Майгун Андрій,
студент IVкурсу, напрям підготовки «Математика».
Науковий керівник – ***Франовський А.Ц.,***
кандидат фізико-математичних наук, доцент

ГРАФІЧНЕ РОЗВ`ЯЗУВАННЯ АЛГЕБРАЇЧНИХ РІВНЯНЬ

Відомо, що вздовж багатьох років алгебру розглядали як науку про рівняння і способи їх розв'язування. Велике значення рівнянь підкреслював А. Ейнштейн. Він сказав: „ Мені доводилось ділити свій час між політикою і рівнянням.Проте рівняння, на мій погляд набагато важливіші,тому що політика існує тільки для даного часу, а рівняння будуть існувати вічно” [1].

Сьогодні дуже важливо оволодіти різноманітними можливостями правильного оформлення алгоритму розв'язування рівнянь, який би не містив громіздких викладень, але за допомогою їх ми б змогли продемонструвати яскраві, ефективні, а інколи і несподівані застосування теоретичного матеріалу. Такі прийоми я намагався знайти в додатковій літературі , в Інтернеті, а потім, узагальнивши їх, застосував в інших умовах до розв'язування різноманітних рівнянь. Ці прийоми тісно пов'язані з матеріалом, що вивчається в школі, крім того, їх нестандартне розв'язання привчає нас не задовольнятися шаблонами, алгоритмами, а вдумливо підходити до пошуку оригінальних розв'язань. Таким підходом є графічний спосіб. Виникає необхідність на прикладі розглянути як можна розв’язати задачу в такий спосіб – що і є метою статті.

Задача: у рівнобедреному трикутнику ACB (AC = CB) проведено пряму BD так, що CD = AB, <CBD = 10 ° (рис. 1). Знайдіть <ACB [2].

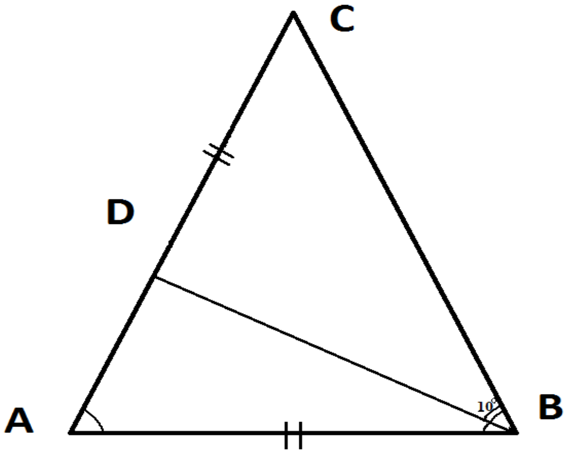

Рис. 1.

Розв`язання: позначимо кут А = α

Тоді з Δ ADB випливає :

$< D = 180° - \alpha\ (\alpha - 10°) = 190° - 2\alpha$ => $< CDB = 180° - (190° - 2\alpha) = 2\alpha - 10°$ =>

$< DCB = 180° - (2\alpha - 10°) - 10° = 180° - 2\alpha$

Застосувавши в Δ DCB теорему синусів, отримаємо:

$$\frac{DC}{\sin 10°} = \frac{DB}{\sin(180° - 2\alpha)} = \frac{CB}{\sin(2\alpha - 10°)} = 2R$$

З Δ ACB випливає, що:

$$\frac{AB}{\sin(180° - 2\alpha)} = \frac{CB}{\sin\alpha}$$

$$\frac{AB}{\sin(180° - 2\alpha)} = 2R \quad => \quad AB = 2R\sin(180° - 2\alpha)$$

Так як ΔACB рівнобедрений і з умови CD = AB, то маємо:

$$\frac{AB}{\sin 10°} = \frac{CB}{\sin(2\alpha - 10°)} \quad => \quad \frac{AB}{CB} = \frac{\sin 10°}{\sin(2\alpha - 10°)} \quad => \quad \frac{AB}{\sin(2\alpha - 10°)} = \frac{CB}{\sin\alpha} \quad => \quad \frac{\sin 10°}{\sin(2\alpha - 10°)} = \frac{\sin(180° - 2\alpha)}{\sin\alpha}$$

$$\frac{\sin 10°}{\sin(2\alpha - 10°)} = \frac{\sin 2\alpha}{\sin\alpha};$$

$\sin 10° \sin\alpha = \sin(2\alpha - 10°)\sin 2\alpha$ => $\sin 10° \sin\alpha = 2\sin\alpha cosa \sin(2\alpha - 10°)$ => $\sin 10° = 2\sin(2\alpha - 10°)\, cosa$ => $\sin 10° = \sin 3(\alpha - \frac{10°}{3}) + \sin(\alpha - 10°)$ (рис. 2)

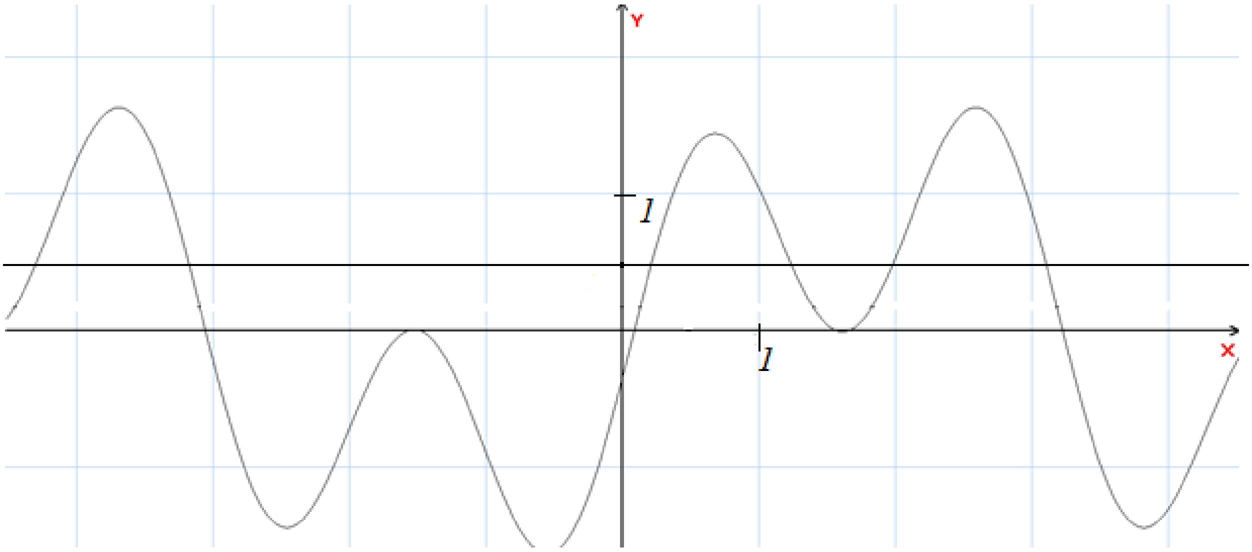

Рис. 2

$$0° < \alpha < \frac{\pi}{2}$$

З графіка видно, що $\alpha = \frac{4\pi}{9} = 80°$, тоді шуканий $< ACB = 180° - 2\alpha = 20°$.

Відповідь : $< ACB = 20°$.

Отже, графічні способи вирішення рівнянь красиві і зрозумілі, але не дають стовідсоткової гарантії вирішення будь-якого рівняння. Абсциси точок перетину графіків можуть бути і наближеними.

Таким чином, розв’язання рівнянь графічним способом дозволяє знайти точне або наближене значення коренів. Цей спосіб найчастіше використовують для перевірки вже наявних розв’язків. Графічний метод є не менш цікавим, як інші. Адже він розвиває уяву і є корисним для розв’язків рівнянь.

Література

1. Глейзер Г. І. Історія математики в школі. VII-VIII класи / Г. І. Глейзер. – М. : Просвещение, 1982. – 296 с.

2. Брайман В. Б. Відкриті студентські олімпіади механіко-математичного факультету Київського наукового університету імені Тараса Шевченка : 1995-2014 / В. Б. Брайман, О. Г. Кукуш. – К. : ВПЦ «Київський університет», 2015. – 215 с.