відповіді учнів. Вони залежать від того, хто сам учень, і хто його сусіди. Можливі такі розміщення трійками: 1 – БПБ, 2 – БПП, 3 – ППБ, 4 – ППП, 5 – БББ, 6 – ПБП, 7 – ББП, 8 – ПББ. Проте розміщення 5 та 6 неможливі внаслідок умови, що серед двох сусідів кожного брехуна є рівно один брехун, а розміщення 4 не було, тому що не було відповіді: «Нема жодного брехуна». При п'яти можливих розміщеннях відповіді були такі: БПБ – 2, БПП – 1, ППБ – 1, ББП – 2, ППБ – 1. Неважко помітити, що в кожному випадку опитуваний учень правильно називав кількість брехунів у трійці учнів, всередині якої він сидить. При цьому кожен брехун згадувався тричі – собою та своїми двома сусідами. В усіх відповідях згадувалося $12\times1+18\times2=48$ брехунів.

Отже, загальна кількість брехунів 48:3=16. ■ [5].

Приклад 3. Потяг проходить відстань від міста *A* до міста *B* за *10 год 40 хв.* Якби швидкість потяга була на *10 км/год* менша, то він прийшов би на *2 год 8 хв* пізніше. Знайти відстань між містами та швидкість потяга.

Розв'язання. Розв’яжемо задачу нестандартно – графічно, а не з допомогою складання рівняння, як уже всі давно звикли.



По горизонтальній осі будемо відкладати швидкість потяга, а по вертикальній – час (рис. 3). Оскільки відстань, яку пройшов потяг, рівна добутку швидкості на час, то площа прямокутника, сторони якого відповідно зображають швидкість і час, зобразить відстань, яку пройшов потяг. *Рис. 3.*

Нехай відрізок *ОК* – швидкість поїзда, а відрізок – *OL* – час ходу (*10 год 40 хв*); в такому випадку площа прямокутника *OKML* зображає відстань між містами *А* і *В*.

Якщо швидкість потяга зменшиться на *10 км/год* (на відрізок *KN*), то час ходу збільшиться на *2 год 8 хв* (на відрізок *LP*).

В цьому випадку відстань АВ зобразиться площею прямокутника *ONQP*.

Оскільки відстань між містами в обох випадках одна й та ж сама, то площі прямокутників *OKML* і *ONQP* мають бути рівними; оскільки прямокутник *ONRL* – їх спільна частина, то площа прямокутника *NKMR* має бути рівна площі прямокутника *LRQP*.

Позначивши невідому зменшену швидкість потяга (відрізок *ON)* через *x*, отримаємо:

$10 \text{ год } 40 \text{ хв } \times 10\frac{\text{км}}{\text{год}} = 2 \text{ год } 8 \text{ хв} \times \text{x}\frac{\text{км}}{\text{год}}$, звідки

$\text{x} = \frac{10 \text{ год } 40 \text{ хв}}{2 \text{ год } 8 \text{ хв}} \times 10 = \frac{620}{128} \times 10 = 50 \quad \frac{\text{км}}{\text{год}}$.

Швидкість потяга: *50+10=60 (км/год).*

Відстань між містами: $60 \times 10\frac{40}{60} = 640 \;\; \textit{км}$. ■ *[4]*.

Отже, активний пошук способів розв’язання задач – це процес творчого мислення, що є необхідною умовою творчої діяльності. Розв’язуючи нестандартні задачі, учні краще будуть готові до розв’язування різноманітних задач, які висуває життя, практична діяльність людини.

Систематичне застосування задач нестандартного типу посилює розвивальну функцію навчання, активізує пізнавальну діяльність учнів, збуджує інтерес школярів до предмета, чим сприяє підвищенню мотивації навчання.

Творчі здібності, як і інші здібності людини, вимагають постійного тренування. Завдання вчителя – збудити здібності своїх учнів, виховувати в них сміливість думки і впевненість у тому, що вони розв’яжуть кожну задачу, у тому числі і творчого характеру.

Література

1. Бурляй М. Ф. Задачі, розв’язування яких пов’язане з пошуком нової ідеї // Математика в школах України. – 2012. – № 4.
2. Василевський А. Б. Обучение решению задач по математике. – М. : Вышейшая школа, 1988.
3. Кривошия Т.І. Нестандартні задачі як засіб формування пізнавальної діяльності та творчості учнів // Математика в школах України – 2007. – № 3, 6
4. Островский А. И. 75 задач по элементарной математике – простых, но…. – М. : Просвещение, 1966.
5. Сарана О. А. Математичні олімпіади: просте і складне поруч. – К. : А.С.К., 2004.