УДК 535.07

ДОПОВНЕННЯ ДО ТЕМИ «ТИСК СВІТЛА»

П.Й. Кривенко, О.К. Ткаченко, В.Л. Рудніцький

Житомирський державний педагогічний

інститут ім. І. Франка

Аналіз посібників і збірників задач з курсу загальної фізики показує, що в темі «Тиск світла» не розглянуто ряд питань та допущені неточності. Так, в жодному з посібників не визначено тиск світла на поверхню, яка частково пропускає світло. При визначенні тиску світла при косому падінні променів у більшості посібників у формулу тиску світла косинус входить в першому степені, тоді як він повинен бути в квадраті. Застосування формули тиску світла до кулі з коефіцієнтом дзеркального відбивання ρ для визначення сили тиску призводить до помилки, оскільки сила тиску на кулю не залежить від ρ. Також опущено питання про визначення тиску світла на ідеально матову поверхню. В даній роботі зроблена спроба доповнити цю тему.

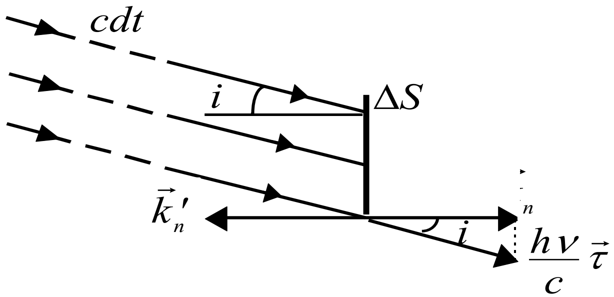

Рис. 1

Визначимо тиск світла на пластинку з коефіцієнтом пропускання τ, поглинання a та коефіцієнтом дзеркального відбивання ρ. Нехай промені падають на площадку під кутом i. Визначимо тиск світла на основі квантової теорії. За час dt на площадку площею ΔS впадуть фотони, які знаходяться в косому паралелепіпеді об'ємом $dV = \Delta Scdt\,cos\,i$. Позначимо концентрацію фотонів через n, тоді імпульс цих фотонів буде $\Delta Scdt\,cos\,in\dfrac{h\nu}{c}$. Оскільки тиск спричиняє нормальна складова, то проекція імпульсу на нормаль до площадки $k_n = \dfrac{h\nu}{c}cos\,i$. Тоді нормальна складова імпульсів фотонів, які падають на площадку за час dt, дорівнює: $n\Delta Scdt\dfrac{h\nu}{c}cos^2 i$. Зміна імпульсу при поглинанні фотонів становитиме $an\Delta Sh\nu\, cos^2 i dt$. Відбиті фотони матимуть протилежну складову імпульсу k_n' (рис.1), тому для них зміна імпульсу дорівнює:

$$\rho n\Delta Sdt\, cos^2 i\cdot h\nu-\left(-\rho\Delta Sdt\, cos^2 i\cdot h\nu\right)=2\rho n\Delta Sh\nu\, cos^2 i\cdot h\nu$$

.

Фотони, які проходять через площадку, тиск не чинять, оскільки їх імпульс не змінюється. Враховуючи, що зміна імпульсу дорівнює імпульсу сили, одержимо:

$$an\Delta Sh\nu\, cos^2 i\cdot dt+2\rho n\Delta Sh\nu\, cos^2 i\cdot dt=\Delta Fdt$$

Звідки тиск світла

$$p=\frac{\Delta F}{\Delta S}=nh\nu\left(a+2\rho\right)cos^2 i$$

$nh\nu=w$ - об’ємна густина енергії, $w=\frac{u}{c}$, де u - густина потоку світлової енергії.

Тоді тиск світла дорівнює:

$$p=\frac{u}{c}\left(a+2\rho\right)cos^2 i\,.$$

При нормальному падінні променів $i=0, p=\frac{u}{c}\left(a+2\rho\right).$

Для ідеально поглинаючої поверхні $\rho=0, a=1, p=\frac{u}{c}.$

Для ідеально відбиваючої поверхні $\rho=1, a=1, p=2\frac{u}{c}.$

У випадку коли пропускання відсутнє $(\tau = 0, a + \rho = 1)$ тиск світла $p = \frac{u}{c}(1+\rho)cos^2 i$

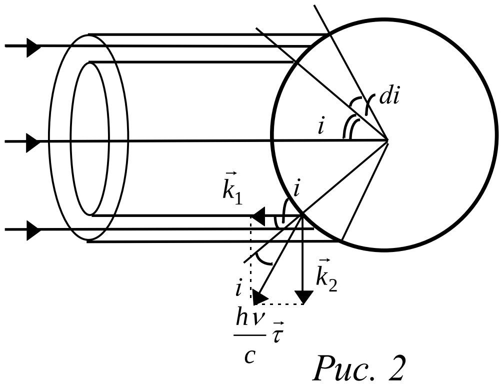

Рис. 2

Доведемо, що сила світлового тиску на кулю не залежить від коефіцієнта дзеркального відбивання.

Нехай на кулю радіуса *r* падає плоска світлова хвиля з густиною потоку енергії *u*. Виділимо два коаксіальних циліндри, твірні яких утворюють з радіусами кулі кути *i* та *i+di* (див. рис.2). Якщо світлові промені паралельні до твірних циліндрів, то це будуть кути падіння. Число фотонів, яке падає на елемент поверхні кулі за час *dt* між двома циліндрами $dn = ncdtd\sigma$, де $d\sigma$ - площа проекції сферичного сегмента, обмеженого циліндрами, на площину перпендикулярну до променів. Площа поверхні сферичного сегмента дорівнює $d\sigma' = rdi2\pi r\, sin i$, а її проекція на вказану площину буде

$$d\sigma = d\sigma' \cos i = 2\pi r^2 \sin i \cos i di = \pi r^2 \sin 2i di,$$
тоді $dn = ncdt \cdot \pi r^2 \sin 2i di$.

Величина імпульсу цих фотонів $dk = dn \cdot \dfrac{h\nu}{c} = \pi r^2 nh\nu \sin 2i di dt$

Відбиті промені з падаючим променем утворюють кут $2i$, тому проекція імпульсу відбитих фотонів на цей напрям дорівнює:

$$dk_1 = \rho r^2 nh\nu \sin 2i di \cos 2i \cdot dt.$$

Зміна імпульсу відбитих фотонів дорівнює:

$$dk_n' = dk - \left(-dk_1\right) = \pi r^2 nh\nu \left(\sin 2i di + \frac{1}{2}\sin 4i\right) dt$$

Оскільки зміна імпульсу дорівнює імпульсу сили, то матимемо:

$$\pi r^2 w \left(\sin 2i di + \frac{1}{2}\sin 4i di\right) dt = dF dt$$

Повна сила тиску дорівнює:

$$F = \pi r^2 w \left(\int_0^{\pi/2} \sin 2i di + \frac{1}{2}\int_0^{\pi/2} \sin 4i di\right) = \pi r^2 w \left(1 + \frac{1}{8} \cdot 0\right) = \pi r^2 w$$

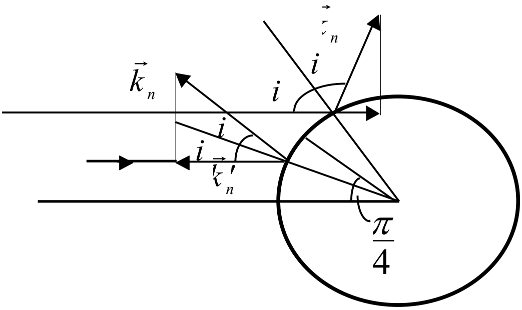

Рис. 3

Якщо поверхня кулі абсолютно чорна, то у зміні імпульсу другого доданку не буде і сила тиску також дорівнює: $F = \pi r^2 w.$ Таким чином сила тиску не залежить від коефіцієнта відбивання. Це зумовлене тим, що при $i < \frac{\pi}{4}$ проекція імпульсу після відбивання спрямована проти падаючого пучка, а при $i > \frac{\pi}{4}$ - за пучком (див. рис.3). Застосовуючи формулу тиску $p = \frac{u}{c} \cdot (1 + \rho)$ для визначення сили тиску одержимо: $F = \frac{u}{c}(1 + \rho) \cdot \pi r^2$. Проте цей результат невірний оскільки, як показано вище, сила тиску плоскої світлової хвилі на кулю не залежить від коефіцієнта відбивання.

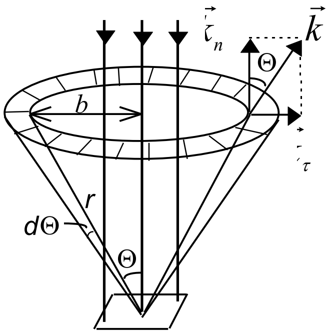

Рис. 4

Визначимо тиск світла на ідеально матову площадку. Ідеально матова поверхня розсіює світло за законом Ламберта. Виділимо тілесний кут двома конусами з кутами при вершині Θ і Θ + *d*Θ (див. рис.4). Позначимо число фотонів, яке пролітає між ними за деякий час через dn'. Воно буде пропорційне тілесному куту $d\omega$, який визначається площею заштрихованого сферичного сегмента. Його площа $d\sigma = 2\pi b r d\Theta = 2\pi r^2 \sin\Theta d\Theta$. Тоді $d\omega = \frac{d\sigma}{r^2} = 2\pi \sin\Theta d\Theta$.

Число фотонів, яке пролітає в цьому тілесному куту

$$dn' = k d\omega \cos\Theta = k 2\pi \sin\Theta \cos\Theta d\Theta.$$

*Cos*Θ з'явився тому, що розсіяння підлягає закону Ламберта. *k* - оефіцієнт пропорційності, який потрібно визначити. Число фотонів розсіяних в тілесний кут 2π дорівнює:

$$\Delta n = k 2\pi \int_0^{\pi/2} \sin\Theta \cos\Theta d\Theta = k\pi$$

Звідси коефіцієнт пропорційності $k = \frac{\Delta n}{\pi}$. Оскільки матова площадка ідеальна, то число розсіяних нею фотонів за час dt дорівнює числу падаючих на неї фотонів, за цей же час, тобто $dn = n \cdot \Delta Sc \cdot dt,$ де n - концентрація фотонів. Тоді проекція імпульсу фотонів на нормаль до площадки, розсіяних у межах кутів Θ, Θ + dΘ дорівнює:

$$dL = \frac{h\nu}{c} cos\,\Theta \frac{\Delta n}{\pi} 2\pi \,sin\,\Theta \,cos\,\Theta d\Theta = 2\frac{h\nu}{c} cos^2\,\Theta \,sin\,\Theta d\Theta \Delta Scdtn$$

Нормальна складова імпульсу розсіяних фотонів

$$\Delta L = 2\Delta Sndt \frac{h\nu}{c} \int_0^{\pi/2} cos^2\,\Theta \,sin\,\Theta d\Theta = 2\Delta Sndth\nu \left(-\frac{cos^3\,\Theta}{3} \right) \Bigg|_0^{\pi/2} = \frac{2}{3} nh\nu \Delta Sdt$$

Враховуючи, що зміна імпульсу розсіяних площадкою фотонів дорівнює імпульсу сили, матимемо: $n\frac{h\nu}{c}\Delta Scdt - \left(-\frac{2}{3} nh\nu \Delta Sdt \right) = \Delta Fdt$

звідки $p = \frac{\Delta F}{\Delta S} = nh\nu\left(1 + \frac{2}{3}\right) = \frac{5}{3} nh\nu = \frac{5}{3} w = \frac{5}{3}\frac{u}{c}$, де w - об’ємна густина, а □- густина потоку світлової енергії.