Житомирський державний університет імені Івана Франка
Студентське наукове товариство
фізико-математичного факультету

НАУКОВИЙ ПОШУК МОЛОДИХ ДОСЛІДНИКІВ

Випуск X

Житомир
Видавництво ЖДУ імені Івана Франка
2017

УДК 378.937
Н32

Рекомендовано вченою радою Житомирського державного університету імені Івана Франка, протокол № 11 від 31 березня 2017 року

РЕЦЕНЗЕНТИ: **Антонова О. Є.** – доктор педагогічних наук, професор, Житомирський державний університет імені Івана Франка;

Роміцина Л. В. – методист з математики центру методичного забезпечення, ЖОІППО.

Н32 Науковий пошук молодих дослідників: збірник наукових праць студентів, магістрантів та викладачів / за ред. доц. О. М. Королюк. – Житомир : Вид-во ЖДУ ім. І. Франка, 2017. – Вип. 10. – 198 с.

У збірнику представлено результати науково-дослідницької роботи за актуальними напрямками фізико-математичних, психолого-педагогічних наук та інформаційних технологій магістрантів, студентів-дипломників, членів проблемних груп та наукових гуртків, здобувачів і викладачів фізико-математичного факультету Житомирського державного університету імені Івана Франка.

УДК 378.937

Сейко Н. А.,
проректор з наукової і міжнародної роботи
Житомирського державного
університету імені Івана Франка,
доктор педагогічних наук, професор

МІЖНАРОДНА НАУКОВА СПІВПРАЦЯ ЯК ЧИННИК УСПІШНОЇ ПРОФЕСІЙНОЇ ПІДГОТОВКИ ФАХІВЦІВ В СУЧАСНОМУ УНІВЕРСИТЕТІ

Сучасний український університет задля свого поступального й ефективного розвитку сьогодні сприймається не лише як вітчизняне, але й як міжнародне наукове середовище – тільки так він може забезпечити собі перспективу накопичення кадрового, організаційного, науково-дослідницького ресурсу.

Міжнародний статус вищого навчального закладу забезпечується його участю в поважних світових рейтингах, які беруть до уваги численні показники, що їх повинен мати університет, який претендує на більш чи менш помітне місце в світовому науковому й освітянському співтоваристві. Міжнародна наукова співпраця вищого навчального закладу має будуватися з урахуванням кількох **провідних принципів**, а саме:

1) *Принципу цілепокладання*, тобто слугувати реалізації поставленої перед університетом мети діяльності. У Житомирському державному університеті імені Івана Франка таким цільовим компонентом моделі міжнародної співпраці є Стратегічний план розвитку університету, покликаний окреслити основні перспективи розвитку нашого університету та ресурсні можливості до реалізації означених цілей.

2) *Принципу системності*, який дає змогу пов’язати розрізнені (на перший погляд) факти міжнародної співпраці кафедр університету в цілком завершений успішний процес просування університету у світовий освітньо-науковий ростір. З цією метою створений нещодавно (у 2010 р.) відділ міжнародної і регіональної наукової співпраці не лише організує й координує, але й системно реєструє фактично всю міжнародну співпрацю кафедр з метою поступового надання системності всьому процесу означеної співпраці.

3) *Принципу відкритості*, який уможливлює налагодження якомога більшої кількості зв’язків з освітніми інституціями у якомога більшій кількості країн світу. Основним інструментом реалізації цього принципу є

присутність нашого університету як інформаційного феномену в світовому (насамперед, віртуальному) інформаційному просторі. Завдяки принципу відкритості Інтернет-сторінка нашого університету доступна для читачів у багатьох країнах світу, оскільки означена сторінка є кількамовною і постійно оновлюється англійською, німецькою, російською, а в перспективі – польською мовою.

4) *Принципу рефлексії*, який дає можливість систематично оцінювати й вчасно змінювати зміст і форми міжнародної співпраці залежно від змінних умов функціонування нашого університету у вітчизняному й світовому науковому просторі.

Залежно від рівня й обсягу реалізації кожного із названих принципів можна говорити про більш чи менш успішну реалізацію основних **рівнів здійснення міжнародної співпраці кафедрами університету**, які прямо чи опосередковано впливають на рівень професійної підготовки фахівців та весь науково-дослідницький процес. Комплекс напрямів міжнародної співпраці університету можна представити на трьох головних рівнях, як-от:

1. *На індивідуальному рівні*: у цьому випадку міжнародна співпраця реалізується як особистісна потреба викладачів і студентів університету у встановленні й підтримці міжнародних зв'язків – в науковій та дидактичній площині. До цього рівня можна віднести також індивідуальні наукові проекти, що виконуються нашими викладачами за кордоном, а також індивідуальні публікації результатів своїх досліджень у зарубіжних виданнях.

2. *На груповому рівні*: як реалізація міжнародних проектів, представлених у нашому університеті групами науковців, об'єднаних певною дослідницькою метою. Означені проекти і здатність до їх розробки й подання на різного роду конкурсні грантові програми на сьогодні є і перспективою, і однією з головних проблем у розвитку міжнародної наукової співпраці в нашому університеті.

3. *На рівні масовому*: як розширення загального кола знань студентів і викладачів університету з урахуванням досягнень наших зарубіжних колег, та зростання загального рівня усвідомлення значущості й необхідності міжнародної співпраці з метою закріплення належних позицій у світових рейтингах. До цього ж рівня ми відносимо намагання університету як цілісної освітньої установи встановлювати міжнародну

співпрацю на рівні ректорів університетів та керівників структурних підрозділів.

Виходячи з окреслених принципів і рівнів здійснення міжнародної наукової співпраці, можемо констатувати, що за останні п’ять-шість років означена співпраця набуває в університеті нової якості – завдяки, насамперед, зростанню рівня міжнародних зв’язків на переважній більшості кафедр університету. На сьогодні в нашому університеті діє 40 угод про міжнародну співпрацю з різними освітніми установами Польщі, Німеччини, Австрії, Сполучених Штатів Америки, Білорусі, Чехії, Угорщини, Індії, Туреччини та інших країн світу. Університет є співорганізатором та учасником чотирьох міжнародних консорціумів, з яких найбільш активним можна вважати діяльність Міжнародного консорціуму Варшавського й українських університетів.

Науковці університету щороку оприлюднюють у зарубіжних наукових виданнях 60-70 наукових публікацій; позитивною є динаміка участі наших науковців у зарубіжних наукових конференціях та інших наукових заходах (у 2013 році в такого роду наукових подіях брали участь близько 200 наших викладачів і студентів, у 2014 – 260, у 2015 – 395). Близько 60 викладачів щороку виїжджають за кордон з науковими цілями. Водночас варто констатувати, що досі низьким залишається рівень викладацької академічної мобільності, всього кілька наших викладачів читають лекції за кордоном, лише 10-15 викладачів щороку проходять наукове стажування у зарубіжних вузах.

Три міжнародні науково-дослідницькі проекти нині реалізуються в університеті – з проблем інклюзивної освіти (ННІ педагогіки), перекладацький проект («Брехт-Центрум») та міжнародний проект з підготовки вчителя іноземної мови (ННІ педагогіки). Зважаючи на таку невелику кількість означених проектів (виходячи з потужного потенціалу науково-дослідницької діяльності переважної більшості кафедр) безперечно необхідним є моніторинг дієвості укладених університетом угод про співпрацю.

Велике значення має для університету залучення іноземних студентів до навчання – як тимчасового (в якості студентського обміну та реалізації програми подвійних чи двох дипломів), так і постійного (як навчання протягом усього періоду бакалаврату та магістратури). На сьогодні в університеті навчаються 37 іноземних громадян, з них частина – в Центрі довузівської підготовки та післядипломної освіти.

За останні роки вдалося досягти суттєвого розширення присутності науково-дослідної складової викладачів і студентів університету в зарубіжному інформаційному просторі (зростання кількості публікацій викладачів університету у світових виданнях, що проіндексовані у Scopus, Web of Science, Google Scholar, Index Copernicus International Master List, Ulrich`s Periodicals Directory). Найбільш суттєвим у цьому відношенні можна вважати зростання рівня зацікавленості наших науковців публікаціями у виданнях, що входять до різних світових наукометричних баз, що, безперечно, позитивно впливатиме на загальний міжнародний імідж нашого університету в наступні роки.

З іншого боку, загальний світовий рейтинг університету значно зростатиме, якщо до нього долучаться наші університетські періодичні видання. Кількість наукових періодичних видань університету залишається постійною; у нас виходять шість фахових наукових видань, і частина з них («Вісник Житомирського державного університету», «Українська полоністика» та «Економіка. Управління. Інновації») ввійшли до наукометричної бази «Index Copernicus International Master List». Крім того, всі наші наукові університетські видання зареєстровані у базі «Google Academia» та «Site Factor», а також в «Українській науковій бібліометриці». Трохи більше як рік тому на історичному факультеті було відкрито нове наукове видання спільно з польським видавництвом «Епістема» («Інтермарум»); «Українська полоністика» видається спільно з Вищою школою економіки в Бидгощі. Однак, звичайно, в перспективі в наших наукових виданнях бажано було б бачити більше наукових публікацій наших зарубіжних колег (нині цей відсоток є відносно невисоким – від 6% до 12% щороку, якщо йдеться про публікації у «Віснику Житомирського державного університету»).

Навіть побіжний огляд результатів міжнародної наукової співпраці кафедр університету за останні роки дає можливість, однак, дійти досить оптимістичного висновку про перспективність і результативність такої співпраці, з одного боку, та її значущість для ефективного професійного зростання викладацького й студентського колективів університету. Перспективи міжнародної наукової співпраці наших кафедр вбачаються, насамперед, у тому, щоб реалізація принципів системності, відкритості, цілеспрямованості, рефлексії, окреслених вище, набула постійного характеру і визначала як місце університету в світовому науковому просторі, так і місце кожного науковця і студента в сучасному освітньому просторі Житомирського державного університету імені Івана Франка.

Франовський А. Ц.,
декан фізико-математичного факультету
Житомирського державного
університету імені Івана Франка,
кандидат фізико-математичних наук, доцент

СУЧАСНИЙ СТАН НАУКОВО-ДОСЛІДНИЦЬКОЇ ДІЯЛЬНОСТІ МОЛОДИХ НАУКОВЦІВ НА ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНОМУ ФАКУЛЬТЕТІ

Науково-дослідницька діяльність сучасної студентської молоді є одним із найважливіших засобів підвищення якості підготовки фахівців із вищою освітою, здатних проявляти креативність у практичній діяльності та застосовувати найновіші досягнення науково-технічного прогресу.

На сьогоднішній день економічні і соціальні реформи, які здійснюються в нашій державі, значною мірою змінюють характер праці фахівців у сфері педагогічної освіти. Відповідно до цього змінюються і вимоги до підготовки майбутніх учителів, зокрема фізико-математичного профілю. Однією із таких вимог є підготовка майбутнього педагога, творчого та ініціативного, який має організаторські навички і вміння спрямовувати свою діяльність на вдосконалення навчально-виховного процесу шляхом запровадження у педагогічну практику нових досягнень наукової і технічної думки. Неодмінною умовою виконання цієї вимоги є широке залучення студентів педагогічних вищих навчальних закладів до науково-дослідної роботи, безпосереднє включення їх до сфери наукового життя.

Оскільки головним завданням педагогічних вишів є підготовка вчителів нової генерації, то найважливішим питанням здійснення науково-дослідницької діяльності було і залишається питання про її вплив на навчально-виховний процес. У цьому полягає основна особливість організації науки у вищій школі.

Досвід свідчить, що розвиток наукових досліджень безпосередньо впливає на якість навчального процесу, оскільки вони змінюють не лише вимоги до рівня знань студентів, а й сам процес навчання і його структуру у виші, підвищуючи ступінь підготовленості майбутніх спеціалістів, їхній творчий практичний кругозір.

Розвиток науки у вищій педагогічній школі передбачає підвищення якості підготовки майбутніх учителів, здатних, у свою чергу, після закінчення навчання самостійно вирішувати серйозні наукові завдання, йти у рівень з передовими ідеями теорії і практики навчання та виховання в умовах жорсткої конкуренції. Тому, саме у вищому навчальному закладі важливо прищепити студентам смак до наукових досліджень та привчити їх мислити самостійно.

З огляду на це, можна стверджувати, що розвиток науки у вищій педагогічній школі не лише змінює зміст і значення навчальних дисциплін, а й підказує нові форми та методи проведення навчально-виховного процесу.

Аналізуючи науково-дослідницьку діяльність студентів фізико-математичного факультету можна зробити висновок, що основні досягнення відбиваються в нових курсах, лекціях і практичних (семінарських) заняттях. Як свідчить практика, залучення студентської молоді до наукової роботи робить навчальні дисципліни більш предметними, стимулюючи їх глибоке засвоєння. Причому науково-дослідна діяльність студентів фізико-математичного факультету є органічною частиною і обов'язковою умовою подальшої успішної роботи. Студенти фізико-математичного факультету не лише отримують найновішу наукову практичну інформацію від викладачів на лекційних і семінарських заняттях, лабораторних роботах і виробничих практиках (особливо старшокурсники), а й беруть участь у наукових дослідженнях.

Науково-дослідницька діяльність студентів фізико-математичного факультету включає в себе два взаємопов'язані напрями:

- навчання студентів елементам дослідницької діяльності, організації та методики наукової творчості;
- наукові дослідження, що здійснюють студенти під керівництвом професорів і викладачів за загально-кафедральною або загально-факультетською науковою проблемою.

Поступове зростання обсягу і складності набутих студентами знань, умінь, навичок у процесі виконання ними наукової роботи забезпечує вирішення таких основних завдань:

- формування наукового світогляду, оволодіння методологією та методами наукового дослідження;
- надання допомоги студентам у прискореному оволодінні спеціальністю, досягненні високого професіоналізму;
- розвиток творчого мислення та індивідуальних здібностей студентів у вирішенні практичних завдань;

- прищеплення студентам навичок самостійної науково-дослідної роботи;

- розвиток ініціативи, здатності застосовувати теоретичні знання у своїй практичній роботі;

- розширення теоретичного кругозору і наукової ерудиції майбутнього фахівця.

З метою популяризації природничо-математичних наук та більш активного залучення студентів до науково-дослідницької діяльності на фізико-математичному факультеті було запроваджено ряд заходів:

– створення студентського наукового товариства;

– активізація роботи проблемних груп;

– організація наукових гуртків;

– залучення студентів до наукових проектів, програм та конкурсів;

– активізація участі студентів у науково-практичних конференціях, круглих столах, семінарах різного рівня;

– залучення студентів до написання наукових публікацій.

Враховуючи основні напрями науково-дослідної діяльності на фізико-математичному факультеті, можна стверджувати, що цілеспрямоване виконання наукових досліджень у гуртках студентського наукового товариства, аспірантів та молодих учених сприяє формуванню всебічно розвиненої особистості фахівця, науковця, а в цьому це і є перспективи розвитку факультету.

РОЗДІЛ І. НАУКОВИЙ ПОШУК СТУДЕНТІВ, МАГІСТРАНТІВ

Гулько Ірина,
студентка 31 групи, напрям підготовки «Математика та фізика».
Науковий керівник – ***Чемерис О. А.****,*
кандидат педагогічних наук, доцент

НАТУРАЛЬНІ РІВНЯННЯ ЛІНІЙ

Усі геометричні об’єкти в аналітичній, диференціальній, нарисній чи прикладній та інших розділах геометрії зображують за допомогою ліній. Виникла і розвивалася диференціальна геометрія разом з математичним аналізом, який насправді базується на геометрії. Особливе місце серед різноманіття плоских і просторових кривих займають криві, що задаються натуральними рівняннями як функції довжини самої кривої. Довжина кривої — числова характеристика протяжності цієї кривої. Історично обчислення довжини кривої називалося спрямленням цієї кривої. Такими рівняннями зручно користуватися у тих випадках, коли довжина дуги кривої є інваріантом її перетворення. Проведений аналіз літератури та галузей застосування показав, що побудова суцільних і складених плоских або просторових кривих за крайовими умовами, до складу яких входять значення кривини та скруту, заданими явно – є важливим науковим та практично-значущим завданням.

Здебільшого значення кривини та скруту задаються при моделюванні кривих за їх натуральними рівняннями як вихідні умови в початковій точці. Так, кривиною кривої називають швидкість обертання напрямного вектора дотичної. Формули для кривини та скруту кривої можуть повністю задавати лінію у просторі. Тому ці вирази називають натуральними рівняннями кривої в просторі.

Для дослідження особливостей натуральних рівнянь ліній окреслимо низку завдань: узагальнимо існуючі способи побудови плоских та просторових кривих за заданими натуральними рівняннями; дамо опис закономірностей перетворення кривих на поверхнях; оглянемо існуючі методи конструювання плоских та просторових кривих за заданими вихідними умовами.

Образ кривої може відповідати декільком різним параметризаціям. Мета диференціальної геометрії описати інваріанти кривих незалежно від різних параметризацій. Зазвичай на практиці складно отримати натуральну параметризацію кривої, проте, при теоретичних міркуваннях, дуже зручно розглядати криві задані натурально [4].

Нехай маємо деяку криву, задану рівнянням $\vec{r} = \vec{r}(t)$. Розглянемо дугу цієї кривої, обмежену значеннями t_0 і t. Причому t_0 – фіксована точка дуги, а t – змінна. Подамо довжину нашої дуги за формулою: $s = \int_{t_0}^{t} |\vec{r}'(t)| dt$. Якщо буде змінюватися параметр t, то будемо отримувати множину значень s довжини дуги. Ця функція монотонна.

Отже, замість t можемо брати s, бо між ними існує взаємнооднозначна відповідність. І тоді рівняння кривої у векторній формі запишеться: $\vec{r} = \vec{r}(s)$. Така параметризація називається натуральною, де s – натуральний параметр. Крива лінія в кожній точці має певне викривлення, мірою якого є кривина [5].

Маємо формулу для обчислення кривини: $k = |\overrightarrow{r_{ss}}| = \frac{(\overrightarrow{r'} \times \overrightarrow{r''})^2}{(\sqrt{\overrightarrow{r'^2}})^3}$.

Скрутом кривої в будь-якій її точці називається границя відношення приросту кута повороту стичної площини до приросту довжини дуги, коли останній прямує до нуля [3, с. 15]. Формула для обчислення скруту кривої:

$$æ = \frac{\left|\overrightarrow{r'}, \overrightarrow{r''}, \overrightarrow{r'''}\right|}{(\overrightarrow{r'} \times \overrightarrow{r''})^2}.$$

На відміну від кривини, скрут може бути як додатним, так і від'ємним, причому знак скруту не залежить від нашого вибору.

Розглянемо криву γ, що визначається векторним рівнянням $\vec{r} = \int_{s_0}^{s} \vec{\xi}(s) ds$. Параметризація кривої γ натуральна. Дійсно, довжина відрізка кривої $s_0 s$ буде рівна $\int_{s_0}^{s} \left|\overrightarrow{r'}(s)\right| ds = \int_{s_0}^{s} \left|\vec{\xi}(s)\right| ds$. Тому кривина кривої γ буде дорівнювати

$$\left|\overrightarrow{r''}(s)\right| = \left|\overrightarrow{\xi'}(s)\right| = k(s).$$

Скрут кривої:

$$æ = \frac{(\vec{r}'\vec{r}''\vec{r}''')}{k^2} = \frac{(\vec{\xi}, k\vec{\eta}, k'\vec{\eta} + k\vec{\eta}')}{k^2} = \frac{(\vec{\xi}, k\vec{\eta}, k'\vec{\eta} + k(-k\vec{\xi} - æ\vec{\zeta}))}{k^2} = æ(s),$$

де $\vec{\zeta}, \vec{\eta}, \vec{\xi}$ – одиничні вектори і взаємно перпендикулярні, то $(\vec{\zeta}, \vec{\eta}, \vec{\xi}) = \pm 1$.

Таким чином, крива γ має в точці, що відповідає дузі s кривину $k(s)$ і скрут $æ(s)$ [2, с. 19]. А самі рівняння $k = k(s)$ і $æ = æ(s)$ називаються *натуральними рівняннями кривої* і визначають її в просторі з точністю до положення відносно системи координат. Натуральні рівняння ніяк не залежать від вибору системи координат. Потрібно зауважити, що як кривина, так і скрут можуть бути в цьому випадку додатними або від'ємними [1, с. 189].

Так, для кривої $x = \cos^3 t, y = \sin^3 t, z = \cos 2t, t \epsilon \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ натуральними рівняннями будуть наступні: $k = \frac{3}{5\sqrt{2s(5-2s)}}$, $æ = \frac{4}{5\sqrt{2s(5-2s)}}$.

Основне значення натуральних рівнянь полягає в тому, що їх завдання цілком характеризує норму кривих, так що дві криві з однаковими натуральними рівняннями збігаються за своєю формою та можуть відрізнятися тільки положенням простору.

Література

1. Выгодский М.Я. Дифференциальная геометрия. – М. : Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1949. – 511 с.

2. Франовський А.Ц. Диференціальна геометрія : курс лекцій для студентів фізико-математичних факультетів педагогічних університетів. – Житомир: Поліграфічний центр ЖДПУ, 2001. – 84 с.

3. Франовський А.Ц. Диференціальна геометрія: практикум з розв'язування задач. – Житомир : Поліграфічний центр ЖДПУ, 2001. – 64 с.

4. Довжина дуги кривої. Натуральна параметризація, [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://hghltd.yandex.net/yandbtm?fmode.

5. Натуральні рівняння кривої, [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://um.co.ua/10/10-2/10-27955.html.

Добранюк Юрій,
студент II курсу ЦПО, спеціальність «Математика»
Науковий керівник – ***Поліщук З. П.,***
старший викладач

АНАЛІТИЧНЕ ПРЕДСТАВЛЕННЯ МАКСИМАЛЬНОГО РАДІУСА ЦИЛІНДРИЧНИХ ЗАГОТОВОК ПІД ЧАС ВІСЕСИМЕТРИЧНОГО ОСАДЖЕННЯ ІЗ БОЧКОУТВОРЕННЯМ

Одним із найпоширеніших процесів деформування є вісесиметричне осадження, яке використовується і як складова частина технологічного процесу виготовлення деталей, так і як спосіб дослідження фізико-механічних властивостей матеріалів [1–5].

При вісесиметричному осадженні, у зв'язку із нерівномірністю деформацій, відбувається викривлення форми вільної поверхні, так зване бочкоутворення, від якого залежить напружено-деформований стан та граничні деформації матеріалу. Комплексна характеристика процесу вісесиметричного осадження включає як аналіз напружено-деформованого та граничного станів, так і отримання аналітичного опису геометричних параметрів заготовки під час процесу деформування.

Розробка аналітичного представлення геометричних параметрів заготовки при осадженні базується на врахуванні таких припущень [6]:

1. забезпечення умови незмінного об'єму заготовки

$$V = S_0 \cdot H = const; \quad (1)$$

де S_0, H – площа поперечного перерізу та висота заготовки до деформування;

2. течія матеріалу має лише радіальний та осьовий компоненти;

3. під час осадження забезпечується симетрія заготовки відносно її осі, тобто розглядається вісесиметричне осадження (рис. 1);

– будь-який осьовий переріз є симетричною кривою, яку апроксимуємо параболою.

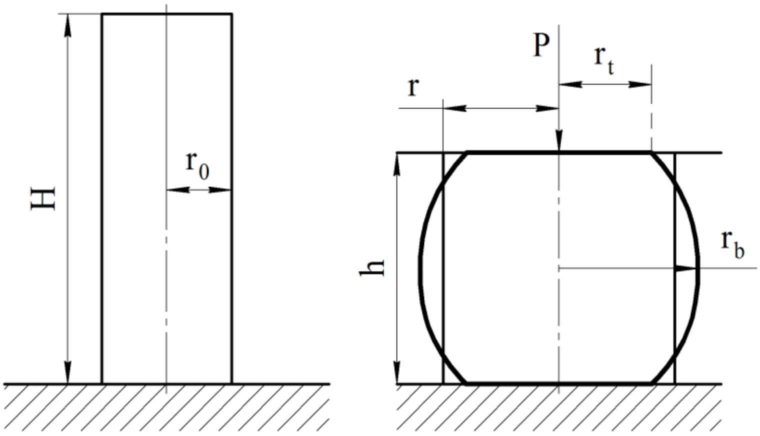


Рис. 1. – Схематичне зображення формозміни при вісесиметричному осадженні

Розглянемо процес осадження за умови відсутності тертя на торцях ($k = 1$), тобто за умови ідеального осадження, що супроводжується відсутністю бочкоутворення бічної поверхні заготовки. В даному випадку радіус циліндричної заготовки збільшується із зменшенням його висоти під час деформування та залишається незмінним по висоті для фіксованої стадії деформування. Математичну модель для радіуса циліндричної заготовки r (рис. 1) отримуємо із умови сталості об'єму:

$$V = h \cdot \pi \cdot r^2(h) = H \cdot \pi \cdot r_0^2. \quad (2)$$

$$r^2(h) = \frac{H}{h} \cdot r_0^2. \quad (3)$$

$$r_b(h)\big|_{k=1} = r(h) = r_0 \cdot \sqrt{\frac{H}{h}}\,, \tag{4}$$

де r_0, r – початковий та поточний радіуси торців.

За умови наявності тертя на торцях, при деформуванні заготовки форма бічної поверхні набуває бочкоподібної форми, при цьому радіуси бочки r_b та торців r_t – значень, які більші та менші відповідно за r, яке ми отримали б за умови відсутності тертя на торцях (рис. 1).

Тому побудову математичної моделі для радіуса бочки r_b із врахуванням коефіцієнта тертя на торцях k логічно здійснювати на основі узагальнення співвідношення (3). При цьому для отриманого співвідношення має виконуватися початкова умова

$$r_b(H)=r_0. \tag{5}$$

Структурний вигляд шуканого співвідношення, що узагальнює вираз (3) можна шукати шляхом представлення та апробації різних варіантів вказаного виразу. Більш простим, природним та обґрунтованим у цьому випадку виявляється підхід, відповідно до якого коефіцієнт тертя враховується в диференціальному рівнянні, що характеризує швидкість зміни радіусу бочки при вісесиметричному осадженні в залежності від поточної висоти циліндричної заготовки під час її деформування. Для отримання вказаного диференціального рівняння продиференційовано праву та ліву частини співвідношення (3)

$$2 \cdot r_b(h) \cdot dr_b(h) = -r_0^2 \cdot \frac{H}{h^2} \cdot dh. \tag{6}$$

Використовуючи отримане співвідношення (6) знаходимо шукану швидкість зміни радіусу бочки при вісесиметричному осадженні за умови відсутності тертя на торцях

$$\frac{dr_b(h)}{dh} = -\frac{1}{2} \cdot r_0^2 \cdot \frac{H}{h^2} \cdot \frac{1}{r_b(h)}. \tag{7}$$

Для узагальнення співвідношення (7) з метою врахування наявності тертя на торцях, приймаємо до уваги такі міркування: за умови наявності тертя радіус бочки буде більшим за рівномірний радіус заготовки за умов відсутності тертя на торцях для однакових ступенів деформування

$$r_b(h, \mathrm{k}) > r_b(h, \mathrm{k}=1) \text{ при } \mathrm{k}>1, \tag{8}$$

де $r_b(h, \mathrm{k})$ – радіус торця з урахуванням тертя на торцях.

Відповідну залежність мають і швидкості зміни радіусів торців.

$$\left|\frac{dr_b(h,k)}{dh}\right|>\left|\frac{dr_b(h,k=1)}{dh}\right|. \tag{9}$$

Враховуючи отримані залежності, висуваємо гіпотезу, що швидкість зміни радіусу бочки прямо пропорційна коефіцієнту тертя на торцях. При цьому значення коефіцієнта тертя на торцях задовольняє нерівності

$$1 \le k < \infty, \tag{10}$$

а шукане диференціальне рівняння набуває вигляду

$$\frac{\partial r_b(h,k)}{\partial h}=-k\cdot\frac{1}{2}\cdot r_0^2\cdot\frac{H}{h^2}\cdot\frac{1}{r_b(h)}. \tag{11}$$

За умов відсутності тертя (k=1) рівняння (11) стає тотожним (7). За умов k>1 згідно (11) швидкість збільшення радіусу бочки перевищує швидкість збільшення радіусу заготовки за умов рівномірної деформації.

Розв'язанням диференціального рівняння (11), отримуємо співвідношення для аналітичного представлення радіуса бочки при вісесиметричному осадженні за наявності тертя на торцях.

$$\int r_b(h,k)\cdot dr_b(h)=-\frac{1}{2}\cdot k\cdot r_0^2\cdot H\cdot\int\frac{dh}{h^2}-. \tag{12}$$

$$r_b^2(h,k)=k\cdot r_0^2\cdot\frac{H}{h}+C(k). \tag{13}$$

Функцію C(k) в співвідношенні (13) знаходимо із необхідності виконання початкової умови (5), що набуває вигляду $r_b(h=H,k)=r_0$.

$$C(k)=\left(r_b^2(h,k)-k\cdot r_0^2\cdot\frac{H}{h}\right)\Bigg|_{\substack{h=H\\ r_b(H,k)=r_0}}=r_0^2-k\cdot r_0^2\cdot\frac{H}{H}=(1-k)\cdot r_0^2\,[\ ]. \tag{14}$$

Із урахуванням виразу (14), вираз (13) набуде вигляду:

$$r_b^2(h,k)=r_0^2\cdot\left(k\cdot\left(\frac{H}{h}-1\right)+1\right). \tag{15}$$

Отже, аналітичне представлення радіусу бочки під час вісесиметричного осадження при нестаціонарному деформуванні, тобто за умови наявності тертя на торцях заготовки, набуває вигляду:

$$r_b(h,k)=r_0\cdot\sqrt{k\cdot\left(\frac{H}{h}-1\right)+1}. \tag{16}$$

Отриманий вираз (15) має подібну структуру до виразу радіуса торців, що отриманий відповідно до методики, яка представлена в роботі [6].

Більш високий ступінь прозорості методики побудови математичної моделі сприяє кращій її усвідомленості, що в свою чергу закладає кращі підґрунтя для подальшого розвитку моделі. Шляхом аналізу співвідношення (16) запропоновано альтернативну модель

$$r_b(h,k) = r_0 \cdot \left(k \cdot \left(\sqrt{\frac{H}{h}} - 1 \right) + 1 \right), \tag{17}$$

що так само, як і (16), задовольняє умовам

$$r_b(h=\mathrm{H},\ \mathrm{k}) = r_0,\ r_b(h,\ \mathrm{k}=1) = r(h),\ r_b(h,\ \mathrm{k}) > r_b(h,\ \mathrm{k}=1) \text{ при } \mathrm{k}>1. \tag{18}$$

На відміну від співвідношення (16) модель (17) є розв'язком лінійного диференціального рівняння першого порядку.

Використовуючи співвідношення (16), або (17), для конкретних початкових геометричних розмірів заготовки, можна обчислити радіус бочки на будь-якому ступені осадження. (рис. 2).

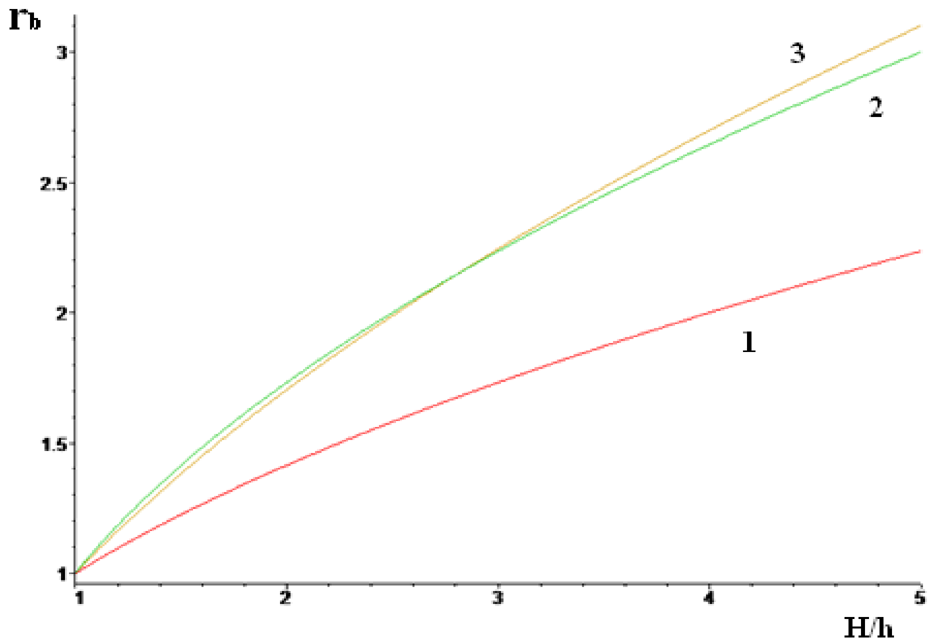


Рис. 2. Залежність радіуса бочки від етапу вісесиметричного осадження при різних значеннях коефіцієнта тертя k: 1 – k=1; 2 – k=1,7; 3 – k=2

Розроблена методика побудови моделі для аналітичного опису радіуса бочки в залежності від умов тертя та ступеня стиску при вісесиметричному осадженні циліндричних заготовок є більш простою та прозорою і в явному вигляді містить закладені гіпотези та умови механіки формозміни.

Література

1. Смирнов-Аляев Г. А. Сопротивление материалов пластическому деформированию. Инженерные методы расчета операций пластической обработки материалов./ Смирнов-Аляев Г. А. – М.-Л. : Машгиз, 1961. – 463 с.

2. Михалевич В. М. Тензорні моделі накопичення пошкоджень / В. М. Михалевич. – Вінниця : УНІВЕРСУМ–Вінниця, 1998. – 195 с.

3. Михалевич В. М. Моделирование пластического деформирования цилиндрического образца при торцевом сжатии / В. М. Михалевич, А. А. Лебедев, Ю. В. Добранюк // Пробл. прочности. – 2011. – № 6. – С. 5–22.

4. Mikhalevich V. M. Modeling of plastic deformation in a cylindrical specimen under edge compression / V. M. Mikhalevich, A. A. Lebedev and Yu. V. Dobranyuk // Strength of Materials. – Volume 43, Number 6 (2011), P. 591–603, DOI: 10.1007/s11223-011-9332-7.

5. Михалевич В. М. Формозміна бічної поверхні циліндричних заготовок під час вісесиметричного осадження / В. М. Михалевич, Ю. В. Добранюк, Е. А. Трач // Вісник Національного технічного університету "ХПІ". Збірник наукових праць. Тематичний випуск: Нові рішення в сучасних технологіях. – Харків: НТУ "ХПІ" – 2013. – №42(1015) – С. 126–131.

6. Walter Gander Solving problems in scientific computing using Maple and Matlab / Walter Gander, Jiri Hrebicek // Springer Berlin Heidelberg New York. – 4th edition. – 2004. – 520 p.

Краєвський Володимир,
студент II курсу ЦПО, спеціальність «Математика»
Науковий керівник – ***Поліщук З. П.,***
старший викладач

РОЗВ’ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ МАКСИМІЗАЦІЇ НАКОПИЧЕНОЇ ДЕФОРМАЦІЇ ПРИ БАГАТОСТУПЕНЕВОМУ ГАРЯЧОМУ ДЕФОРМУВАННІ МЕТОДОМ КУНА-ТАККЕРА

З метою оптимального керування механізмом накопичення пошкоджень при гарячому пластичному деформуванні у роботі [1] запропоновано варіаційну задачу максимізації накопиченої деформації: визначити закон зміни швидкості деформації $\dot{\varepsilon}_u(t)$ при якому за заданий час t_* матеріал здобуває найбільшу деформацію $\varepsilon_{\max}$

$$\varepsilon_{\max} = \int_0^{t_*} \dot{\varepsilon}_u(\tau) \cdot d\tau \to \max,$$

$$\begin{cases} \int_0^{t_*} \varphi(t_* - \tau; I(\tau)) \cdot f(\dot{\varepsilon}_u(\tau)) \cdot d\tau = 1, \\ \int_0^{t} \varphi(t - \tau; I(\tau)) \cdot f(\dot{\varepsilon}_u(\tau)) \cdot d\tau \le 1, \ \forall t \in (0, t_*), \end{cases} \tag{1}$$

де t, τ – час; $I(\tau)$ – сукупність безрозмірних інваріантів напружено-деформованого стану; $\varphi(t-\tau, I(\tau))$ – ядро спадковості моделі накопичення пошкоджень при гарячому пластичному деформуванні [2]; f – деяка функція.

Доведено [3], що розв'язки поставленої задачі існують лише на межі області, що визначається нерівностями

$$\int_0^{t} \varphi(t - \tau; I(\tau)) \cdot f(\dot{\varepsilon}_u(\tau)) \cdot d\tau \le 1, \ \forall t \in (0, t_*). \tag{2}$$

Перед знаходженням розв'язку задачі (1) у загальній постановці, було проаналізовано шляхи розв'язання задачі максимізації накопиченої деформації для окремих класів функцій, для яких відповідна задача зводиться до задачі нелінійного програмування. У цьому напрямку розглядався клас кусково-сталих функцій, що з технологічної точки зору еквівалентно простому багатоступеневому гарячому деформуванню [2] (у межах ступеня матеріал деформується з постійною швидкістю, а на границі ступенів відбувається одномоментна зміна швидкості)

$$\dot{\varepsilon}_u = \begin{cases} \dot{\varepsilon}_{u1}, \ 0 \le t \le t_1; \\ \dot{\varepsilon}_{u2}, \ t_1 \le t \le t_2; \\ \ldots \\ \dot{\varepsilon}_{uk}, \ t_{k-1} \le t \le t_*. \end{cases} \tag{3}$$

Стосовно найпростішої схеми багатоступеневого гарячого деформування – двохступеневої, при апроксимації залежності часу деформування від швидкості деформації степеневою функцією

$$t_{*i} = \gamma(\eta, D)\dot{\varepsilon}_{ui}^{\alpha(\eta, D)}, \tag{4}$$

отримали наступну задачу нелінійного програмування

$$\varepsilon_* = \dot{\varepsilon}_{u1} \cdot t_1 + \dot{\varepsilon}_{u2} \cdot (t_* - t_1) \to \max,$$
$$\left(\frac{t_*}{t_{*1}}\right)^n + \left(\frac{t_* - t_1}{t_{*2}}\right)^n - \left(\frac{t_* - t_1}{t_{*1}}\right)^n = 1, \qquad (5)$$
$$t_1 \le t_{*1},$$

де $n = -\dfrac{1}{\alpha(\eta, D)}$; $a(\eta, D)$, $\gamma(\eta, D)$ – деякі функції, що характеризують властивості матеріалу при даній температурі; η – показник жорсткості напруженого стану; D – відношення третього і другого інваріантів девіатора швидкостей деформацій.

Один з основних методів, який застосовується у нелінійному програмуванні – метод, який базується на теоремі Куна-Таккера. Даний метод використовується для знаходження оптимального значення цільової функції

$$f(x) \to \max(\min); \qquad (6)$$

при двох типах обмежень: рівнянь і нерівностей

$$\begin{cases} g_i(x) \le 0,\ i = 1,\ldots,k, \\ h_j(x) = 0,\ j = 1,\ldots,m. \end{cases} \qquad (7)$$

Складемо для даної задачі функцію Лагранжа, що залежить від $n + k + m$ змінних $(x_1,\ldots,x_n; \lambda_1,\ldots,\lambda_k; \mu_1,\ldots,\mu_m)$:

$$L(x,\lambda,\mu) = f(x) + \sum_{i=1}^{k} \lambda_i g_i(x) + \sum_{j=1}^{m} \mu_j h_j(x) ,$$

де $\lambda = (\lambda_1,\ldots,\lambda_k)$ – вектор множників Лагранжа для обмежень-нерівностей, $\mu = (\mu_1,\ldots,\mu_k)$ – вектор множників Лагранжа для обмежень-рівностей.

У формулюванні необхідної ознаки буде використовуватись градієнт функції L по x:

$$\nabla_x L(x,\lambda,\mu) = \nabla f(x) + \sum_{i=1}^{k} \lambda_i \nabla g_i(x) + \sum_{j=1}^{m} \mu_j \nabla h_j(x)$$

Теорема Куна-Таккера (необхідна умова існування розв’язку задачі (6)): Для того, щоб точка x^0 була точкою локального мінімуму (максимуму) задачі (6) необхідно виконання наступних умов:
Умови стаціонарності:

$$\nabla_x L\left(x^0, \lambda, \mu\right) = 0;$$

Умови нежорсткості:

$$\lambda_i g_i\left(x^0\right)=0,\ i=1,\dots,k;$$

Умови невід'ємності:

$$\lambda_i \geq 0,\ i=1,\dots,k.$$

При цьому усі множники Лагранжа λ_i та μ_i одночасно не можуть бути рівними нулю.

Для задачі (5) функція Лагранжа має вигляд

$$L(\varepsilon_1,t_1,\lambda)=\dot{\varepsilon}_{u1}t_1+\frac{\gamma^n-\dot{\varepsilon}_{u1}\left(t_*^n-\left(t_*-t_1\right)^n\right)}{\left(t_*-t_1\right)^{n-1}}+\lambda\left(t_1-\gamma\dot{\varepsilon}_{u1}^{-\frac{1}{n}}\right).$$

Тоді умова стаціонарності

$$\frac{\partial L}{\partial\dot{\varepsilon}_{u1}}=t_1+\left(t_*-t_1\right)^{1-n}\left[\left(t_*-t_1\right)^n-t_*^n\right]+\frac{\gamma\cdot\lambda}{\dot{\varepsilon}_{u1}^{\frac{1}{n}+1}\cdot n}=0,$$

$$\frac{\partial L}{\partial t_1}=\lambda+\dot{\varepsilon}_{u1}-\dot{\varepsilon}_{u1}\cdot n+\frac{\left(n-1\right)\cdot\left[\dot{\varepsilon}_{u1}\cdot\left[\left(t_*-t_1\right)^n-t_*^n\right]+\alpha^n\right]}{\left(t_*-t_1\right)^n}=0,$$

умова нежорсткості

$$\lambda\cdot\left(t_1-\gamma\dot{\varepsilon}_{u1}^{-\frac{1}{n}}\right)=0,$$

та умова невід'ємності

$$\lambda\geq 0.$$

У результаті для знаходження можливих точок існування розв'язку задачі (5) отримали сукупність систем нелінійних рівнянь (8).

Застосуємо отриману сукупність систем рівнянь (8) для знаходження оптимального режиму двоступеневого гарячого кручення зразків із сталі 14Х17Н2 при температурі 1150^{0}С.

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases} t_1+\left(t_*-t_1\right)^{1-n}\left[\left(t_*-t_1\right)^n-t_*^n\right]=0, \\ \dot{\varepsilon}_{u1}-\dot{\varepsilon}_{u1}\cdot n+\dfrac{(n-1)\cdot\left[\dot{\varepsilon}_{u1}\cdot\left[\left(t_*-t_1\right)^n-t_*^n\right]+\alpha^n\right]}{\left(t_*-t_1\right)^n}=0; \end{cases} \\ \begin{cases} t_1+\left(t_*-t_1\right)^{1-n}\left[\left(t_*-t_1\right)^n-t_*^n\right]+\dfrac{\gamma\cdot\lambda}{\dot{\varepsilon}_{u1}^{\frac{1}{n}+1}\cdot n}=0, \\ \lambda+\dot{\varepsilon}_{u1}-\dot{\varepsilon}_{u1}\cdot n+\dfrac{(n-1)\cdot\left[\dot{\varepsilon}_{u1}\cdot\left[\left(t_*-t_1\right)^n-t_*^n\right]+\alpha^n\right]}{\left(t_*-t_1\right)^n}=0, \\ t_1-\gamma\dot{\varepsilon}_{u1}^{-\frac{1}{n}}=0. \end{cases}\end{array}\right. \tag{8}$$

Розв’язок першої системи дає нам єдину точку, яка відповідає режиму деформуванню із сталою швидкістю, що згідно із аналізом проведеним у роботі [4] не може бути оптимальною схемою деформування. Розв’язок другої системи визначає режим деформування із зниженням швидкості на другій ступені:

$$\dot{\varepsilon}_u(t)=\begin{cases}0.4329\ c^{-1}, 0\le t\le 3.4268;\\ 0.0164\ c^{-1}, 3.4268<t\le 30,\end{cases} \tag{9}$$

Дана схема аналогічна тій, яку ми отримали у роботі [4]. При цьому максимальна накопичена деформація $\varepsilon_*=1.914$, що на 6.3% більше ніж при деформуванні із сталою швидкістю.

У подальших дослідженнях необхідно проаналізувати можливості застосування методу Куна-Таккера для узагальнення на випадок k-ступеневого деформування.

Література

1. Mikhalevich V. M., Kraevsky V. O. Variational problems for damage accumulation models heritable type // The nonlinear analysis and application 2009: Materials of the international scientific conference (April 02-04th 2009, Kyiv). – Kyiv: NTUU "KPI", 2009. – P. 109 –110.

2. Михалевич В. М. Тензорні моделі накопичення пошкоджень / Вінниця: "УНІВЕРСУМ- Вінниця", 1998 – 195 с.

3. Михалевич В. М., Краевский В. А. Постановка и решение оптимизационных задач в теории деформируемости // Вісник національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут". – Серія машинобудування. – К. : НТУУ "КПІ", 2010. – С. 142–145.

4. Михалевич В. М., Краевский В. А. Поиск решения вариационной задачи при горячем деформировании // Обработка материалов давлением. – Краматорск : ДГМА. – 2010. – №1(22). – С. 38–43.

Ющенко Ірина,
студентка І курсу ЦПО, спеціальність «Початкова освіта».
Науковий керівник – ***Королюк О.М.,***
кандидат педагогічних наук, доцент

ОСОБЛИВОСТІ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ УЧНІВ З ОСОБЛИВИМИ ОСВІТНІМИ ПОТРЕБАМИ В ПОЧАТКОВІЙ ШКОЛІ

В останні роки науковці відмічають значне збільшення кількості дітей з проблемами психофізичного розвитку. При вступі до школи такі діти відчувають значні труднощі в процесі навчання, а саме труднощі адаптації у шкільному колективі, в оволодінні комунікативними навичками, навичками усною та писемною мови, а також обчислювальними навичками.

Інклюзивне навчання повною мірою не є альтернативою спеціальній освіті, проте воно значно розширює її можливості, оскільки передбачає створення освітнього середовища, яке б відповідало потребам і можливостям кожної дитини, незалежно від особливостей її психофізичного розвитку. Інклюзивне навчання – гнучка, індивідуалізована система навчання дітей з особливостями психофізичного розвитку в умовах масової загальноосвітньої школи за місцем проживання [4]. Таке навчання відбувається за індивідуальним навчальним планом, забезпечується медико-соціальним та психолого-педагогічним супроводом.

Інклюзивне навчання потребує певних додаткових умов щодо обладнання кімнат для занять, що сприятиме корекції певних відхилень у розвитку дитини. Цю задачу вирішують учитель, батьки, адміністрація школи.

Основними принципами навчання математики дітей з особливими освітніми потребами в початковій школі є такі: органічне поєднання корекційного навчання і виховання, засвоєння знань і розвиток пізнавальних можливостей учнів, відповідність вимог, що ставляться до них, їхнім навчальним можливостям [7].

Математика має широкі можливості щодо розвитку та корекції мислення, мовлення, пам’яті, уваги, спостережливості учнів.

Важливо навчити дітей обґрунтовувати арифметичні дії при розв'язуванні прикладів, задач, пояснювати спосіб виконання завдань. Не менш важливим є формування розуміння різних видів інструкцій (ілюстративні картки, схеми, записи, словесна інструкція, робота з підручником тощо), умінь користуватися ними. На індивідуальних заняттях слід намагатися розвивати допитливість учня, надавати йому можливість проявити творчу самостійність, продиктовану його особистими інтересами.

Основними питаннями пропедевтичного періоду повинні бути такі: властивості і відношення між предметами, порівняння множин методом взаємно однозначного співвідношення, способи зрівнювання груп предметів; орієнтування дітей в основних просторових напрямках (розуміння і називання основних напрямків від себе) та взаємне розміщення предметів у просторі; лічба предметів і порівняння чисельності предметних множин безпосереднім встановленням взаємно однозначної відповідності (накладання, прикладання). Саме в процесі порівняння предметів за кількістю, масою, розмірами в учнів формуються уявлення, які базуються на узагальненні предметно-кількісних відношень предметів, їх груп.

У темі «Нумерація» розглядаються спочатку перші п'ять чисел. Вивчення нумерації чисел будується на наочно-предметній основі. Учні повинні засвоїти склад цих чисел. На уроках вивчення нумерації чисел перед очима дітей має бути ряд чисел від одного до того числа, яке вивчається в даний момент. Вивчення числа і цифри має проходити одночасно. Кожне число корисно ілюструвати відповідною кількістю предметів.

Додавання та віднімання чисел вивчається в такій послідовності: дії додавання і віднімання, додавання і віднімання нуля, складання і читання прикладів на основі предметних ситуацій і малюнків; розглядаються випадки, в основі яких лежать знання властивостей натурального ряду чисел.

Навчати розв'язувати усно треба не лише приклади, а й прості арифметичні задачі. Починаючи з першого класу, учнів ознайомлюють з арифметичними задачами, які є важливим засобом формування багатьох математичних понять. Перші арифметичні задачі − це задачі-дії, задачі-ігри, відповіді на запитання яких учні мають знайти, перераховуючи предмети чи їх зображення. Поступово вони навчаються розв’язувати прості задачі, а згодом – складені. У процесі розкриття змісту дій додавання корисно ставити запитання, підпорядковані створенню таких узагальнень: якщо об’єднали (додали), то стало більше; якщо вилучили (відняли), то стало менше.

Важливе місце під час навчання математики в школі з інклюзивним навчанням посідає геометричний матеріал, вивчення якого має бути наочним і дійовим. Бажано використовувати моделі геометричних фігур, які відрізняються розмірами, кольором, виготовлені з різних матеріалів (паперу, картону, пластмаси, деревини, тканини), а також реальні предмети тощо. Діти повинні навчитися не лише розпізнавати геометричні фігури, а й навчитися будувати і креслити ці фігури.

Математика є одним з найбільш складних предметів для дітей з особливими освітніми потребами. З одного боку, це пояснюється абстрактністю математичних понять, а з іншого, особливостями засвоєння математичних знань учнями. Тому для успішного навчання й виховання таких дітей необхідно розбудити їх інтерес до навчальних занять, зацікавити, мобілізувати їхню увагу, активізувати пізнавальну діяльність.

Головними методами й прийомами, спрямованими на розвиток інтересу до математики, є наступні:

1. Доброзичливе ставлення вчителів до учнів, стимулювання й заохочення. Враховуючи наявність у багатьох учнів з особливими освітніми потребами стійкого негативного ставлення до процесу навчання взагалі і до математики зокрема, намагатися створити в них відчуття стабільних успіхів. На невдачі, помилки, труднощі увага майже не повинна звертатись.

2. Розкриття перед дітьми значення математики у житті та діяльності людини. Упродовж навчання потрібно розширювати їх уявлення про значення математики у житті людей.

3. Використання дидактичних ігор та інших цікавих видів діяльності (змагань, математичних свят, вікторин). Вважається одним із найефективніших способів розвитку інтересу до математики. Наприклад, з великою цікавістю учні рахують «ланцюжком», розв'язують приклади на «магічному полі», відгадують кросворди та ін. [6].

Систематичне використання в роботі даних заходів значно збільшує зацікавленість математикою дітей із особливими освітніми потребами.

Учні менше відволікаються і частіше підіймають руки, запитують по темі, що вивчалась як на уроці, так і після його закінчення.

Робота з особливими дітьми вимагає від вчителя багато терпіння та наполегливості. Тому для мене живим джерелом мудрості, з якого черпаю знання і впевненість в своїх силах, є слова французького лікаря і педагога Едуарда Сегена, в яких він закликає до кропіткої наполегливої праці: «Якщо Ви почнете виховувати дитину з тяжкими порушеннями то, не надаючи батькам багато надії, не втрачайте її самі і підтримуйте себе в тяжкій праці, яку Ви виконуєте… Якщо вона лінива, нездібна, неохайна, неуважна, одним словом, у неї немає жодної позитивної якості, яку б Ви хотіли побачити – не падайте духом. Якщо вона постійно лежить – посадіть її; якщо вона сидить – поставте її; якщо вона не їсть самостійно – тримайте її пальці, але не ложку, під час їжі; якщо вона взагалі не діє – стимулюйте її м'язи до дії; якщо вона не дивиться і не розмовляє – говоріть їй самі і дивіться за неї. Годуйте її як людину, яка працює, і примусьте її працювати, працюючи разом з нею; будьте її волею, розумом, дією. І якщо Ви не були в змозі протягом трьох-чотирьох років дати їй розум, здатність до мовлення і довільність рухів, то в будь-якому разі ні турбота ваша, ні енергія, яку Ви витратили на неї, не пропали дарма; якщо вона не досягнула тих успіхів, яких Ви добивались, то вона, у будь-якому випадку, стала здоровішою і сильнішою, стала слухнянішою і моральнішою. А хіба цього мало? Той, хто зробив все, що міг – зробив все» [1].

Література

1. Гаврилов О.В. Особливі діти в закладі і соціальному середовищі. Навчальний посібник. Кам'янець-Подільський: Аксіома. −2009. – 308с.

2. Дубовський С. Формування інтересу до математики в учнів початкових класів допоміжної школи // Дефектологія. – 2000. − № 2.

3. Інтегроване навчання дітей з особливими потребами у просторі загальноосвітньої школи. «Дніпропетровський обласний психолого- медико-педагогічний центр». – Дніпропетровськ, 2005.

4. Колупаєва А.А. Навчально-методичний посібник / за заг. ред. Колупаєвої А.А. − К: «А.С.К.», 2012. − 308 с.

5. Концепція державного стандарту спеціальної освіти дітей з особливими потребами // Дефектологія. – 1999. − № 4.

6. Миронова С.П. Олігофренопедагогіка : навч. посіб. − Кам`янець-Подільський, 2008. – 180 с.

7. Програми з математики для спеціальних загальноосвітніх навчальних закладів для розумово відсталих дітей. Підготовчий, 1-4 класи. / укладачі: Волнянська Н.В., Юр'єва Ю.М., Засуха Г.П. – Донецьк, 2011.

8. Тарасун В. Концепція державного стандарту освіти учнів з порушенням мовленнєвого розвитку // Дефектологія. – 2000. − № 2.

9. Хохліна О. Корекційно-розвивальна робота в системі загальної освіти // Дефектологія. − 2000. − № 2.

Костюк Юлія,
студентка I курсу ЦПО, спеціальність «Початкова освіта».
Науковий керівник **– *Королюк О.М.,***
кандидат педагогічних наук, доцент

ВИКОРИСТАННЯ ЗАВДАНЬ КРАЄЗНАВЧОГО ХАРАКТЕРУ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ В ПОЧАТКОВІЙ ШКОЛІ

У сучасному суспільстві існує потреба у формуванні громадянської спрямованості особистості, обізнаної відповідальності за майбутнє своєї країни, свого краю, своєї долі. При вирішенні цієї актуальної задачі величезну роль грає краєзнавство. Елементи краєзнавства на уроках математики позитивно впливають на результативність знань учнів, на розвиток їх як особистості, несуть велике виховне значення. Завдання з елементами краєзнавства розвивають пізнавальні інтереси, сприяють розвитку громадянських та національних цінностей, виховують почуття гордості за свій народ.

Представлені задачі складено на основі місцевого фактичного матеріалу, використано інформацію досліджень інфраструктури м. Житомира та Житомирської області.

Задачі на знаходження суми

1. У м. Житомирі працюють 23 загальноосвітні школи, 3 гімназії, 3 ліцеї, 1 колегіум, 2 вечірні школи, 3 приватні школи, 14 дитячо-юнацьких спортивних шкіл, 5 музичних шкіл та 1 художня школа. Скільки всього шкіл працюють у м. Житомирі? (55 шк.)

2. У м. Житомирі налічується 24 пам'ятки археології, 74 пам'ятки історії, 15 пам'яток монументального мистецтва. Скільки всього пам'яток культурної спадщини налічується в місті Житомирі? (113 п.)

3. Громадський транспорт м. Житомира складається із 1 трамвайного, 14 тролейбусних та 22 автобусних маршрутів. Скільки всього маршрутів громадського транспорту у місті Житомирі? (37 м.)

4. В Житомирській області налічується 60 видів ссавців, 220 видів птахів, 11 видів земноводних, 8 видів плазунів. Скільки всього представників фауни лісу і лісостепу? (299 в.)

5. До Червоної книги тварин Житомирської області занесені: 2 види кільчастих червів, 48 видів членистоногих, 52 види хордових. Скільки всього видів тварин занесені до Червоної книги Житомирської області? (102 в.)

Задачі на збільшення та зменшення числа на декілька одиниць

а) у прямій формі:

1. У 2015 році в Житомирський області існувало 687 дошкільних навчальних закладів, а в 2010 році на 43 заклади менше. Скільки дошкільних навчальних закладів працювало в 2010 році? (644 з.)

2. На даний час у м. Житомирі 36 загальноосвітніх навчальних закладів, а дитячих садочків на 8 більше. Скільки дитячих садочків у м.Житомирі? (44 с.)

б) у непрямій формі:

1. Іршанське водосховище має площу 692 га, що на 113 га менше чим Малинське водосховище. Знайди площу Малинського водосховища? (579 га)

2. У парках м. Житомира працює 33 атракціони, що на 7 більше ніж дитячих ігрових автоматів. Скільки ігрових автоматів працює в м. Житомирі? (26 авт.)

Задачі на різницеве порівняння

1. Площа Денишівського водосховища 255 га, а Житомирського – 390 га. На скільки Житомирське водосховище менше ніж Денишівське? (135 га)

2. Довжина річки в межах Житомирської області Тетерів 247 км, а річки Случ – 194 км. На скільки річка Тетерів довше річки Случ? (53км)

3. Протяжність Житомирської області із заходу на схід 170 км, з півночі на південь - 230 км. На скільки кілометрів менше простягається область із заходу на схід, ніж з півночі на південь? (60 км).

Задачі на збільшення та зменшення числа у кілька разів

1. Скеля Голова Чацького – геологічна пам'ятка природи місцевого значення в Україні, яка разом з сусідніми скелями утворює прямовисну стіну завдовжки 120 м. Знайти висоту скелі, якщо відомо, що вона на 4 м менша? (30 м)

2. Газета «Житомирщина», виходить на 10 сторінках, а газета «Субота» має 20 сторінок. Газети виходять щотижня. Скільки сторінок газет ми можемо прочитати за місяць? (120 ст)

3. Щомісяця кожен житель м. Житомира витрачає приблизно 5 $м^3$ води. Скільки води витратять 30 тис. жителів за рік? (54750 $м^3$)

4. Липа живе в лісі до 400 років, а в місті в 2,5 рази менше. Скільки років може прожити липа в місті? (160 р.)

5. Дуб живе 600 років, а тополя в 6 разів менше. Скільки років живе тополя? У скільки разів дуб живе довше тополі? (100 р.; у 6 разів)

Задачі на знаходження периметра і площі.

1. Довжина центрального стадіону м. Житомира 102 м, ширина – 69 м. Знайти периметр стадіону (7038 $м^2$).

2. Довжина спортивного майданчика стадіону «Спартак» 10 м, ширина – 10 м. Знайти площу спортивного майданчика стадіону «Спартак» (100 $м^2$).

3. На центральному стадіоні м. Житомира однакові за розміром чотири тенісні корти мають загальну площу 1056 $м^2$. Знайти ширину одного тенісного корту, якщо відомо, що його довжина складає 24 м. (11 м)

4. Площа басейну «Фок» у м. Житомирі складає 250 $м^2$, а площа басейну в ЗОШ №5 м. Житомира – 200 $м^2$. Довжина басейну в школі – 20 м, а у розважальному комплексі на 5 м більша, ширина обох басейнів однакова. Знайди ширину басейнів? (10 м)

Задачі на рух

1. Відстань від Львова до Житомира 360 км, а від Житомира до Києва у 3 рази менша. Яка відстань від Житомира до Києва? (120 км)

2. З якою швидкістю рухався велосипедист, якщо відстань від Житомира до Бердичева у 65 км він подолав за 4 години? (16 км/год)

3. Відстань від м. Житомира до м. Малина мотоцикліст подолав за 2 години, рухаючись зі швидкістю 44.5 км/год. Яка відстань між містами? (89 км)

4. Рейсовий автобус за маршрутом м. Новоград – Волинський – м. Житомир виїхав о 6 год. 50 хв. і був у дорозі 1 год. 10 хв. Дізнайся час прибуття автобуса до м. Житомира. З якою швидкістю їхав автобус, якщо відстань між містами 87 км (8.00 год; 79 км/год).

5. Із м. Новоград - Волинського до м. Коростеня виїхав автомобіль зі швидкістю 88 км/год. Через 87 км зробив зупинку у м. Житомирі, залишилось проїхати – 89 км. Знайти за який час він проїхав весь шлях? (2 год)

Задачі з багатоцифровими числами

1. Місто Житомир започатковано близько 884 року і свою назву отримало від імені руського дружинника київських князів Аскольда та Діра – Житомира. Скільки років минуло від дати заснування міста?

2. У 1899 році у м. Житомирі, одним із перших в Україні, розпочався рух трамваю, а з 1962 року – тролейбусів. На скільки років раніше розпочався рух трамваю?

3. Нацистська окупація Житомирської області тривала з 2 липня 1941 року до 31 грудня 1943 року. Скільки місяців тривала окупація?

4. У 1979 році Житомирська обласна універсальна наукова бібліотека імені Олега Ольжича відсвяткувала новосілля у спеціально збудованому п'ятиповерховому будинку в центрі міста. Скільки років минуло від дати відкриття нового приміщення?

5. Житомирська кондитерська фабрика «Житомирські ласощі» заснована у 1944 році, а Житомирська панчішна фабрика «Легка хода» у 1935 році. Яка фабрика була відкрита раніше і на скільки? Скільки років минуло з дати заснування кожної фабрики?

6. Пам'ятник російському поету О.С. Пушкіну був відкрий у м. Житомирі у 1899 році. Скільки років минуло від дати відкриття найстарішого пам'ятника міста?

Завдання із багатоцифровими числами

1. Запишіть числа цифрами. Житомирська область була заснована в тисяча дев'ятсот тридцять сьомому році.

2. Запишіть числа цифрами. Житомирський район був утворений в тисяча дев'ятсот двадцять восьмому році.

3. Запишіть числа цифрами. Житомирська область складається з однієї тисячі шістсот дев'ятнадцяти сільських населених пунктів.

4. Запишіть числа цифрами. Герб Житомирської області був затверджений у дві тисячі третьому році.

5. Запишіть числа цифрами. Герб Житомирського району (офіційний символ) Житомирської області, затверджений в дві тисячі восьмому році.

6. Запишіть числа цифрами. Територією Житомирської області протікає 221 річка загальною довжиною п’ять тисяч триста шістдесят шість кілометрів.

7. Запишіть числа цифрами. Поліський природний заповідник створений у тисяча дев’ятсот шістдесят восьмому році.

8. Запишіть числа цифрами. Територія Житомирського району становить одна тисяча чотириста сорок один км ^{2}.

9. Запишіть числа цифрами. Житомирська обласна універсальна наукова бібліотека імені Олега Ольжича відкрита тисяча вісімсот шістдесят шостого року.

10. Запишіть числа цифрами. Пам’ятник конструктору космічних ракет С.П. Корольову був відкритий у м. Житомирі тисяча дев’ятсот шістдесят восьмому році.

Наведені завдання краєзнавчого характеру можутьвикористовуватись для ілюстрації та конкретизації програмового матеріалу; актуалізації знань учнів, їх чуттєвого досвіду; збудження інтересу учнів до нової теми; перевірки міцності та усвідомленості знань та вмінь учнів; закріплення та поглиблення вивченого матеріалу; розвитку самостійності учнів і підвищення їх активності; зв'язку навчання з життям.

Література

1. Довідник природних ресурсів Житомирщини / укл. О. Я. Поліщук, О. О. Орлов. – Житомир : «Льонок», 1993. – 144 с.

2. Статистичний щорічник Житомирської області за 2015 рік / Головне управління статистики у Житомирській області; ред. Г. А. Пашинська. – Житомир, 2016. – 475 с.

3. Житомир : [Електронний ресурс] // Вікіпедія – вільна енциклопедія. – Режим доступу: https://www.google.com.ua.

4. Житомирська область : [Електронний ресурс] // Вікіпедія – вільна енциклопедія. – Режим доступу: https://www.google.com.ua.

5. Житомирський район : [Електронний ресурс] // Вікіпедія – вільна енциклопедія. – Режим доступу: https://www.google.com.ua.

Станіславова Ольга,
студентка І курсу ЦПО, спеціальність «Початкова освіта».
Науковий керівник – ***Королюк О.М.,***
кандидат педагогічних наук,доцент

РОЗВИВАЛЬНІ ІГРИ ЯК ЗАСІБ ПІДВИЩЕННЯ ІНТЕРЕСУ ДО МАТЕМАТИКИ В ПОЧАТКОВІЙ ШКОЛІ

Власну педагогічну діяльність я розпочала у сільській школі з учнями першого класу. Так сталося, що я прийшла до своїх дітлахів, коли закінчувався перший семестр, тому певні знання про школу, свої обов'язки учнів дітям уже були відомі.

Моя донька навчається в міській школі, тому мене сильно вразили відмінності учнів сільської школи. Це кидалося в очі. Досі я вважала, що учні з сільської місцевості мають певні переваги. Зокрема, невелика кількість учнів у класі дозволяє вчителю приділити увагу кожному, пояснити матеріал та ще й встигнути всіх опитати. Але на жаль, це виявилося не так.

Більшість батьків дітей, які вчаться в моєму класі, зайняті у сільському господарстві, за браком часу вони майже не приймають участь у навчанні своїх дітей. Діти ходять до школи, до вечора залишаються в групі продовженого дня, де виконують домашні завдання і наступного дня приходять до школи з портфелем, у який не заглядали й не перевіряли батьки.

Математика традиційно є найважчим предметом. Лише 5 із 12 учнів класу працювали на уроці, а решта з кожним днем усе глибше занурювалися в себе, навіть не виявляючи бажання послухати й зрозуміти те, про що йшлося на уроках.

«Не заклавши міцний фундамент, не вдасться побудувати міцний будинок знань», мені в роботі допомагає цей вислів. У своїй діяльності я намагаюся відшукати підхід до кожного з дітей, розкрити їх, зацікавити та донести до них знання.

З метою підвищення інтересу до математики я використовую розвивальні ігри. При виконанні деяких завдань користуюся магнітами з тваринками та казковими героями, які так подобаються дітям. Учні із задоволенням малюють, тому я застосовую математичні розфарбовки. Такіми засобами досягаю формування навичок.

У ситуації дидактичної гри дитина засвоює програмовий матеріал більш успішно, таке засвоєння відбувається без особливого напруження, ніби саме собою.

Пам’ятка для учнів:

1. Уважно слухай і запам’ятовуй хід гри, необхідні дії, їх послідовність.
2. Пам’ятай – успіх залежить від чіткого усвідомлення кінцевої мети, передбаченого грою результату гри. Не поспішай розпочати гру, не дослухавши до кінця вказівки вчителя. Поспіх часто призводить до грубих помилок, зайвих непотрібних дій.
3. Уважно слухай відповідь товариша, щоб у разі потреби виправити або доповнити його.
4. Додержуй своєї черги, не заважай товаришам, не роби зайвих рухів, дій, будь дисциплінованим.
5. Чесно визнай свою помилку, якщо товариші довели, що ти неправий. (Помилятись може кожний).
6. Не хитруй, не шукай легкого нечесного шляху для перемоги. Цим ти підводиш товаришів і втрачаєш свій авторитет. Поважають лише чесних, справедливих, принципових [1].

Наведемо приклади розвивальних ігор із власної практики.

1. «Числа - перебіжники».

Хід гри: Учні поділені на дві команди. З кожної виходить по 5 учнів. Їм роздають картки з цифрами й знаками дій. За сигналом діти складають приклади на додавання. Потім вчитель пропонує з цими ж числами утворити інші приклади на додавання (наприклад, 3+7=10 і 7+3=10). У кожній команді один з її членів записує складені вирази на дошці. Порівнюючи пари виразів, діти повторюють переставний закон додавання. Виграє та команда, яка склала більше прикладів за відведений час і сформулювала переставний закон додавання [1].

2. «Хто знає, хай рахує далі».

Діти стають у коло. Ведучий називає число і кидає м’яч одному. Учень повинен зловити м’яч, назвати число-сусіда. Перед початком гри домовляються, як рахувати: в прямому чи зворотному порядку, повертаючи м’яч ведучому [1].

Це гра для закріпленя знань про суміжні числа.

3. Гра «Мікрофон».

Один учень називає приклад, а інший відповідь до нього [2].

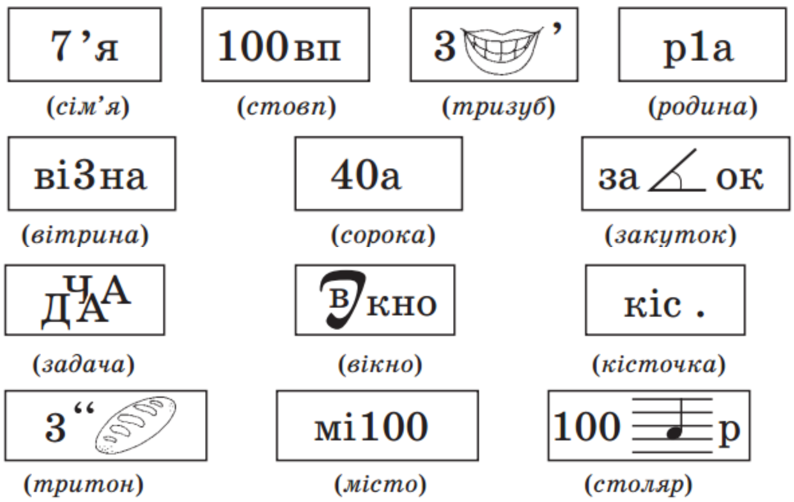
4. Гра «Математична зарядка».

Ведучий називає різні числал, але на три числа, які учні домовляються, вони мусять виконати певну вправу. Наприклад, названо число 5 – усі плескають у долоні, 19 – присідають, 30 – крокують на місці. Ведучий називає ці числа не по порядку, а так, як йому заманеться, при цьому ще й хитрує, розтягує перші склади: «три- и-и-надцять!», «дев′ять-ть-надцять», «п′я-я-ть!» [2].

5. Гра «Математичні ребуси».

Дітям пропонується відгадати слова, що написані на картках за допомогою букв та інших знаків.

Зауваження: Знак ’ означає, що слід додати (приєднати) вказану букву до слова, а знак ‘– вилучити букву зі слова [3, с. 12].



6. Гра «Числа-бешкетники».

Під час цієї гри, учні тренують свою увагу і пам’ять, поглиблюють знання з математики. Вона, як і шахи, корисна для розвитку логічного мислення. Навіть якщо в когось із ваших підопічних зовсім не математичний склад розуму, їм так само, як і всім іншим, буде цікаво пограти з числами. У грі беруть участь всі учні класу. Ведучий роздає всім папірці із завданнями та засікає час. У всіх гравців однакові завдання: підкреслити в кожному рядку по три числа, що в сумі складають останнє число ряду.

3 4 6 5 1 2 7 **10** (6 + 3 + 1; 7 + 2 + 1; 5 + 4 + 1 і т. п.)
8 4 1 3 7 6 5 **17** (8 + 5 + 4; 6 + 4 + 7; 8 + 6 + 3 і т. п.)
4 8 3 9 1 6 2 **13** (8 + 3 + 2; 6 + 3 + 4; 8 + 1 + 4 і т. п.)
6 2 10 7 8 5 6 **23** (10 + 7 + 6; 10 + 8 + 5 і т. п.)
2 0 13 1 3 9 3 **15** (13 + 0 + 2; 9 + 3 + 3 і т. п.)

Переможцями гри стають ті учні, які набрали 15 очок, тобто правильно виконали будь-які три завдання [3, с. 13].

7. Гра «Естафета».

Для гри клас ділиться на дві команди. На дошці записано стільки прикладів, скільки є учнів. За сигналом перші учні виходять до дошки, розв’язують перші приклади і швидко передають крейду наступним гравцям, які розв’язують наступні приклади і т.д. Якщо учень бачить помилку гравця своєї команди, то коли до нього дійде черга, він може виправити неправильну відповідь і записати правильну. Після розв’язування всіх прикладів, вчитель перевіряє правильність завдань «суперниками» і визначає команду-переможця [2].

Таким чином, зацікавивши дитину грою, викликаємо зацікавлення до завдання та його виконання. У дитини з’являється потреба вивчити, зрозуміти та запам’ятати цей матеріал. Гра виховує почуття відповідальності, колективізму. За допомогою гри згуртовується учнівський колектив, виховується особистість.

Література

1. Розвивальні ігри в навчально-виховному процесі у 1 класі на уроках математики. Режим доступу : http://teacher.at.ua/publ/rozvivalni_igri_v_navchalno_vikhovnomu_procesi_u_1_klasi_na_urokakh_matematiki/10-1-0-10775.

2. Розвивальні ігри на уроках математики в початковій школі. Режим доступу: http://klasnaocinka.com.ua/uk/article/rozvivalni-igri-na-urokakh-matematiki-v-pochatkovi.html.

3. Сухарева Л. С. Логічні ігри. 1–4 класи. – Х. : Ранок, 2012. – 192 с.

Франчук Марія,
студентка І курсу ЦПО, спеціальність «Початкова освіта».
*Науковий керівник – **Королюк О. М.,***
кандидат педагогічних наук, доцент

ДИДАКТИЧНІ ІГРИ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ В ПОЧАТКОВІЙ ШКОЛІ

У наш час учителі молодшої школи уже часто стикаються з проблемою втрати учнями інтересу до навчання, зокрема до уроків математики. Для того, щоб дітям у школі було цікаво і щоб кожен день навчання дарував дітям свято рекомендують використовувати ігри на уроках.

Розглянемо змістове наповнення поняття «гра». Так, у словнику базових понять з курсу «Педагогіка» гра визначається як вид діяльності та форма організації навчання, виховання і розвитку учня в умовних ситуаціях. Своєрідність даного виду діяльності полягає не в результатах, а в самому процесі, що веде до психологічної розрядки, зняттю стресових ситуацій, гармонізації відносин, розумового, морального і фізичного вихованню дітей [2, с. 15].

Велике значення грі в навчальному процесі надавав В. О. Сухомлинський, який зазначав: «Гра – це величезне світле вікно, крізь яке в духовний світ дитини вливається життєдайний потік уявлень, понять про навколишній світ. Гра – це іскра, що засвічує вогник допитливості. То що ж страшного в тому, що дитина вчиться писати граючись, що на якомусь етапі інтелектуального розвитку гра поєднується з працею, і вчитель не так уже часто говорить дітям: «Ну, пограли, а тепер будемо трудитися!» [3, с.95–98].

Високо оцінював гру і К. Д. Ушинський, який вважав, що гра для дитини – дійсність, і дійсність значно цікавіша за ту, що її оточує. Цікавіша вона для дитини саме тому, що зрозуміліша, а зрозуміліша вона їй тому, що почасти є її власним витвором. У грі дитина живе, і сліди цього життя глибше лишаються в ній, ніж сліди справжнього життя, в яке вона не могла ще ввійти за складністю його явищ та інтересів [4, с. 292–300].

Дидактичні ігри на уроках математики є одним з ефективних засобів розвитку інтересу до навчального предмету, активізації пізнавальної діяльності.

Дидактичні ігри на уроках математики – сучасний і визнаний метод навчання і виховання, що забезпечує освітню, розвиваючу, виховну функції, які діють в органічній єдності. В процесі гри у дітей формується звичка зосереджуватися, мислити самостійно, розвивати увагу, прагнути до знань.

Педагогічна класифікація, представлена на рисунку 1, покликана стати орієнтиром в різноманітті ігор, джерелом інформації про них [1].

<table>
<tr><td colspan="20">Дидактичні ігри</td></tr>
<tr><td colspan="20">За метою навчання</td></tr>
<tr><td colspan="4">навчальні</td><td colspan="4">контролюючі</td><td colspan="4">виховують</td><td colspan="4">розвиваючі</td><td colspan="4">узагальнюючі</td></tr>
<tr><td colspan="20">За кількістю учасників</td></tr>
<tr><td colspan="10">групові</td><td colspan="10">індивідуальні</td></tr>
<tr><td colspan="20">За реакцією</td></tr>
<tr><td colspan="10">рухливі</td><td colspan="10">«тихі»</td></tr>
<tr><td colspan="20">За темпом</td></tr>
<tr><td colspan="10">на швидкість</td><td colspan="10">на якість</td></tr>
<tr><td colspan="20">За використанням в навчальному процесі</td></tr>
<tr><td colspan="10">спеціальні</td><td colspan="10">універсальні</td></tr>
<tr><td colspan="20">За характером діяльності школярів</td></tr>
<tr><td colspan="5">репродуктивні</td><td colspan="5">пошукові</td><td colspan="5">творчі</td><td colspan="5">частково-пошукові</td></tr>
<tr><td colspan="20">За формою проведення</td></tr>
<tr><td colspan="4">ігри-подорожі</td><td colspan="4">ігри-доручення</td><td colspan="4">ігри-припущення</td><td colspan="4">ігри-загадки</td><td colspan="4">ігри-бесіди</td></tr>
</table>

Рис 1. Класифікація дидактичних ігор

Ми рекомендуємо на уроках математики частіше використовувати такі види ігор:

• розвиваючі, так як вони направлені на розвиток особистості учня;

• колективні, оскільки саме під час колективної роботи частіше виникає «ситуація успіху», яка необхідна дітям;

• індивідуальні, так як вони допоможуть учням проявити себе, а вчителю – діагностувати рівень знань учнів, рівень їх розвитку;

• рухливі, оскільки учні початкових класів більшою мірою схильні до швидкої стомлюваності і їм необхідна «розрядка»;

• «тихі», бо вони сприяють розвитку мислення, пам'яті, гнучкості розуму, самостійності, посидючості, наполегливості в досягненні мети і т. д.;

• на швидкість, так як сприяють доведенню навички до автоматизму;

• ігри-загадки, так як розгадування загадок розвиває здатність до аналізу, узагальнення, формує уміння міркувати, робити висновки.

Нудні, монотонні, одноманітні уроки вбивають в дитині прагнення до пізнання, відбивають будь-яке бажання вчитися. Саме дидактична гра є цінним засобом виховання розумової активності дітей, вона активізує психічні процеси, стимулює жвавий інтерес до процесу пізнання, допомагає створити радісний робочий настрій. Під час гри діти охоче долають труднощі, тренують свої сили, розвивають здібності і вміння.

Література

1. Кальт Е. А. Дидактические игры на уроках математики в классах повышенного педагогического внимания [Електронний ресурс] / Е. А. Кальт // Электрон. науч. журнал «Вестник Омского гос. педагогич. университета». – 2006. – Режим доступу: http://www.omsk.edu/article/vestnik-omgpu-155.pdf.
2. Словник базових понять з курсу «Педагогіка» : навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл. : вид. 2-ге, доп. і перероб. // укл. О.Є. Антонова. – Житомир : Вид-во ЖДУ імені Івана Франка, 2014. – 100 с.
3. Сухомлинський В. О. Серце віддаю дітям / В. О. Сухомлинський // Вибрані твори: в 5 т. – Т. 3. – К. : Рад. шк., 1977. – 279 с.
4. Ушинський К.Д. Человек как предмет воспитания: Опыт педагогической антропологи / К.Д. Ушинский // Педагогические сочинения. – М. : Педагогика, 1990. – Т. 5. – 528 с.

Осипчук Яна,
магістрантка, спеціальність «Математика».
Науковий керівник – ***Королюк О. М.,***
кандидат педагогічних наук, доцент

МІЖПРЕДМЕТНІ ЗВ'ЯЗКИ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ ТА АНАЛІТИЧНОЇ ХІМІЇ

Для якісної підготовки фахівців важливо виявити міждисциплінарні зв'язки та врахувати професійну спрямованість під час відбору змісту навчальних дисциплін. Такий підхід для педагогіки вищої школи є нетривіальним, а його можливості вивчені неповною мірою. У даній статті, для прикладу, розглядається зв'язок курсів аналітичної хімії (АХ) та вищої математики (ВМ). Обидва курси є нормативними дисциплінами із циклу професійної підготовки.

У відповідності із навчальним планом підготовки бакалаврів за спеціальностю 102 – Хімія на курс АХ відведено 10 кредитів (300 годин) [5]. Щодо змісту , то у різних університетах змінюється не стільки перелік розділів курсу, скільки частка годин, виділених на вивчення кожного розділу [1], при цьому використовуються одні і ті самі підручники. Курс ВМ у 2016-2017 н.р. у ЖДУ імені Івана Франка вивчається студентами-хіміками лише у 1-му семестрі (тобто за рік до початку вивчення АХ) в обсязі 4 кредитів (120 годин) [2].

Наше дослідженя передбачало аналіз навчальних програм і змісту підручників з АХ [3; 4] щодо використання в окремих розділах курсу математичного апарату (набір методів, понять тощо), передбачених програмою дисципліни "Вища математика" [2].

Результати представлено у таблиці 1.

Таблиця 1

Розділ	Аналітична геометрія	Лінійна алгебра	Теорія ймовірності Математична статистика	Диференціальне числення	Інтегральне числення	Диференціальні рівняння
Закон діючих мас і рівноваги у розчинах				+	+	
Закон діючих мас і гетерогенні системи				+	+	
Окисно-відновні процеси та процеси комплексоутворення	+	+				
Основні прийоми кількісного аналізу. Методи кислотно-основного титрування	+			+		
Методи окисно-відновного титрування (редоксиметрії)	+			+		
Методи осадувального титрування та комплексометрія	+			+		
Загальні методи гравіметрії						
Хімічний склад та загальна характеристика об’єктів навколишнього середовища		+	+		+	
Особливості хімічного аналізу об’єктів навколишнього середовища.		+	+		+	

У таблиці 1 міжпредметні зв'язки у розділах обох курсів відзначені знаком (+). Наприклад, у процесі вивчення в курсі АХ розділу "Особливості хімічного аналізу об’єктів навколишнього середовища" студент повинен мати уявлення про матриці і вміти виконувати дії з ними.

Як видно *з таблиці 1*, курс АХ значною мірою математизований. Студенти-хіміки користуються апаратом теорії ймовірностей і математичної статистики, лінійною алгеброю, вони повинні знати початки математичного аналізу та вміти розв’язувати нескладні диференціальні рівняння, а також володіти певними відомостями із аналітичної геометрії.

Приклад. Визначити швидкість заданої хімічної реакції.

Розглянемо реакцію: $2CO + O_2 \rightarrow 2CO_2$.

Введемо позначення: $X = CO,\ Y = O_2,\ Z = CO_2$

Тоді рівняння реакції можна переписати: $2X + Y \rightarrow 2Z$

Використовуючи закон діючих мас, запишемо математичну модель даної задачі, яка являє собою рівняння для виявлення швидкості реакції:

$\upsilon = k[Y] \cdot [X]^2$.

Отже, методи вищої математики можуть використовуватися при вивченні матеріалу, що становить в курсі АХ близько третьої частини його змісту, хоча в наукових дослідженнях вони застосовуються постійно і практично всіма аналітиками. Таке "відставання" навчального курсу від рівня математизації відповідної науки є небажаним, але терпимим.

Література

1. Дорохова Е. Н. Роль і місце аналітичної хімії в навчальних планах вузів // Аналітична хімія. – 1996. – №1. – С. 131–138
2. Королюк О.М. Робоча програма навчальної дисципліни «Вища математика» підготовки бакалаврів. Спеціальність: 102 Хімія.
3. Онищенко Ю.К. Збірник задач і вправ з аналітичної хімії : навч. посіб. / Ю. К. Онищенко – Житомир : ЖДУ ім. І. Франка, 2014. – 220 с.
4. Шевряков М.В. Аналітична хімія : навч.-метод. посібник для студентів університетів напряму підготовки «Хімія*»/ М.В. Шевряков, М.В. Повстяний, Б.В. Яковенко, Т.А. Попович – Херсон : Айлант, 2011. – 404 с.
5. Анотації дисциплін [Електронний ресурс] – Режим доступу: https://zu.edu.ua/doc/annotated/an_chemistry.pdf .

Довгопятий Олександр,
студент ІІІ курсу, спеціальність «Математика та фізика».
Науковий керівник – ***Поліщук З. П.,***
старший викладач

ВИКОРИСТАННЯ ВЕКТОРІВ ДЛЯ РОЗВ’ЯЗУВАННЯ ШКІЛЬНИХ ОЛІМПІАДНИХ ЗАВДАНЬ З МАТЕМАТИКИ

Для розвитку майбутнього математика дуже важливими є математичні шкільні олімпіади. Саме вони допомагають викликати інтерес до математики в досить юному віці, а також навчити людину мислити нестандартно. Розв’язки задач з математичних олімпіад не є типовими для школяра, тому що більшість шкільних задач не вимагають нестандартного мислення, а лише покладаються на пройдений в школі матеріал. На перший погляд, за останні роки на олімпіадах було не так багато завдань, які пов'язані з векторами. Справді, задач, в умові яких вказані вектори було досить мало. Але це не означає, що задач, які можна було б розв'язати за допомогою векторів, було небагато.

На жаль, у наш час вектору в школі не відводять достатньої уваги. Як правило, в школі вивчають основні відомості про вектор, майже не використовуючи його для розв'язання інших задач. *Метою* цієї статті є показати практичне значення вектора на прикладі розв'язання олімпіадних задач.

В олімпіадних задачах досить широко використовується векторний метод, але це не єдине використання вектору. Вектори можна використовувати не тільки при виконанні задач з геометрії, а й для розв'язку рівнянь, що демонструє наступне завдання.

Задача № 1. Розв'язати рівняння:

$$xy + 2x = \sqrt{2x^2 + y^2} \cdot \sqrt{x^2 + 2y^2 - 4y + 4}$$

Розв'язання. Для початку нагадаємо, що існує так званий скалярний добуток векторів, який знаходиться за формулою:
$\vec{a} * \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos\alpha$ (1), де α – кут між векторами $\vec{a}$ i $\vec{b}$.

Відомо, що $-1 \le \cos\alpha \le 1$,а це значить, що $|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos\alpha \le |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$ (2)

З рівності (1) і нерівності (2) маємо: $\vec{a} \cdot \vec{b} \le |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$ (3)

Якщо $\vec{a}(a_1, a_2, a_3)$, $\vec{b}(b_1, b_2, b_3)$, то їх скалярний добуток $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + a_3 \cdot b_3$ (4).

При чому рівність у (3) досягається тільки у випадку, коли $\vec{a}$ i $\vec{b}$ співнаправлені або хоча б один з векторів є нульовим.
Подамо рівняння (1) у такому вигляді:

$$xy + yx + x(2 - x) = \sqrt{2x^2 + y^2} \cdot \sqrt{x^2 + y^2 + (2 - y)^2}$$

Позначимо $\vec{a}(x, y, x)$ і $\vec{b}(y, x, 2 - y)$ маємо: $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$

Як зазначалося, рівність виконується лише якщо вектори співнаправлені або якщо хоча б один з них є нуль-вектором. Розглянемо випадок, коли вектори колінеарні. Маємо:

$\frac{x}{y} = \frac{y}{x} = \frac{x}{2-y} = k; (k \geq 0)$ Звідки: $y = kx, x = ky, 2 - y = kx;$

$y = kx = k^2 y \Rightarrow y(k^2 - 1) = 0 \Rightarrow y = 0,$ або $k = 1$, або $k = -1;$

Якщо $y = 0$, то з $x = ky$ маємо, що і $x = 0$. Але тоді $2 - y = 2 \neq kx = 0$.

Протиріччя.

Якщо $k = 1 \Rightarrow x = y$ маємо: $2 - y = y \Rightarrow y = 1,\ x = 1$.

Розглянемо випадок, коли один з векторів є нуль-вектором. $\vec{b}$ не може бути нуль вектором, бо не існує значень y таких, щоб перша і третя координата перетворювались у нуль одночасно.

$\vec{a} = 0 \Leftrightarrow x = 0, y = 0;$

Відповідь: x = y = 1, або x = y = 0 [2, с. 148].

Вектори можна використовувати не тільки для розв’язання рівнянь, а і для доведення деяких тверджень. Досить широко для розв’язання олімпіадних задач використовується векторно-координатний метод. В основі векторно-координатного методу лежить використання векторів, їхніх координат, операцій над векторами до розв’язання геометричних задач.

При встановленні різних векторних співвідношень часто використовують такі твердження:

Теорема 1

Якщо точка М належить відрізку АВ та АМ:МВ=$\lambda : \mu$, то для довільної точки О справедлива векторна рівність:

$$\overrightarrow{OM} = \frac{\mu}{\lambda + \mu}\overrightarrow{OA} + \frac{\lambda}{\lambda + \mu}\overrightarrow{OB} \quad (5)$$

Теорема 2

Якщо М-точка перетину медіан трикутника АВС, то для довільної точки О справедлива векторна рівність:

$\overrightarrow{OM} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC})$ (6) [2, с. 237].

Під час розв’язання задач векторно-координатним методом використовують операції додавання та віднімання векторів, множення на число вектора, а також скалярний добуток векторів. Для знаходження скалярного добутку використовують формулу (1), або формулу (4). Прирівнявши рівності (1) і (4) , можна знайти формулу знаходження косинуса кута між векторами:

$$\cos\alpha = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|} \quad (7)$$

Для знаходження довжини вектора зручно користуватися такою формулою:

$|\vec{a}| = \sqrt{(\vec{a})^2}$ (8) (вивести її можна прирівнявши формули (1) і (4), підставивши два однакових вектора $\vec{a}$, врахувавши при цьому, що кут між рівними векторами 0°, а отже $\cos\alpha = 1$).

Для розгляду наступної задачі необхідно ввести поняття компланарних векторів. Вектори називаються *компланарними*, якщо вони лежать в одній площині, або в паралельних площинах [1].

Задача № 2. Сума некомпланарних векторів $\vec{a}_1, \vec{a}_2, ...\vec{a}_n$ із спільним початком у точці M_0 дорівнює нуль-вектору. Доведіть, що через точку M_0 не можна провести площину π так, щоб усі вектори $\vec{a}_1, \vec{a}_2, ...\vec{a}_n$ лежали по один бік від площини π.

Розв'язання. Припустимо, що така площина π існує. Нехай $\vec{m}$ – вектор, перпендикулярний до площини π, який, будучи відкладеним від точки M_0, розміститься в тому ж півпросторі від площини π, що й вектори $\vec{a}_1, \vec{a}_2, ...\vec{a}_n$.

За умовою задачі $\vec{a}_1 + \vec{a}_2 + ... + \vec{a}_n = \vec{0}$. Помножимо обидві частини цієї рівності скалярно на $\vec{m}$. Дістанемо: $(\vec{a}_1; \vec{m}) + (\vec{a}_2; \vec{m}) + ... + (\vec{a}_n; \vec{m}) = 0$

Оскільки вектор $\vec{m}$ розташований з векторами $\vec{a}_i (i = 1, 2, ..., n)$ по один бік від площини π, то кути, які утворюються між $\vec{a}_i$ і $\vec{m}$, лежать на проміжку від 0° до 90°, а це означає, що будь-який скалярний добуток більше або дорівнює 0, тому що косинуси кутів є невід'ємними. За умовою $\vec{a}_i (i = 1, 2, ..., n)$ некомпланарні, отже, знайдеться хоча б один $\vec{a}_k$, кут якого з $\vec{m}$ є відмінний від нуля, тому і ліва частинна рівняння більше нуля. Прийшли до протиріччя. Доведено [3, с. 161–165].

Задача № 3. У прямокутному трикутнику катети дорівнюють 12 і 5 см. Знайти відстань між центрами вписаних і описаних кіл (рис. 1).

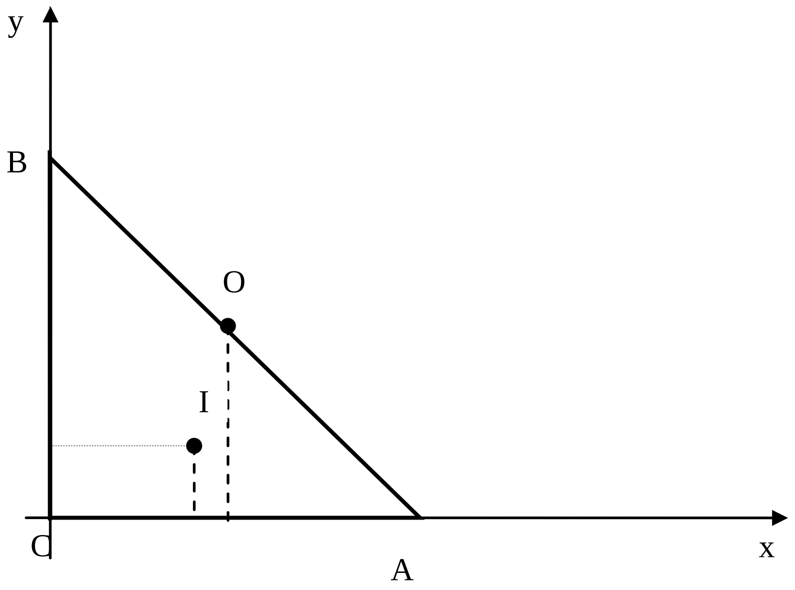


Рис. 1

Розв'язання. Нехай ABC – заданий прямокутний трикутник ($\angle C = 90^{\circ}$). Введемо прямокутну систему координат таким чином, щоб її початок співпав з точкою С. За т. Піфагора маємо, що AB = 13 см. Радіус вписаного кола знаходимо за формулою:

$$r = \frac{S}{p} = \frac{30}{15} = 2$$

Отже, координати центра вписаного кола I (2; 2).

Центр описаного кола лежить посередині гіпотенузи. Координати вершини B (0;5), а вершини A (12; 0). Знайдемо координати точки О.

$O_x = \frac{0+12}{2} = 6$; $O_y = \frac{5+0}{2} = 2{,}5$;

Знайдемо відстань між точками О (6; 2,5) і I (2; 2). Для цього достатньо знайти модуль вектора $\overrightarrow{IO}$.

$\overrightarrow{IO}$=(6-2;2,5-2)=(4;0,25), $|\overrightarrow{IO}| = \sqrt{4^2 + 0{,}25^2} = \sqrt{16{,}25}$ см.

Відповідь: $\sqrt{16{,}25}$ см [2, с. 242].

Отже, вектори досить широко використовуються для розв'язування олімпіадних задач, тому, на нашу думку, ця тема потребує більш детального вивчення на уроках математики у школі.

Література

1. Вектор: определение и основные понятия [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://ru.onlinemschool.com/math/library/vector/vector-definition/
2. Сарана О.А. Математичні олімпіади: просте і складне поруч: Навчальний посібник. Друге видання, доповнене. – Тернопіль : Навчальна книга–Богдан, 2011. – 400 с.
3. Ясінський В.А. Задачі математичних олімпіад та методи їх розв'язування. – Тернопіль : Навчальна книга – Богдан, 2008. – 208 с.

Бойко Богдан,
студент V курсу, спеціальність «Математика та інформатика».
Науковий керівник – ***Таргонський А. Л.,***
кандидат фізико-математичних наук, доцент

КОРОТКІ ВІДОМОСТІ ПРО КВАДРАТИЧНІ ДИФЕРЕНЦІАЛИ

Квадратичні диференціали знайшли широке застосування в дослідженнях з комплексного аналізу, диференціальних та топологічних властивостей відображень та множин та в інших галузях науки.

Розглянемо деякі історичні відомості, що пов'язані із дослідженнями квадратичних диференціалів.

У 1939 році Тейхмюллєр сформулював принцип, що полягає в тому, що розв'язок деяких екстремальних задач геометричної теорії функції зв'язані з деяким квадратичним диференціалом. Якщо в такій задачі передбачається, що фіксована деяка точка, і немає інших обмежень, то квадратичний диференціал буде мати в цій точці простий полюс. Якщо додатково потрібно, щоб функція, що розглядається в задачі, мала в цій точці фіксоване значення перших n похідних (в термінах деякого локального параметру), то в цій точці згадуваний квадратичний диференціал буде мати полюс порядку $n+1$.

Тейхмюллєр прийшов до цього принципу, виділивши те спільне, що було властиве багаточисельним результатам Грьоча, і на основі своїх робіт із квазіконформних відображень. Але він ніде не сформулював явно будь-який спільний результат, що втілює даний принцип.

У 30-х – 60-х роках XX століття переважна кількість розглянутих задач про неперетинні області були такими, яким відповідають квадратичні диференціали з фіксованими полюсами. В 1968 році П.М. Тамразов привернув увагу до дослідження екстремальних задач, полюси відповідних квадратичних диференціалів які не фіксовані, а мають певну "свободу".

Перші задачі з вільними полюсами про неперетинні області були сформульовані і частково розв'язані Г.П. Бахтіною в 1974–1975 рр. Починаючи з 1978 р. В.Н. Дубінін розробив кілька нових потужних методів дослідження, які мають симетризаційну природу, і за їх допомогою розв'язав низку нових екстремальних задач про неперетинні області з вільними полюсами.

Враховуючи все вище сказане, потрібно ввести в розгляд поняття квадратичного диференціалу.

Означення 1 [1]. *Нехай* $\aleph$ - *(орієнтована) ріманова поверхня (відкрита чи замкнута). Говорять, що на* $\aleph$ *визначений квадратичний диференціал, якщо кожному локальному параметру* z *поверхні* $\aleph$ *відповідає деяка функція* $Q(z)$, *мероморфна у відповідному околі і задовольняє наступній умові. Якщо* z^* - *інший локальний параметр для* $\aleph$ *і* $Q^*(z^*)$ - *така сама ж функція для* z^*, *причому околи, відповідних* z *і* z^*, *перетинаються, то в спільних точках цих околів*

$$Q^*(z^*) = Q(z)(\frac{dz}{dz^*})^2.$$

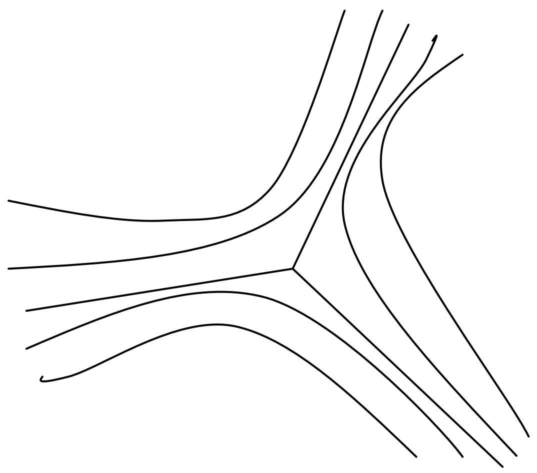
Квадратичні диференціали прийнято позначати символом $Q(z)dz^2$. Точка P поверхні $\aleph$ називається *нулем* або *полюсом порядку* k диференціала $Q(z)dz^2$, якщо для кожного локального параметру z зображується точкою, що має відповідні властивості відносно $Q(z)$. Нулі і полюси $Q(z)dz^2$ називаються *критичними точками* цього квадратичного диференціалу. Нулі і прості полюси називаються *скінченими* критичними точками. Об'єднання всіх таких точок позначають C. Множина всіх полюсів порядку не нижче другого позначають через H.

Так як квадратичні диференціали пов'язані з траєкторіями, то дамо означення траєкторії і наведемо деякі приклади траєкторій.

Означення 2 [1]. *Нехай* $\aleph$ – *ріманова поверхня,* $Q(z)dz^2$ – *квадратичний диференціал, заданий на* $\aleph$. *Максимальна регулярна крива, на якій* $Q(z)dz^2 > 0$, *називається траєкторією диференціалу* $Q(z)dz^2$. $\aleph$. *Максимальна регулярна крива, на якій* $Q(z)dz^2 < 0$, *називається ортогональною траєкторією диференціалу* $Q(z)dz^2$.

Приклади траєкторій

Будова траєкторії поблизу простого нуля зображено на рис. 1, а на рис. 2 – поблизу простого полюса [2].



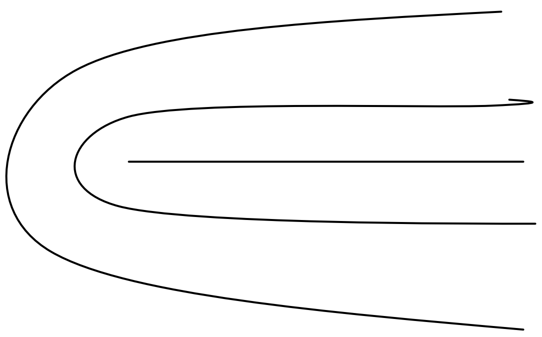


Рис. 1. Поблизу простого нуля *Рис. 2. Поблизу простого полюса.*

Який має вигляд траєкторія поблизу полюса п'ятого порядку зображено на рис. 3 [2].

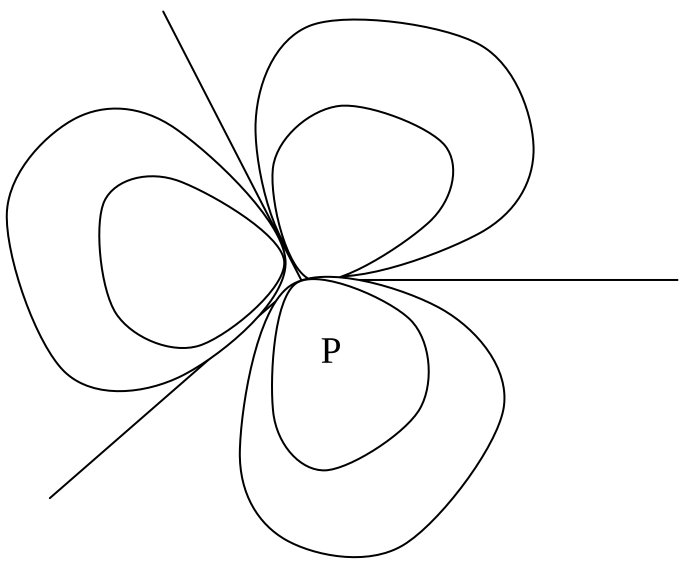


Рис. 3. Поблизу полюса п'ятого порядку

Підбиваючи підсумки, можна сказати наступне: квадратичні диференціали знайшли широке застосування у геометричній теорії функції комплексного змінного, вивчення квадратичних диференціалів є досить актуальним і на даний час. Слід також відмити, що фундаментальні результати, які відносяться до розвитку теорії квадратичних диференціалів належать Шефферу, Грьочу, Дженкінсу, Тейхмюлєру та іншим.

Література

1. Дженкинс Дж. Однолистые функции и конформное отображение/ Дж.Дженкинс [пер. с англ. В.П. Хавина]. – М. : Иностранная литература, 1962. – 266 с.
2. Шокуров В.В. Римановы поверхности и алгебраические крывые / под ред. Сирмай И.А. – М. : ВИНИТИ, 1988. – 171 с.

Маркиш Антоніна,
студентка IV курсу, напрям підготовки «Математика».
Науковий керівник – ***Чемерис О. А.,***
кандидат педагогічних наук, доцент

ГЕОМЕТРІЯ У ВАВИЛОНІ

Наші перші знання про математику прийшли з Єгипту та Вавилону. Обидві країни не виділяли геометрію як окрему гілку математики, але все ж ми маємо приклади античної геометрії, які найбільше спрямовані на знаходження площі та об’єму. Причиною цього є практичні потреби людей того часу, а саме, потреба виміряти площу свого поля або знайти об’єм складу для зберігання зерна [1].

Вклад вавилонян у геометрію великий, вони – перші, хто поділили коло на 360 градусів, хвилини, секунди; досить точно визначили число π (у більш ранніх документах мало значення 3, пізніше 25/8 = 3,125); обчислювали площі круга та правильних многокутників; обчислювали об'єми фігур (куб, паралелепіпед, призма, циліндр і т. д.) тощо.

Також відомо, що вавилонянам було відоме правило, описане в теоремі Піфагора [3]. Про це свідчать глиняні таблички, знайдені археологами: *Susa tablet* (м. Сузи), *Yale tablet YBC 7289* (зберігається у Йельському університеті), *Plimpton 322* (зберігається у Колумбійському університеті), *TellDhibayi tablet* (табличка з Британського музею).

На табличці з Британського музею можна знайти наступне (переклад дослівно):

«4 довжина і 5 діагональ. Яка ширина?
Розмір не відомий.
4 на 4 = 16.
5 на 5 = 25.
Якщо взяти 16 з 25 залишиться 9.
Яке число по скільки я маю взяти щоб отримати 9 ?

3 на 3 = 9.

3 це ширина»

На табличці *Plimpton 322* [2], яка датується 1800-1650 роком до н.е., зазначені Піфагорійські трійки. Найменша трійка, яку тут можна побачити: 45, 60, 75; вона не містить відомих нам зі школи 3, 4, 5 та 5, 12, 13.

Таблиця складається з 4 колонок та 15 рядів. Остання колонка – це числа від 1 до 15. Квадрат числа в третій колонці (c) мінус квадрат числа в другій колонці (b) дають «ідеальний квадрат» (h): $c^2 - b^2 = h^2$. Число в першій колонці рівне значенню $\frac{c^2}{h}$.

Yale tablet датується 2000-1600 роком до н.е. (рис. 1). На ній досить точно розраховано значення $\sqrt{2}$. Перший ряд чисел при переході з 60-ї системи числення до 10 дає значення 1,414212963, коли $\sqrt{2}$ = 1,414213562. Другий ряд чисел – діагональ даного квадрата (30 × [1;24,51,10] = 42;25,35).

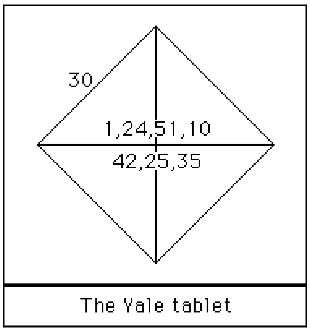


Рис. 1. Yale tablet. Схематичне зображення

Susa tablet була знайдена у 1936 р. у м. Сузи, яке знаходиться за 350 км від Вавилону (рис. 2). На даній табличці описане правило обчислення радіуса кола, яке дотикається до вершин рівнобедреного трикутника. Довжини сторін цього трикутника 50, 50, 60 і для визначення довжини радіуса використовується теорема Піфагора.

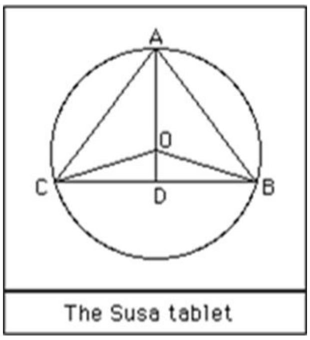


Рис. 2. Susa tablet. Схематичне зображення

Одна з 500 табличок, які були знайдені археологами поблизу Багдада у 1962 році – *TellDhibayi tablet*. Вона описує задачу щодо знаходження довжин сторін прямокутника, коли відомі площа та діагоналі. Для розв'язання даної задачі також використовували теорему Піфагора.

Також на одній з табличок, які були знайдені у Вавилоні, можна знайти спосіб знаходження довжини хорди кола (переклад дослівно):

Довжина кола 60, перпендикуляр 2, знайти довжину хорди.

«Подвоюєш 2 і отримуєш 4

Береш 4 від 20, і маєш 16

Квадрат 16 – 256

Береш 256 від 400 отримуєш 144

Так як квадратний корінь 144 – 12 є довжиною хорди»

Якщо переписати те правило, яке тут записане, у вигляді формули, то матимемо: $x = \sqrt{\left(\frac{c}{3}\right)^2 - \left(\frac{c}{3} - 2P\right)^2}$. Якщо замінити 3 на число π, то одержимо формулу, якою користуються і у наш час.

Інші таблички містять наступне [1]:

•практичний спосіб вимірювання території земельної ділянки в Уммі (Межиріччі);

•геометричні задачі із вказівками щодо знаходження площ, наприклад, квадрат заданого розміру поділений на різні фігури, площу яких потрібно обчислити (поч. 2 тис. до н.е.);

•знаходження об'єму зрізаної піраміди;

•геометричні задачі з малюнками трапецій та трикутників;

•обчислення діаметра кола (царська бібліотека, 17 ст. до н.е.) тощо.

З усього вищесказаного можемо стверджувати, що вавилоняни були добре обізнані в геометрії. І хоча вони не користувалися певними формулами, проте вміли формулювати практичні правила, які давали змогу знайти потрібну величину.

Література

1. Allen G.D. History of Mathematics, [Електронний ресурс]. – Режим доступу до ресурсу: http://www.math.tamu.edu/%7Edallen/masters/hist_frame.htm.

2. Bruins E.M, OnPlimpton 322. Pythagoreannumbersin Babylonian mathematics, Neder l. Akad. Wetensch, Proc. 52 (1949), 629-632.

3. O'Connor J.J., Robertson E.F. Pythagoras's theoremin Babylonian mathematics [Електронний ресурс] / Mac Tutor History of Mathematics, December

2000. – Режим доступу до ресурсу: http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/ HistTopics/Babylonian_Pythagoras.html

Мартинюк Тетяна,
студентка V курсу, спеціальність „Математика та інформатика”.
Науковий керівник – ***Чемерис О. А.****,*
кандидат педагогічних наук, доцент

АЛГОРИТМІЧНЙ ПІДХІД У РІЗНИХ РОЗДІЛАХ ГЕОМЕТРІЇ

Сучасний рівень розвитку науки і техніки, комп'ютеризація суспільства, інноваційні технології ставлять нові вимоги до умінь і навичок, які потрібні для розкриття сутності та властивостей певних об’єктів, а також для розв’язання конкретних задач. На сьогоденному етапі розвитку суспільства існує гостра потреба в інформаційних технологій, в яких важливу роль відіграє наявність алгоритмічної культури у людей. Звичка користуватися алгоритмами на практиці стає вимогою часу.

Алгоритмом можна назвати певну чітко визначену послідовність вказівок, інструкції, а також правил виконання певних дій, що призводять до досягнення мети. За даними електронного наукового фахового видання "Програмування на мові С++" алгоритм являє собою певну інструкцію для виконавця, яку можна задати різними способами: словами, формулами, послідовністю обчислюваних операцій чи логічних дій тощо [1].

Під час розв'язування математичних задач, зокрема геометричних, розвивається логічне мислення, яке сприяє формуванню навичок побудови алгоритмів, тобто розвивається здатність алгоритмічно мислити. Під *здатністю алгоритмічно мислити* розуміється вміння розв’язувати завдання різного походження, що вимагають складання плану дій для досягнення бажаного результату. Алгоритмічне мислення, поряд з алгебраїчним і геометричним, є необхідною частиною наукового погляду на світ.

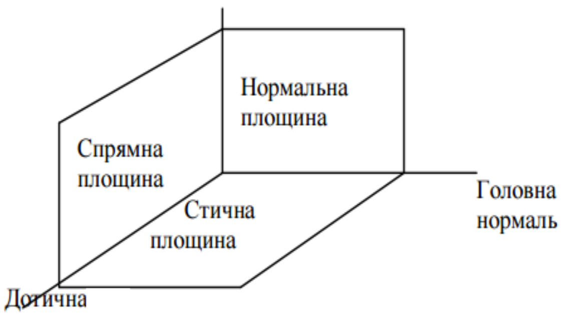


Рис.1 Тригранник Френе

Наявність алгоритмічного підходу можна спостерігати в різних розділах геометрії. Наприклад: в диференціальній геометрії існує алгоритм для знаходження елементів тригранника Френе (рис.1). Елементами даного об’єкту є три взаємно перпендикулярні вектори (дотична, головна нормаль та бінормаль) та площини (нормальна, стична та спрямна), для яких дані вектори є перпендикулярними. Для того щоб знайти елементи тригранника Френе, потрібно знайти у заданому порядку: першу та другу похідні від вектор-функції → записати напрямний вектор дотичної → обчислити напрямні вектори бінормалі та головної нормалі → записати рівняння дотичної та рівняння нормальної площини → записати рівняння бінормалі та рівняння стичної площини → записати вектор головної нормалі та рівняння спрямної площини. За описаним алгоритмом буде знайдено всі елементи тригранника Френе. Це не єдиний приклад з даного розділу геометрії, аналогічно ми працюємо послідовно обчислюючи кривину та скрут для просторової кривої, характеристики застосування першої та другої квадратичних форм тощо.

Наведемо приклад наявності алгоритмічного підходу в аналітичній геометрії. Якщо брати за приклад зведення загального рівняння ліній другого порядку до канонічного вигляну, то алгоритм до задач такого типу наводить Чемерис О.А. у статті "Методика алгоритмізації навчання аналітичної геометрії". Автором розглянуто наступний алгоритм зведення рівняння лінії другого порядку $a_{11}x^2 + 2a_{12}xy + a_{22}y^2 + 2a_{13}x + 2a_{23}y + a_{33} = 0$ до канонічного вигляду:

1) складемо характеристичне рівняння лінії: $\begin{vmatrix} a_{11} - \lambda & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} - \lambda \end{vmatrix} = 0$ і знайдемо його розв’язки λ_1, λ_2;

2) знайдемо кут повороту системи координат за формулами:

$$tg\alpha = \frac{\lambda_1 - a_{11}}{a_{12}},\ \cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + tg^2\alpha}},\ \sin\alpha = \frac{tg\alpha}{\sqrt{1 + tg^2\alpha}};$$

3) запишемо формули повороту системи координат: $\begin{array}{l} x = x'\cos\alpha - y'\sin\alpha, \\ y = x'\sin\alpha + y'\cos\alpha \end{array}$

і, підставивши їх у відповідне рівняння лінії, знайдемо коефіцієнти a'_{13}, a'_{23}, беручи до уваги, що коефіцієнти при квадратах змінних дорівнюють λ_1, λ_2, а коефіцієнт при добутку $x'y'$ дорівнює 0. Запишемо рівняння лінії в новій системі координат:

$$\lambda_1 (x')^2 + \lambda_2 (y')^2 + 2a'_{13}x' + 2a'_{23}y' + a_{33} = 0;$$

4) паралельним перенесенням системи координат одержимо канонічне рівняння лінії [2].

Таких прикладів використання алгоритмів в інших розділах геометрії можна навести чимало. Практика показує, що під час розв'язування задач алгоритмічний підхід допомагає досить швидко знайти послідовність для конкретних задач, а також успішно його реалізувати.

Щодо подання теоретичного матеріалу, то майже у всіх підручниках та навчальних посібниках інформація подається за законом "від простого до складного", що систематизує знання та полегшує сприймання, впорядкованість і чіткість інформації. Таким чином, і під час подання теоретичного матеріалу користуються алгоритмічним підходом.

Отже, застосованість алгоритмічного підходу в конкретних ситуаціях систематизує знання й розвиває логічне та алгоритмічне мислення, адже людині, що не вміє планувати та критично міркувати, важко дати чітку і зрозумілу інструкцію без розбиття її на окремі прості команди. Саме така інструкція легше сприймається і запам'ятовується. Правильне навчання алгоритмам не зводиться до їх заучування, а припускає самостійне відкриття та побудову алгоритмів, а це є творчий процес.

Література

1. Поняття алгоритму [Електронний ресурс] : за даними електронного наукового фахового видання "Програмування на мові C++". – Режим доступу: http://cpp.dp.ua/lectures/osnovn-ponyattya-algoritmzacyi/112-ponyattya algoritmu.html

2. Чемерис О. А. Методика алгоритмізації навчання аналітичної геометрії / Ольга Анатоліївна Чемерис // Вісник Житомирського державного університету імені Івана Франка. – 2011. – № 59. – С. 107–112.

Степанчук Юлія,
студентка V курсу, спеціальність «Математика та інформатика».
Науковий керівник – ***Чемерис О. А.****,*
кандидат педагогічних наук, доцент

МЕТОД ЛОБАЧЕВСЬКОГО У РОЗВ’ЯЗУВАННІ АЛГЕБРАЇЧНИХ РІВНЯНЬ

Розв’язуючи практичні задачі, часто дістають рівняння з коефіцієнтами, які є наближеними числами. Тоді постановка задачі щодо знаходження точних коренів не має змісту, і тому важливого значення набувають наближені методи знаходження коренів рівняння з достатньою для практики точністю. Існує багато методів наближеного розв’язування алгебраїчних рівнянь вигляду $f(x) = 0$. Навчитися швидко та безпомилково знаходити корені рівняння з будь-якою точністю можна за допомогою методу Горнера, Ньютона-Фур'є (метод дотичних), Лагранжа, простої ітерації (повторення), лінійної інтерполяції (метод хорд) тощо.

Знаходження наближених коренів рівняння $f(x) = 0$ складається з двох етапів: 1) відокремлення коренів, тобто знаходження досить малих відрізків, на кожному з яких міститься один і тільки один корінь рівняння; 2) обчислення коренів з наперед заданою точністю. Перший етап складніший за другий, оскільки для загального випадку немає досить ефективних методів відокремлення коренів [3].

Розглянемо метод, який не вимагає попереднього відокремлення коренів. Запропонований він був у 1834 р. М.І. Лобачевським. Ідея цього способу полягає у складанні рівняння $f_1(x) = 0$, корені якого є квадратами коренів початкового рівняння $f(x) = 0$. Потім будують рівняння $f_2(x) = 0$, коренями якого є квадрати коренів рівняння $f_1(x) = 0$. Повторюючи цей процес декілька раз, отримують рівняння з відділеними коренями, які легко знаходяться.

Метод Лобачевського в подальшому вдосконалився Ж. Данделеном та К. Греффе, і тому в історико-математичній літературі його часто пов'язують з іменами цих видатних математиків.

У 1836 р. Берлінська Академія Наук оголосила конкурс на знаходження зручного способу визначення комплексних коренів, і відповіддю на цей конкурс з'явилася робота швейцарського професора К. Греффе (1837 р.), яка присвячувалась чисельному розв'язуванню рівнянь методом піднесення коренів до квадрату. Суттєво вдосконалив даний метод німецький астроном Й. Енке (1841 р.). Причому перші винахідники цього методу – Лобачевський і Данделен – були забуті. Навіть на своїй батьківщині спосіб Лобачевського залишався протягом тривалого часу непоміченим. Лише в курсі Уіттекера і Робінсона в Лондоні у 1924 р. були вказані очевидні права Данделена та Лобачевського на першість у винаході даного методу [1].

Користуючись методом Лобачевського, можна зустрітися з декількома випадками: рівняння має різні за абсолютною величиною дійсні корені, рівняння має близькі чи рівні за абсолютною величиною дійсні корені, рівняння має комплексні корені.

Розглянемо лише перший випадок, коли алгебраїчне рівняння має різні за абсолютною величиною дійсні корені.

Нехай дано рівняння $a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n = 0$ (1), корені якого дійсні та рівні за модулем. Розташуємо їх у порядку зменшення модулів $|x_1| > |x_2| > \dots |x_n|$. Таким чином, $\begin{cases} x_2 = \varepsilon_1 x_1 \\ x_3 = \varepsilon_2 x_2 \\ \dots \\ x_n = \varepsilon_n x_n \end{cases}$, де $|\varepsilon_k| < \varepsilon$ (2). Надалі такі корені будемо називати відділеними.

За формулами Вієта:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + \dots + x_n = -\dfrac{a_1}{a_0}, \\ x_1x_2 + x_1x_3 + \dots + x_{n-1}x_n = \dfrac{a_2}{a_0}, \\ \dots \\ x_1x_2\dots x_n = (-1)^n\dfrac{a_n}{a_0}, \end{cases} \begin{cases} x_1(1 + \dfrac{x_2}{x_1} + \dots + \dfrac{x_n}{x_1}) = -\dfrac{a_1}{a_0}, \\ x_1x_2(1 + \dfrac{x_1x_3}{x_1x_2} + \dots + \dfrac{x_{n-1}x_n}{x_1x_2}) = \dfrac{a_2}{a_0}, \\ \dots \\ x_1x_2\dots x_n = (-1)^n\dfrac{a_n}{a_0}, \end{cases}$$

Враховуючи (2), будемо мати наближені співвідношення: $\begin{cases} x_1 \approx -\frac{a_1}{a_0}, \\ x_1x_2 \approx \frac{a_2}{a_0}, \\ \dots \\ x_1x_2\dots x_n \approx (-1)^n\frac{a_n}{a_0}. \end{cases}$. Звідси знаходимо шукані корені: $\begin{cases} x_1 \approx -\frac{a_1}{a_0}, \\ x_2 \approx \frac{a_2}{a_0}, \\ \dots \\ x_n \approx (-1)^n\frac{a_n}{a_0}. \end{cases}$.

Іншими словами, якщо корені рівняння (1) відділені, то вони приблизно визначаються з ланцюга лінійних рівнянь $\begin{cases} a_0x_1 = -a_1 \\ a_1x_2 = -a_2 \\ \dots \\ a_{n-1}x_n = -a_n \end{cases}$.

Щоб досягти відділення коренів, виходячи з рівняння (1), складають рівняння $b_0y^n + b_1y^{n-1} + \dots + b_n = 0$, коренями якого є числа:

$$y_k = -x_k^{2^p} \, (k = \overline{1,n}) \text{ [2]}.$$

Якщо початкове рівняння мало тільки різні за абсолютною величиною дійсні корені, то, застосовуючи достатню кількість раз процес квадрування, отримаємо нове рівняння, корені якого задовольняють умові (2). Таким чином, ми можемо знайти корені останнього рівняння, а потім і корені початкового рівняння.

Викладемо процес квадрування. Запишемо рівняння (1) у вигляді:

$a_0(x - x_1)(x - x_2)\dots(x - x_n) = 0.$

Рівняння, корені якого протилежні кореням рівняння (1), буде мати вид: $a_0(x + x_1)(x + x_2)\dots(x + x_n) = 0$. Перемноживши ці два рівняння, отримаємо:

$$a_0^2(x^2 - x_1^2)(x^2 - x_2^2)\dots(x^2 - x_n^2) = 0;$$

$$a_0^2 x^{2n} - (a_1^2 - 2a_0a_2)x^{2n-2} + (a_2^2 - 2a_1a_3 + 2a_0a_4)x^{2n-4} + \dots + (-1)^n a_n^2 = 0.$$

Після заміни $y = -x^2$ рівняння буде мати вид:

$$a_0^2 y^n + (a_1^2 - 2a_0a_2)y^{n-1} + (a_2^2 - 2a_1a_3 + 2a_0a_4)y^{n-2} + \dots + a_n^2 = 0,$$

причому $b_0 = a_0^2$, $b_1 = a_1^2 - 2a_0a_2$, $b_2 = a_2^2 - 2a_1a_3 + 2a_0a_4$ і т. д.

Таким чином, коефіцієнт b_k дорівнює квадрату відповідного коефіцієнта a_k, мінус подвійний добуток сусідніх з a_k симетрично розміщених коефіцієнтів, плюс подвоєний добуток двох наступних за ними симетрично розміщених коефіцієнтів і т. д., доки не прийдемо до a_0 або a_n.

Зауважимо, що процес квадрування коренів слід припинити тоді, коли коефіцієнти деякого перетвореного рівняння в межах точності підрахунків дорівнюють квадратам відповідних коефіцієнтів наступного перетвореного рівняння за рахунок відсутності подвійних множників. Тоді корені $y_1, y_2, \dots y_n$ є відділеними. Їх можна визначити з ланцюга рівнянь:

$$b_0y_1 + b_1 = 0,\ b_1y_2 + b_2 = 0,\ \dots,\ b_{n-1}y_n + b_n = 0.$$

Звідси отримуємо: $|x_k| = 2^p\sqrt{-y_k} = 2^p\sqrt{\frac{b_k}{b_{k-1}}}\,(k = 1,2,\dots,n)$.

Знаки коренів x_k визначаються за правилом Декарта: число додатних коренів рівняння $f(x) = 0$ дорівнює або на парне число менше кількості змін знаків у послідовності його коефіцієнтів.

Розв'яжемо, як приклад, рівняння

$$x^5 - 2x^4 - 20x^3 + 20x^2 + 16x - 1 = 0.$$

1. Складемо наступну таблицю:

p	2^p	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
		a_0^2	$a_1^2 - 2a_0a_2$	$a_2^2 - 2a_1a_3 + 2a_0a_4$	$a_3^2 - 2a_2a_4 +$ $+2a_1a_5$	$a_4^2 - 2a_3a_5$	a_5^2
		1	-2	-20	20	16	-1
			4+40	$4\cdot10^2 + 0{,}8\cdot10^2 +$ $+0{,}32\cdot10^2$	$4\cdot10^2 + 6{,}4\cdot10^2 +$ $+0{,}04\cdot10^2$	$2{,}56\cdot10^2 + 0{,}4\cdot10^2$	
1	2	1	44	$5{,}12\cdot10^2$	$1{,}044\cdot10^3$	$2{,}96\cdot10^2$	1
			$1{,}936\cdot10^3 - 1{,}024\cdot10^3$	$2{,}62144\cdot10^5 -$ $-0{,}91872\cdot10^5 +$ $+0{,}00592\cdot10^5$	$1{,}08994\cdot10^6 -$ $-0{,}30310\cdot10^6$ $+0{,}00009\cdot10^6$	$8{,}7616\cdot10^4 -$ $-0{,}2088\cdot10^4$	
2	4	1	$9{,}12\cdot10^2$	$1{,}70864\cdot10^5$	$7{,}8692\cdot10^5$	$8{,}5528\cdot10^4$	1

			$8{,}31744{\cdot}10^{5}$ – $-3{,}41728{\cdot}10^{5}$	$2{,}91945{\cdot}10^{10}$ – $-0{,}14353{\cdot}10^{10}$ $+0{,}00002{\cdot}10^{10}$	$6{,}19243{\cdot}10^{11}$ – $-0{,}29227{\cdot}10^{11}+0$	$7{,}31504{\cdot}10^{9}$ – $-0{,}00157{\cdot}10^{9}$	
3	8	1	$4{,}90016{\cdot}10^{5}$	$2{,}77593{\cdot}10^{10}$	$5{,}90016{\cdot}10^{11}$	$7{,}31347{\cdot}10^{9}$	1
			$2{,}40116{\cdot}10^{11}$ – $-0{,}55519{\cdot}10^{11}$	$7{,}70581{\cdot}10^{20}$ – $-0{,}00578{\cdot}10^{20}+0$	$3{,}48119{\cdot}10^{23}$ – $-0{,}00406{\cdot}10^{23}$	$5{,}34868{\cdot}10^{19}-0$	
4	16	1	$1{,}84597{\cdot}10^{11}$	$7{,}70003{\cdot}10^{20}$	$3{,}47713{\cdot}10^{23}$	$5{,}34868{\cdot}10^{19}$	1
			$3{,}40761{\cdot}10^{22}$ – $-0{,}154{\cdot}10^{22}$	$5{,}92904{\cdot}10^{41}$ -0	$1{,}20904{\cdot}10^{47}-0$		
5	32	1	$3{,}2536{\cdot}10^{22}$	$5{,}92904{\cdot}10^{41}$	$1{,}20904{\cdot}10^{47}$	$2{,}860835{\cdot}10^{39}$	1
			$1{,}05859{\cdot}10^{45}$ - $-0{,}00118{\cdot}10^{45}$				
6	64	1	$1{,}05741{\cdot}10^{45}$	$3{,}51535{\cdot}10^{83}$	$1{,}46178{\cdot}10^{94}$	$8{,}18438{\cdot}10^{78}$	1
			$1{,}11812{\cdot}10^{90}-0$				
7	128	1	$1{,}11812{\cdot}10^{90}$	$1{,}23577{\cdot}10^{167}$	$2{,}1368{\cdot}10^{188}$	$6{,}69841{\cdot}10^{157}$	1

2. Зупинившись на 64-ому степені коренів, будемо мати наступні ланцюги лінійних рівнянь: $-x_1^{64} + 1{,}05741{\cdot}10^{45} = 0,$

$$-1{,}05741{\cdot}10^{45}x_2^{64} + 3{,}51535{\cdot}10^{83} = 0,$$
$$-3{,}51535{\cdot}10^{83}x_3^{64} + 1{,}46178{\cdot}10^{94} = 0,$$
$$-1{,}46178{\cdot}10^{94}x_4^{64} + 8{,}18428{\cdot}10^{78} = 0,$$
$$-8{,}18428{\cdot}10^{78}x_5^{64} + 1 = 0.$$

3. Звідси отримаємо:

$$x_1 = \pm\sqrt[64]{1{,}05741{\cdot}10^{45}},\ x_2 = \pm\sqrt[64]{\frac{3{,}51535}{1{,}05741}{\cdot}10^{38}},\ x_3 = \sqrt[64]{\frac{1{,}46178}{3{,}51535}{\cdot}10^{11}},$$
$$x_4 = \pm\sqrt[64]{\frac{8{,}18428}{1{,}46178}{\cdot}10^{-16}},\ x_5 = \pm\sqrt[64]{\frac{1}{8{,}18428}{\cdot}10^{-78}}.$$

4. Прологарифмуємо отримані вирази:

$$lg|x_1| = \frac{1}{64}\lg(1{,}05741{\cdot}10^{45}) = 0{,}70351,\ x_1 = \pm 5{,}05254;$$
$$lg|x_2| = \frac{1}{64}\lg\left(\frac{3{,}51535}{1{,}05741}{\cdot}10^{38}\right) = 0{,}60190,\ x_2 = \pm 3{,}99854;$$
$$lg|x_3| = \frac{1}{64}\lg\left(\frac{1{,}46178}{3{,}51535}{\cdot}10^{11}\right) = 0{,}16592,\ x_3 = \pm 1{,}46528;$$
$$lg|x_4| = \frac{1}{64}\lg\left(\frac{8{,}18428}{1{,}46178}{\cdot}10^{-16}\right) = -0{,}23831,\ x_4 = \pm 0{,}57768;$$

$$lg|x_5| = \frac{1}{64}\lg\left(\frac{1}{8{,}18428}\cdot 10^{-78}\right) = -123302,\ x_5 = \pm 0{,}05848.$$

За правилом Декарта рівняння має три додатних і два від'ємних корені,причому $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 2$. Отже, $x_1 = 5{,}05254$, $x_2 = -3{,}99854$; $x_3 = 1{,}46528$; $x_4 = -0{,}57768$; $x_5 = 0{,}05848$.

Таким чином, переваги методу Лобачевського розв'язування алгебраїчних рівнянь полягають у тому, що, по-перше, він не потребує попереднього відокремлення коренів; по-друге, дає нам усі комплексні та дійсні корені, причому з досить високою точністю.

Література

1. Беланов А.А. Решение алгебраических уравнений методом Лобачевского. – М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989. – 96 с.
2. Тесленко І.Ф. Метод Лобачевського розв'язування алгебраїчних рівнянь / І.Ф. Тесленко, О.М. Костовський. – К. : Радянська школа, 1956. – 71 с.
3. Юшкевич А.П. «Алгебра, или вычисление конечных» Н.И. Лобачевского / А.П. Юшкевич, И.Г. Башмакова // Историко-математические исследования. – М.-Л., 1949. – Вып. 2. – С. 72-128.

Стеценко Ірина,
студентка V курсу, спеціальність „Математика та інформатика”.
Науковий керівник – ***Чемерис О. А.****,*
кандидат педагогічних наук, доцент

АНАЛІТИЧНІ ПОВЕРХНІ В АРХІТЕКТУРІ БУДІВЕЛЬ

Однією із важливих задач теорії поверхонь і координатних сіток є задача аналітичного опису поверхонь, віднесених до ліній кривини. *Поверхня* в математиці, особливо в топології, це двовимірний топологічний многовид. Найвідомішими прикладами є ті, які виникають як границі (межі) тіл у звичайному тривимірному евклідовому просторі R^3. Наприклад, сфера – це поверхня кулі. З іншого боку, є поверхні, такі як пляшка Клейна, які не можуть бути вкладеними в тривимірний евклідів простір без особливостей або самоперетинів.

Класифікація поверхонь необхідна для того, щоб спростити їх вивчення, виділивши певні групи, що володіють однаковими базовими геометричними властивостями.

Математика та архітектура взаємопов'язані. Для проектування будівель використовується геометрія: для визначення просторових форм;

для створення гармонічних образів; для планування будівель та їх дизайнерського оформлення згідно математичним, естетичним і трохи релігійним принципам.

Поверхні для архітектури відіграють складну композиційну роль. Ми спостерігаємо застосування кольору для бачення картинки на поверхні. Декоративні компоненти проекту, як елемент архітектурного задуму або характеристика житла за рахунок використання екологічних будівельних матеріалів, вказують на природу якості поверхні, що не потребує наступної обробки.

Найбільшою популярністю у архітекторів та інженерів користуються споруди й вироби у формі поверхонь обертання та лінійчастих, зокрема, циліндричних, конічних, а також парасолеподібних поверхонь. Деякі класи поверхонь представлені в реальних спорудах тільки їх найпростішими формами.

У даний час описані понад 550 поверхонь. Проілюструємо застосування деяких аналітичних поверхонь у формах реальних будівельних конструкцій, будинків і споруд.

Розглянемо поверхні обертання. Вони утворюються при обертанні навколо прямої (осі обертання) довільної лінії (твірної). Одна й та сама поверхня може бути отримана обертанням різних кривих. Найбільш широко застосованою є сферична. Сфера утворюється обертанням кола відносно будь-якого діаметра. Сферичні купола зводилися ще в давнину, зокрема, добре зберігся купол-ротонди Пантеону в Римі. Зацікавленість ними зросла одночасно з будівництвом залізобетонних напівсферичних куполів планетаріїв.

Наступною поверхнею серед найбільш застосованих є параболоїд обертання (утворюється обертанням параболи навколо своєї осі). Його можна бачити в обрисах глиняних куполів в Африці, будівлях зі снігу у народів Півночі, залізобетонного даху Московського планетарію (рис. 1), планетарію в Бохумі тощо.

а б

Рис.1. Параболічний залізобетонний купол Московського планетарію

Еліпсоїд обертання також є популярним у використанні архітекторами (отримується завдяки обертанню еліпса навколо однієї з його осей). Він використовувався для формоутворення сталевого купола над стадіоном у м. Сан-Паулу, Бразилія; спортзалу в м. Атланта, США, (див. рис. 2), також еліптичний купол застосували для атомного центру (м. Мюнхен, Німеччина).

Рис.2. Спортзал в м. Атланта, США, 1957 р.

Однопорожнинний гіперболоїд обертання можна отримати обертанням гіперболи навколо уявної осі або прямої навколо іншої мимобіжної прямої. Можливість лінійного утворення поверхні має велике практичне значення, що дозволяє оптимально розміщувати арматуру в залізобетонних корпусах. Особливості геометрії гіперболічних поверхонь дозволяють широко використовувати їх в будівельній практиці. Осередком застосування таких форм є промислове будівництво, але є приклади і цивільнихспоруд.

При вивченні геометрії важливе місце займає застосування наочностей, демонстрацій для підтвердження теорії на практиці. Дана тема є корисною при вивченні курсу як аналітичноїгеометрії, так і геометрії в цілому, а також для удосконалення знань із прикладного программного забезпечення, яке реалізовує розв'язання проблемних питань з математики та створення найоптимальнішого засобу наочностей при вивченні геометрії.

Досліджувана систематизація дозволяє групувати поверхні за типами, згідно якої, наприклад, полегшується архітектурна та акустична складова вибору відбиваючих поверхонь для дифузного розподілу звукової енергії в залах. Інші приклади наведено в дипломній роботі.

Література

1. Золотова А.В. Дискретна кускова інтерполяція точок при формуванні поверхонь в архітектурі / дис. … кандидата технічних наук : 05.01.01 / Золотова Алла Василівна. – К. : КНУБА, 2015. – 142 с.
2. Кривошапко С.Н. Архитектурно-строительные конструкции / С. Кривошапко, В. Галишникова – М. : Юрайт, 2016. – 476 с.

Ващенко Катерина
студентка VI курсу, спеціальність Математика».
Науковий керівник – ***Погоруй А. О.,***
доктор фізико-математичних наук, доцент

ГЕОМЕТРИЧНІ ВЛАСТИВОСТІ ЧОТИРИВИМІРНИХ ГІПЕРКОМПЛЕКСНИХ СИСТЕМ

Бог створив натуральні числа, а все інше — справа рук людських.
Леопольд Кронекер

У математиці давно відомі і добре вивчені системи комплексних чисел, які досить широко застосовуються і є корисними не тільки в математиці, а й в усіх галузях сучасної науки.

На початку 19 століття математики поставили проблему узагальнення комплексних чисел на тривимірний випадок за аналогією, як із одновимірних дійсних чисел було отримано двовимірні комплексні. Довгий час не вдавалось це зробити і тільки у 1843 р. Вільям Гамільтон здійснив прорив у цьому напрямку – минаючи трьохкомпонентні числові системи, він відкрив чотиривимірний аналог комплексних чисел, які за кількістю дійсних компонент отримали назву кватерніони. Це відкриття стимулювало Гамільтона і інших математиків на відкриття нових багатовимірних гіперкомплексних систем і, згодом, були відкриті бікомплексні алгебри, антикватерніони, числа Келі тощо.

Враховуючи революційне значення комплексного аналізу, спочатку на багатовимірні числові системи покладались великі надії, але на той час ні рівень розвитку математики, ні її можливі застосування не потребували широкого використання таких систем і згодом інтерес до них спав. Все ж, ці системи дали поштовх для розвитку абстрактної теорії алгебр, наприклад, алгебри Кліфорда, для якої вони були лише частинним випадком. Не можна стверджувати, що інтерес до гіперкомплексних чисел зовсім зник, але інтенсивність досліджень таких систем протягом першої половини 20-го століття значно знизилась.

Очевидно, новим поштовхом для вивчення гіперкомплексних алгебр стало відкриття того, що повороти у тривимірному просторі описуються за допомогою кватерніонів і робиться це значно простіше ніж, наприклад, з використанням кутів Ейлера. Враховуючи важливість застосувань, наприклад, у космічній техніці при стикуванні літальних апаратів, де комп’ютер має здійснювати значний об’єм обчислень для регулювання положення цих апаратів, використання кватерніонів має вирішальне значення. Кокватерніони (інша назва антикватерніони) в свою чергу описують повороти у псевдоевклідовому просторі і тісно пов’язані з перетвореннями Лоренца, що, як відомо, є ключовими у спеціальній теорії відносності.

Широке застосування знайшли бікомплексні числа у фізиці, навігації та інших, здавалось, далеких від математики сферах. За допомогою гіперкомплексних числових систем у математиці здійснюються вирішення нових проблем і переосмислення тих результатів, які були отримані іншими методами.

Тому я вважаю, що розгляд основних геометричних властивостей, зокрема, кватерніонів є досить важливим і актуальним.

Поняття кватерніонів та їх найпростіші властивості

Кватерніоном називається гіперкомплексне число, яке має 4 уявні одиниці. Компоненти при уявних одиницях обираються із алгебр, які є полями [2].

Формула Гамільтона $ijk = -1$ дає таблицю множення кватерніонів [1].

*Таблиця 1.*Таблиця множення кватерніонів [2]

	1	i	j	K
1	1	i	j	K
i	I	-1	k	-j
j	J	-k	-1	I
k	K	j	-i	-1

Отже, кватерніон – це вектор чотиривимірного дійсного простору з базисом 1, i, j, k (які називаються базисними кватерніонами): $a + bi + cj + dk$. Число a називають дійсною частиною (скаляром), а тривимірний вектор $v = bi + cj + dk$ – уявною частиною кватерніона. Слово «вектор» з'явилось саме в цій теорії. За часів Гамільтона векторів не було, так що йому довелось вигадувати всю термінологію.

«Числа» $1, i, j, k$ називають базисними кватерніонами [1].

Для наших цілей більш зручною є «гіперкомплексна» форма запису кватерніонів. Нехай символи i, j, k– одиничні вектори, які утворюють фіксований (один і той самий для всіх кватерніонів) ортонормований базис в трьохвимірному просторі. Тоді кватерніони можна представити у вигляді «суми скаляра і вектора»

$$Q = q_0 + q_1 i + q_2 j + q_3 k = q_0 + \vec{q},$$

де $\vec{q}$ – вектор з координатами $q_\mu (\mu = 1,2,3)$ у базисі i, j, k. Відповідно будемо називати q_0скалярною частиною (скаляром) кватерніона Q, а $\vec{q}$ – його векторною частиною (вектором).

Основні властивості кватерніонів:

1. $\lambda Q = Q\lambda = \lambda q_0 + \lambda\vec{q},\ \lambda \in \mathbb{R}$
2. $P + Q = (p_0 + q_0) + (\vec{p} + \vec{q})$
3. $P \cdot Q = (p_0 + \vec{p})(q_0 + \vec{q}) = p_0 q_0 - (\vec{p}\vec{q}) + p_0\vec{q} + q_0\vec{p} + [\vec{p} \times \vec{q}].$

Тут $(\vec{p}\vec{q})$ – скалярний добуток векторів, $[\vec{p} \times \vec{q}]$ – векторний добуток. Оскільки векторний добуток векторів не комутативний, то і добуток кватерніонів є некомутативною операцією.

4. Нехай $Q = q_0 + \vec{q}$. Кватерніон $Q = q_0 - \vec{q}$ називають (кватерніонно) спряженим до Q.

Очевидно, що

$$\bar{\bar{Q}} = Q, \overline{(PQ)} = \bar{P} \cdot \bar{Q}$$

5. Добуток кватерніона на спряжений до нього – завжди невід'ємнийскаляр

$$Q\bar{Q} = \bar{Q}Q = (q_0 + \vec{q})(q_0 - \vec{q}) = q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 \geq 0,$$

який називають квадратом модуля кватерніона. Таким чином, модуль кватерніона визначається як

$$|Q| = \sqrt{Q\bar{Q}} = \sqrt{q_0^2 + |\vec{q}|^2} = \sqrt{q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2}.$$

6. Операція ділення для кватерніонів визначається як добуток на обернений кватерніон.

Таким чином, у роботі описано базові властивості алгебри кватерніонів та розкрито важливість вивчення і дослідження гіперкомплексних числових систем.

Література

1. Арнольд В.И. Геометрия комплексних чисел, кватернионов и спинов. – М. : Издательство московського центра непрерывного математического образования, 2002. – 40 с.

2. Каратаев Е.А. Кватернионы и трехмерные повороты. Практический поход. – М. : Апрель, 2000. – 32 с.

Тіторенко Ольга,
студентка ІІІ курсу, напряму підготовки «Математика»
Науковий керівник ***– Сверчевська І. А.,***
кандидат педагогічних наук, доцент

МАТЕМАТИКА В ШАХАХ

Постановка проблеми. Математичні ігри та головоломки – це одна з найцікавіших галузей математики. В наш час існує дуже багато різноманітних головоломок, які цікаві як дітям, так і дорослим. Вирішуючи математичні нестандартні завдання, люди відчувають радість прилучення до творчого мислення, інтуїтивно відчувають красу і велич математики.

Математика не завжди є улюбленим уроком учнів, а головоломки, математичні ігри, зокрема шахи, дають можливість зацікавити дітей, так як майже у всіх сучасних іграх та головоломках є математичні закономірності.

Метою статті є дослідження математики в шахах.

Аналіз досліджень і публікацій: дослідженням цього питання займались багато науковців, зокрема, Л. Окунев «Комбінаторика на шаховій дошці», Е. Я. Гік «Математика на шаховій дошці», «Шахи. Математика. Комп’ютери», та інші. Серед зарубіжних авторів перш за все слід згадати бельгійського популяризатора математики М. Крайчик. У його роботах шахової математики приділено багато уваги, особливо в книзі «Математичні ігри та розваги».

Виклад основного матеріалу. У шахів та математики багато спільного. Форма мислення шахіста та математика схожі, тому часто здібності в математиці поєднуються зі здібностями в шахах. Доказом цього є відомі шахісти, які цікавились математикою, такі як В. Стейніц (перший чемпіон світу з шахів), його наступник Е. Ласкер (другий чемпіон світу з шахів), та багато інших.

В шахи грають за певними правилами (законами), без них гра втрачає сенс, так само і в математиці, цими законами є аксіоми. Розв'язання шахової задачі так само незаперечно, як доведення математичної теореми: вся шахова гра цілком вкладається в рамки математики, що являє собою один з видів так званих числень.

Відомий американський математик Клод Шеннон обчислив мінімальну кількість партій, які не повторюються. Це число отримало назву «Число Шеннона», воно дорівнює 10^{118}. В основу обчислень лягло припущення про те, що кожна гра триває в середньому 40 ходів і на кожному ході гравець робить вибір в середньому з 30 варіантів. Крім цього, Шеннон вирахував і кількість можливих позицій, що дорівнює приблизно $\frac{64!}{32!\cdot 8!^2\cdot 2!^6}\approx 10^{43}$

Шахова дошка нагадує декартову систему координат, де цифри – це ордината, а букви (латинського алфавіту) – це абсциса. (Див. мал. 1)

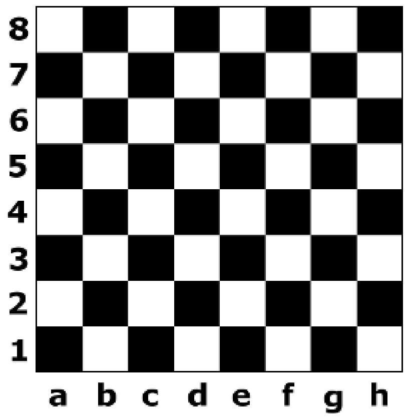


Рис. 1. Шахова дошка

Розглянемо декілька найвідоміших шахових задач:

Задача про хід конем:

Це одна з найцікавіших і найвідоміших задач про коня. Завдання полягає в тому, що необхідно обійти конем всі поля на шаховій дошці, ступивши на кожне поле один раз.

Нею займалися багато великих математиків, в тому числі великий Леонард Ейлер, який присвятив їй великі мемуари «Розв'язання одного цікавого питання, яке, здається, не підпорядковується жодному з досліджень».

Проблема цієї задачі полягає не в тому щоб знайти маршрут коня, а в підрахунку всіх можливих розв'язків. І це завдання не вирішене досі і шансів на успіх мало. Але, що число розв'язків не перевищує C_{168}^{63} (це число складається зі ста цифр), але більше 30 мільйонів.

Задача про вісім ферзів

Ця задача не менш відома, ніж задача про хід конем. Одним з математиків, яких вона цікавила, був Леонард Ейлер. Завдання полягає в тому, що потрібно знайти кількість всіх можливих розміщень ферзів, так щоб вони не стояли на шляху один в одного. Знайти саме розміщення не так важко, набагато важче знайти кількість всіх можливих розміщень.

Кількість розв'язків було знайдено і доведення того, що 92 розв'язки вичерпують всі можливості, було отримано лише в 1874 р англійським математиком Д. Глешером (за допомогою теорії визначників).

З кожного розв'язку задачі про ферзів можна отримати ряд інших за допомогою поворотів (обертань) дошки навколо центру на 90°, 180° і 270° за годинниковою стрілкою (поворот на 360° призводить до вихідної позиції).

Виновок. Отже, існує безліч доказів зв’язку шахів та математики. Шахова дошка, фігури і сама гра часто використовуються для ілюстрації різноманітних математичних понять і завдань. Шахові терміни можна зустріти в літературі з комбінаторики, теорії графів, теорії чисел, обчислювальної математики, теорії ігор.

Література

1. Гик Євген Математика на шаховій дошці/ Є. Гик. – Москва : Наука, 1976. – 178 с.
2. Гик Євген Шахи. Математика. Комп’ютери / Є. Гик. – Москва : «Андрій Ельке», 2013. – 336 с.
3. Окунєв Л.А. Комбінаторні задачі на шаховій дошці / Л. А Окунєв. – Москва : Об'єднане науково-технічн. вид. НКТП СРСР, 1935. – 87 с.

Чудовська Катерина,
студентка IV курсу, спеціальність «Математика та економіка».
Науковий керівник – ***Сверчевська І. А.,***
кандидат педагогічних наук, доцент

ЛАНЦЮГОВІ ДРОБИ ТА ЇХ УЗАГАЛЬНЕННЯ В ЗАСТОСУВАННЯХ

Ланцюгові дроби є темою такої математичної галузі як теорія чисел. Вони були відомі ще з давніх часів. Історія ланцюгових дробів починається зі Стародавньої Греції і йде крізь століття та країни, збагачуючись та розширюючись. Дослідженнями ланцюгових дробів та їх застосувань займалися такі вчені та математики як Омар Хайям (1048-1131), Рафаель Бомбеллі (1526-1572), П'єтро Антоніо Катальді (1548-1626), Даніель Швентер (1585-1636), Вільям Броункер (1620-1684), Християн Гюйгенс (1629-1695), Леонард Ейлер (1707-1783), Пафнутій Львович Чебишев (1821-1894) та інші.

Матеріали про дослідження ланцюгових дробів, їх застосувань знаходимо у працях Арнольда В. І., Бескіна М. М., Бронштена В. О., Нестеренко Ю. В., Призви Г. Й., Сегала Б. І., Хінчина О. Я., Хованського О. М. та інших. О. Я. Хінчин у своїх працях розглядав ланцюгові дроби, їх види, підхідні дроби, їх властивості, зображення чисел ланцюговими дробами [3]. М. М. Бескін висвітлював питання про нескінченні ланцюгові дроби та їх особливості. Б. І. Сегал розглядав питання наближеного представлення чисел, обчислення коренів алгебраїчних рівнянь за допомогою неперервних дробів. В. І. Арнольд розглядає зв'язок ланцюгових дробів з геометрією опуклих многокутників. В. О. Бронштен висвітлював питання взаємозв'язку неперервних дробів та протистоянь Марса, а Г. Й. Призва – зв'язок ланцюгових дробів та календарних систем [2].

Метою статті є дослідження практичного використання ланцюгових дробів та висвітлення цікавих застосувань ланцюгових дробів.

Ланцюговим або неперервним дробом називають вираз вигляду:

$$q_0 + \cfrac{1}{q_1 + \cfrac{1}{q_2 + \cfrac{1}{q_3 + \ddots + \cfrac{1}{q_{n-1} + \cfrac{1}{q_n + \cdots}}}}},$$

де q_0, q_1, q_2,… – деякі цілі числа, які називають елементами даного ланцюгового дробу, а правильні дроби $\frac{1}{q_1}$, $\frac{1}{q_2}$,… – відповідно є першою, другою і так далі ланкою ланцюгового дробу. Ланцюговий дріб, у якого число ланок скінченне називають скінченним, а дріб, у якого число ланок нескінченне називають нескінченним ланцюговим дробом.

Ланцюгові дроби широко застосовують у різних сферах науки та техніки для вирішення різноманітних проблем та задач. Цікавими є такі застосування ланцюгових дробів, як їх зв'язок з календарними системами.

Астрономи підрахували величину року, яка становить:

1 рік = 365 діб 5 год 48 хв 46 с = $365\frac{10463}{43200}$ доби.

Розклавши число $365\frac{10463}{43200}$ в ланцюговий дріб, отримуємо:

$$365\frac{10463}{43200} = 365 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{7 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{5 + \cfrac{1}{64}}}}}}$$

Тепер можемо порахувати підхідні дроби для даного числа:

$$\frac{P_0}{Q_0} = 365,\quad \frac{P_1}{Q_1} = 365\frac{1}{4},\quad \frac{P_2}{Q_2} = 365\frac{7}{29},\quad \frac{P_3}{Q_3} = 365\frac{8}{33},\quad \frac{P_4}{Q_4} = 365\frac{31}{128},\quad \frac{P_5}{Q_5} = 365\frac{163}{673},$$
$$\frac{P_6}{Q_6} = 365\frac{10463}{43200}.$$

Як відомо, впродовж історії розвитку світу існували різні календарі: китайський, єгипетський, вавилонський, римський, грецький, мусульманський, юліанський та григоріанський, календар Омара Хайяма та інші. Розглянемо, яким же чином вони пов'язані з ланцюговими дробами.

Деякі отримані підхідні дроби співпадають з впровадженими раніше календарними системами. Так, перший підхідний дріб $\frac{P_1}{Q_1} = 365\frac{1}{4}$ співпадає з юліанським календарем, де за середню тривалість року було взято значення: 1 рік = $365\frac{1}{4}$ діб. Третій підхідний дріб розкладу року в ланцюговий дріб $\frac{P_3}{Q_3} = 365\frac{8}{33}$, знаходимо в роботах Омара Хайяма, де вчений за середню тривалість року пропонував саме таку тривалість, що дорівнює цьому дробу, а високосними роками вважалися 8 років із кожних 33. Четвертий підхідний дріб $\frac{P_4}{Q_4} = 365\frac{31}{128}$ відповідає системі Й. Медлера і дає найточніше наближення року, оскільки похибка становить 1 с від визначеної астрономами величини року. Але цей календар не був прийнятий ніде в світі, тому що період у 128 років практично виглядає досить незручно і це вважається основною причиною чому ця календарна система не була прийнята [2].

Цікавим є факт застосування неперервних дробів Християном Гюйгенсом. Займаючись побудовою моделі Сонячної системи за допомогою набору зубчастих коліс, він зіткнувся з труднощами: для того, щоб відношення часу повороту двох зубчастих коліс, які з'єднуються, дорівнювало відношенню часу повороту навколо Сонця двох зображуваних цими колесами планет, потрібно, щоб у цьому ж відношенні знаходились і кількості зубців цих двох коліс. Але це відношення виражалося настільки великими числами, що технічно було неможливо виготовити колеса з такою кількістю зубців. Тому виникла необхідність використовувати наближену модель, обираючи кількість зубців, які технічно можна сконструювати і щоб відношення цих чисел було близьким до заданого відношення дуже великих чисел. У цій задачі прийшли на допомогу ланцюгові дроби, які Гюйгенс використав для її розв'язання [1].

Важливим і цікавим є застосування ланцюгових дробів до добування квадратного кореня за допомогою матриць другого порядку.

Введемо узагальнення ланцюгових дробів, у яких чисельники і знаменники двох послідовних підхідних дробів пов'язані залежністю:

$$\begin{cases} P_n = a \cdot P_{n-1} + u \cdot Q_{n-1} \\ Q_n = P_{n-1} + a \cdot Q_{n-1} \end{cases}.$$

Ці формули можна одержати за допомогою дій над матрицями:

$$\begin{pmatrix} P_n \\ Q_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & u \\ 1 & a \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} P_{n-1} \\ Q_{n-1} \end{pmatrix}$$

Вважаємо, що $\lim_{n\to\infty} \frac{P_n}{Q_n}$ існує і скінченна, тому візьмемо $\lim_{n\to\infty} \frac{P_n}{Q_n} = x$.

Оскільки маємо систему двох рівнянь, в якій виражені P_n і Q_n, то, перетворивши ці вирази, можемо записати їх відношення у вигляді:

$$\frac{P_n}{Q_n} = \frac{a \cdot \frac{P_{n-1}}{Q_{n-1}} + u}{\frac{P_{n-1}}{Q_{n-1}} + a}$$

Якщо візьмемо границю, то отримаємо $x = \frac{ax+u}{x+a}$, тоді $x^2 + ax = ax + u$, $x^2 = u$, $x = \pm\sqrt{u}$, тобто $u -$ число, з якого добуваємо квадратний корінь.

Нехай $x_1 = -\sqrt{u}$, $x_2 = \sqrt{u}$. Розглянемо $x_2 = \sqrt{u}$, $x_2 > 0$. Віднімемо від лівої і правої частини рівняння x:

$$\frac{P_n}{Q_n} - x = \frac{a \cdot \frac{P_{n-1}}{Q_{n-1}} + u}{\frac{P_{n-1}}{Q_{n-1}} + a} - x$$

Припускаємо, що $\frac{P_0}{Q_0} = \frac{a}{1}$. У результаті підстановок та зведень отримаємо:

$$\frac{P_n}{Q_n} - x = \frac{(a-x)^{n+1}}{Q_n} \quad (1)$$

З цього рівняння маємо при $a > x_2$, $Q_n > 0$, що $\frac{P_n}{Q_n} > x_2$ для довільного n.

Тепер обчислюємо вираз $\frac{P_n}{Q_n} - \frac{P_{n-1}}{Q_{n-1}}$:

$$\frac{P_n}{Q_n} - \frac{P_{n-1}}{Q_{n-1}} = \frac{a \cdot \frac{P_{n-1}}{Q_{n-1}} + u}{\frac{P_{n-1}}{Q_{n-1}} + a} - \frac{P_{n-1}}{Q_{n-1}} = -\frac{\left(\frac{P_{n-1}}{Q_{n-1}} - x_1\right)\left(\frac{P_{n-1}}{Q_{n-1}} - x_2\right)}{\frac{Q_n}{Q_{n-1}}},$$

де $x_1 < 0$, $x_2 < \frac{P_{n-1}}{Q_{n-1}}, Q_n > 0, Q_{n-1} > 0$.

Бачимо, що $\frac{P_{n-1}}{Q_{n-1}} > \frac{P_n}{Q_n}$, послідовність підхідний дробів спадає при $a > x_2$.
Тобто при $a > x_2$ отримаємо:

$$\boxed{x_2 < \frac{P_n}{Q_n} < \frac{P_{n-1}}{Q_{n-1}} < \cdots < \frac{P_0}{Q_0}} \quad (2)$$

Розглянемо приклад. Потрібно знайти $\sqrt{63}$.

Маємо $x_2 = \sqrt{63}$. $\sqrt{63} < \sqrt{64}$, $\sqrt{63} < 8$, тому: $a = 8$, $u = 63$. Це випадок $a > x_2$, тобто $8 > \sqrt{63}$ або $\sqrt{63} < 8$.

Складемо матрицю другого порядку: $\begin{pmatrix} a & u \\ 1 & a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 63 \\ 1 & 8 \end{pmatrix}$.

З матриці маємо $\frac{P_0}{Q_0} = \frac{8}{1}$. Знайдемо $\frac{P_1}{Q_1}, \frac{P_2}{Q_2}$.

$\frac{P_1}{Q_1} = \begin{pmatrix} 8 & 63 \\ 1 & 8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 8 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 127 \\ 16 \end{pmatrix}$, $\quad \frac{P_1}{Q_1} = \frac{127}{16} = 7{,}9375$

$\frac{P_2}{Q_2} = \begin{pmatrix} 8 & 63 \\ 1 & 8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 127 \\ 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2024 \\ 255 \end{pmatrix}$, $\frac{P_2}{Q_2} = \frac{2024}{255} \approx 7{,}9373$

Скориставшись формулою (2), отримуємо: $\sqrt{63} \approx 7{,}9373$

Бачимо, що за допомогою ланцюгових дробів можна добувати корінь квадратний з чисел.

Отже, ланцюгові дроби мають широке застосування у різних галузях. Вони покликані розв'язувати різні завдання, які виникають на шляху нових відкриттів та досягнень. Відомими на сьогодні є застосування ланцюгових дробів у математичній науці, фізиці, астрономії, технічному конструюванні тощо. У статті розглянута лише незначна частина застосувань цих цікавих дробів. Але світ не стоїть на місці, він невпинно розвивається, так само, як і апарат ланцюгових дробів та їх застосувань.

Література

1. Дідківська Т. В. Визначні історичні задачі з теорії чисел / Т. В. Дідківська, І. А. Сверчевська // Збірник наукових праць «Актуальні питання природничо-математичної освіти». – Суми : ВВП «Мрія». – 2013. – №1. – С. 8–18.

2. Призва Г. Й. Ланцюгові дроби і календарні системи / Г. Й. Призва // У світі математики : збірник наук.-попул. статей. – 1978. – Випуск 9. – С. 19–42.

3. Хинчин А. Я. Цепные дроби / А. Я. Хинчин. – М. : Госуд. изд-во физ.-мат. лит., 1935. – 56 с.

Весельська Марія,
студентка IV курсу, спеціальність «Математика».
*Науковий керівник – **Сверчевська І. А.**,*
кандидат педагогічних наук, доцент

ЗАСТОСУВАННЯ СИМЕТРИЧНИХ МНОГОЧЛЕНІВ

Важко знайти людину, яка б не мала жодного уявлення про симетрію. Вона присутня в найрізноманітніших об'єктах і явищах. Із симетрією ми зустрічаємося у природі, техніці, мистецтві, науці. Людина, спостерігаючи симетричні об'єкти навколишнього світу, сама навчилася виготовляти симетричні об'єкти: знаряддя праці, предмети побуту, архітектурні споруди, витвори мистецтв тощо. З грецької мови «симетрія» означає сумірність, пропорційність, наявність певного порядку у розміщенні частин.

Геометрія вивчає різні типи симетрії: центральну, осьову, дзеркальну. Зустрічається симетрія також в інших областях математики.

Широко застосовується цей вид інваріантності і в алгебрі. Бачимо її в обчисленнях похідних від парних та непарних функцій, інтегруванні, можемо розглядати симетричні матриці. Ще одним прикладом застосування симетрії в алгебрі є симетричні многочлени [1].

Многочлен $P(x_1,x_2,\ldots,x_n)$ називається симетричним відносно змінних $x_1,x_2,\ldots,x_n$, якщо внаслідок довільного переставляння змінних $x_1,x_2,\ldots,x_n$ утворюється многочлен, що дорівнює даному.

Розглянемо многочлени:

$$\sigma_1 = x_1 + x_2 + \cdots + x_n,$$
$$\sigma_2 = x_1x_2 + x_1x_3 + \cdots + x_{n-1}x_n, \qquad (1)$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.$$
$$\sigma_n = x_1x_2\ldots x_n.$$

Якщо під $x_1,x_2,\ldots,x_n$ розуміти незалежні змінні величини, то $\sigma_1,\sigma_2,\ldots,\sigma_n$ є многочлени, симетричні відносно цих змінних. Многочлени (1) називаються основними симетричними функціями (основними симетричними многочленами) [2].

Теорема (основна теорема теорії симетричних многочленів):

Всякий симетричний многочлен $P(x_1,x_2,\ldots,x_n)$ від n змінних над полем П можна подати у вигляді многочлена від основних симетричних функцій $\sigma_1,\sigma_2,\ldots,\sigma_n$ цих змінних, коефіцієнти якого належать тому самому полю П.

На практиці часто маємо справу з симетричними многочленами виду

$$S_k = x_n{}^k + x_n{}^k + \cdots + x_n{}^k,$$

тобто з сумами *k-х* степенів. Ці многочлени називаються степеневими сумами [3]. Степеневі суми можна виразити через основні симетричні многочлени. Запишемо формули для 1-го, 2-го та 3-го степенів:

$$S_1 = x_1 + x_2 + \cdots + x_n = \sigma_1$$
$$S_2 = x_1{}^2 + x_2{}^2 + \cdots + x_n{}^2 = \sigma_1{}^2 - 2\sigma_2$$
$$S_3 = x_1{}^3 + x_2{}^3 + \cdots + x_n{}^3 = \sigma_1{}^3 - 3\sigma_1\sigma_2 + 3\sigma_3$$

Теорія симетричних многочленів може використовуватися при розв'язуванні задач. Наведемо приклади декількох авторських задач.

Задача 1. Довести, що при

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 1, \quad x_1{}^2 + x_2{}^2 + x_3{}^2 + x_4{}^2 + x_5{}^2 = 5,$$
$$x_1{}^3 + x_2{}^3 + x_3{}^3 + x_4{}^3 + x_5{}^3 = 28, \quad x_1{}^4 + x_2{}^4 + x_3{}^4 + x_4{}^4 + x_5{}^4 = 20$$

виконується рівність $x_1{}^5 + x_2{}^5 + x_3{}^5 + x_4{}^5 + x_5{}^5 - 5x_1x_2x_3x_4x_5 = 111.$

Виразимо все через основні симетричні многочлени: довести, що при $S_1 = 1,\ S_2 = 5,\ S_3 = 28,\ S_4 = 20$ виконується рівність: $S_5 - 5\sigma_5 = 111.$

$S_1 = \sigma_1$, тому $\sigma_1 = 1.$ $S_2 = \sigma_1{}^2 - 2\sigma_2 = 5.$ Враховуючи, що $\sigma_1 = 1$, маємо: $\sigma_2 = -2.$

Аналогічно: з умови $S_3 = \sigma_1{}^3 - 3\sigma_1\sigma_2 + 3\sigma_3 = 28$ отримуємо:
$1^3 - 3 \cdot 1 \cdot (-2) + 3\sigma_3 = 28,\ \sigma_3 = 7;$
з умови $S_4 = \sigma_1{}^4 - 4\sigma_1{}^2\sigma_2 + 2\sigma_2{}^2 + +4\sigma_1\sigma_3 - 4\sigma_4 = 20$ маємо,
що $1^4 - 4 \cdot 1^2 \cdot (-2) + 2 \cdot (-1)^2 - 4\sigma_4 = 20,\ \sigma_4 = 5.$

$$S_5 - 5\sigma_5 = \sigma_1{}^5 - 5\sigma_1{}^3\sigma_2 + 5\sigma_1\sigma_2{}^2 + 5\sigma_1{}^2\sigma_3 - 5\sigma_2\sigma_3 - 5\sigma_1\sigma_4 + 5\sigma_5 - 5\sigma_5 =$$
$$= 1^5 - 5 \cdot 1^3 \cdot (-2) + 5 \cdot 1 \cdot (-2)^2 + 5 \cdot 1^2 \cdot 7 - 5 \cdot (-2) \cdot 7 - 5 \cdot 1 \cdot 5 = 111.$$

Отже, маємо $S_5 - 5\sigma_5 = 111,$
тобто $x_1{}^5 + x_2{}^5 + x_3{}^5 + x_4{}^5 + x_5{}^5 - 5x_1x_2x_3x_4x_5 = 111,$ що і треба було довести.

Задача 2. Знайти двозначне число, сума квадратів цифр якого разом з їх добутком дорівнює 49, а сума четвертих степенів кожної цифри разом з квадратом їх добутку дорівнює 931.

Нехай x та y – цифри шуканого числа. Запишемо умову задачі у вигляді системи рівнянь:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + xy = 49 \\ x^4 + y^4 + x^2y^2 = 931 \end{cases}$$

Перейдемо в системі до основних симетричних многочленів:

$\begin{cases} S_2 + \sigma_2 = 49 \\ S_4 + \sigma_2{}^2 = 931 \end{cases}$. $S_2 = \sigma_1{}^2 - 2\sigma_2$, $S_4 = \sigma_1{}^4 - 4\sigma_1{}^2\sigma_2 + 2\sigma_2{}^2$. Тоді отримуємо систему: $\begin{cases} \sigma_1{}^2 - \sigma_2 = 49 & (1) \\ \sigma_1{}^4 - 4\sigma_1{}^2\sigma_2 + 3\sigma_2{}^2 = 931 & (2) \end{cases}$

З рівняння (1) : $\sigma_1{}^2 = 49 + \sigma_2$. Підставимо в рівняння (2):
$(49 + \sigma_2)^2 - 4\sigma_2(49 + \sigma_2) + 3\sigma_2{}^2 = 931,\ 98\sigma_2 = 1470,\ \sigma_2 = 15.$
Тоді $\sigma_1{}^2 = 49 + \sigma_2 = 64,\ \sigma_1 = 8.$

Повернемося до початкових змінних x та y : $\begin{cases} x + y = 8 \\ xy = 15 \end{cases}$.

За теоремою Вієта: $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = 5 \\ y = 3 \end{cases} \\ \begin{cases} x = 3 \\ y = 5 \end{cases} \end{array}\right.$, або (5;3), (3;5).

Отже, шукане двоцифрове число: 53 або 35.

Задача 3. Розкласти на множники многочлен:
$f(x, y) = 48x^4 + 304x^3y + 521x^2y^2 + 304xy^3 + 48y^4.$

Даний многочлен симетричний,тому його можна виразити через основні симетричні многочлени, а потім розкласти на множники як многочлен від $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n$:

$$f(x,y) = 48(x^4 + y^4) + 304xy(x^2 + y^2) + 521x^2y^2 =$$
$$= 48S_4 + 304\sigma_2 S_2 + 521{\sigma_2}^2 =$$
$$= 48{\sigma_1}^4 - 192{\sigma_1}^2\sigma_2 + 96{\sigma_2}^2 + 304{\sigma_1}^2\sigma_2 - 608{\sigma_2}^2 + 521{\sigma_2}^2 =$$
$$= 48{\sigma_1}^4 + 112{\sigma_1}^2\sigma_2 + 9{\sigma_2}^2.$$

Виконаємо заміну: ${\sigma_1}^2 = t$. Маємо: $f = 48t^2 + 112\sigma_2 t + 9{\sigma_2}^2$.

$D = (104\sigma_2)^2;\quad t_1 = -2\frac{1}{4}\sigma_2;\quad t_2 = -\frac{1}{12}\sigma_2.$

$$f = 48\left(t + 2\frac{1}{4}\sigma_2\right)\left(t + \frac{1}{12}\sigma_2\right) = 48\left({\sigma_1}^2 + 2\frac{1}{4}\sigma_2\right)\left({\sigma_1}^2 + \frac{1}{12}\sigma_2\right) =$$
$$= (4{\sigma_1}^2 + 9\sigma_2)(12{\sigma_1}^2 + \sigma_2).$$

Підставимо замість $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n$ їх значення:

$$f = (4(x+y)^2 + 9xy)(12(x+y)^2 + xy).$$
$$f = (4(x^2 + 2xy + y^2) + 9xy)(12(x^2 + 2xy + y^2) + xy) =$$
$$= (4x^2 + 17xy + 4y^2)(12x^2 + 25xy + 12y^2).$$

$4x^2 + 17xy + 4y^2 = 0 \qquad D = (15y)^2;\quad x_1 = -4y;\quad x_2 = -\frac{1}{4}y.$

$12x^2 + 25xy + 12y^2 = 0 \qquad D = (7y)^2;\quad x_1 = -\frac{4}{3}y;\quad x_2 = -\frac{3}{4}y.$

$$f = 4(x + 4y)\left(x + \frac{1}{4}y\right)12\left(x + \frac{4}{3}y\right)\left(x + \frac{3}{4}y\right);$$

Отже, розклад даного многочлена на множники має вигляд:

$$f = (x + 4y)(4x + y)(3x + 4y)(4x + 3y).$$

Підсумовуючи, можемо сказати, що симетричні многочлени – важливий клас многочленів від кількох змінних, який має широке застосування у алгебрі та інших областях математичної науки.

Література

1. Болтянский В.Г. Симметрия в алгебре / В.Г. Болтянский, Н.Я.Виленкин – М. : МЦНМО, 2002. – 240 с.
2. Курінний Г.Ч. Многочлени : навч.метод. посіб. / Г. Ч. Курінний. – Х. : ХНУ імені В.Н. Каразіна. – 2015. – 74с.
3. Приймаков О.Г., Молявко О.І. Вибрані розділи математики : навч. посіб. / О.Г. Приймаков, О.І. Моляко. – Х. : «Скорпіон», 2004. – 236 с.

Данильченко Ольга,
студентка V курсу, спеціальність «Математика та інформатика».
Науковий керівник – ***Франовський А. Ц.,***
кандидат фізико-математичних наук, доцент

ЗАСТОСУВАННЯ ІКТ ДО РОЗРОБКИ ТЕСТОВОЇ БАЗИ З ДИФЕРЕНЦІАЛЬНОЇ ГЕОМЕТРІЇ

Характерною рисою сучасної педагогічної науки є зміна структури й змісту освіти, пов'язана з інформатизацією суспільства в цілому. Нові методи навчання, засновані на активних, самостійних формах оволодіння знаннями та формування компетенцій, витісняють методи, що використовуються традиційною методикою навчання. Вони потребують таких нових підходів оцінювання рівня навченості, які відповідали б усім вимогам, що висуваються сучасним сьогоденням. Поступовий перехід від традиційних форм контролю і оцінювання знань до комп'ютерного тестування відповідає духові часу та загальній концепції модернізації й комп'ютеризації вітчизняної освіти.

Сьогодні тестування в нашій країні стало загальноприйнятою формою контролю та оцінювання рівня знань як учнівської, так і студентської молоді. Використання комп'ютерних технологій у тестуванні дає змогу здійснити значні зміни в оцінюванні рівня навченості.

Аналіз діяльності педагогів показав, що тестовий контроль як один із ефективних спосіб оцінювання рівня знань учнів знайшов своє місце у навчальному процесі, але більшість педагогів у своїй професійній діяльності проводять тестовий контроль на паперових носіях, і лише незначна їх частина використовує комп'ютер.

Із огляду на зазначене, проблема використання в навчальному процесі ПТНЗ інформаційно-комунікаційних технологій для оцінювання рівня знань учнів з диференціальної геометрі є надзвичайно актуальною та сучасною.

У педагогічній практиці викладання тестування є предметом дослідження багатьох фахівців, таких як: В. Аванесов, В. Биков, О. Майоров, Є. Міхайличев та ін. Методика тестування якості виробничого навчання розглядалася в працях Ю. Якуба. Опис використання комп'ютерного тестування висвітлений в працях І. Булах, Т. Солодкої, П. Уханя та ін. Деякі питання пов'язані з розробкою тестових завдань для комп’ютерного тестування розглядала у своїх працях О. Кириленко.

Одним із завдань повсякденної викладацької праці на уроках геометрії є необхідність здійснювати контроль знань учнів. Форми контролю, що застосовуються математиками дуже різноманітні, але найчастіше використовуються письмові чи усні опитування. На жаль, ці форми не позбавлені недоліків. При проведенні усного опитування більшість учнів не беруть участі в навчальній діяльності, до того ж, на це витрачається значна частина уроку, за невеликої кількості виставлених оцінок. Під час проведення письмових робіт кількість оцінок зростає, але більше часу займає на перевірку робіт. Завдяки тестовому контролю і оцінюванню рівня знань учнів цей час можна значно скоротити.

Поняття «тест» походить від англійського «test» і перекладається як перевірка, випробування; це завдання стандартної форми, виконання якого допомогає виявити певні знання, уміння й навики, здібності учнів [1, с.337]. Характеризується він відносною простотою процедури і обладнання, безпосередньою фіксацією результатів; можливістю використання як індивідуально, так і для групи; зручністю оброблення; короткочасністю. Тестові оцінки мають відносний характер [1, с. 337].

Одним із основних і безперечних його переваг є мінімальне витрачання часу на підведення підсумків контролю. При тестуванні використовують як паперові, так і електронні варіанти. Останні особливо привабливі, оскільки дають змогу отримати результати практично відразу після закінчення тесту. Комп'ютерне тестування передбачає використання комп‘ютерної техніки для виявлення й оцінки знань учнів з метою контролю, що здійснюється через діалог у системі «учень–комп'ютер» [1, с. 337].

Порівнюючи комп'ютерні тести й тести на паперових носіях, можна зробити висновок, що тести в комп'ютерній формі мають певні переваги:

– автоматизація процесу конструювання і редагування тестових завдань;

– автоматизація підрахунку балів, обробка та аналіз результатів випробування (тестування), економія часу при перевірці результатів;

– можливість оперативного отримання педагогом зрізу рівня навчальних досягнень і вживання невідкладних заходів щодо їх корекції;

– можливість виконання тестових завдань у навчальному режимі, коли учневі повідомляється результат виконання кожного тестового завдання;

– можливість повідомлення правильної відповіді та надання порад щодо виконання даного завдання, у разі помилкової відповіді;

– широкі можливості для здійснення учнями самоконтролю та самокорекції навчальних досягнень у процесі вивчення певної теми;

– об‘єктивність в оцінюванні завдяки мінімізації впливу суб‘єктивних факторів на результати оцінювання;

– заощадження коштів, що витрачаються на тиражування бланкових (паперових) тестів;

– створення позитивної мотивації в учнів, їх ґрунтовної зацікавленості порівняно з традиційними формами опитування [2, с. 226].

Переваги комп'ютерних тестів переконливо засвідчують те, що вони є економним, ефективним, об‘єктивним і психологічно прийнятним для учнів засобом педагогічного виміру.

Комп'ютерне тестування може здійснюватись із використанням різних комп'ютерних програмних продуктів та програмного забезпечення починаючи від різних текстових редакторів і програм для розробки презентацій та використання мов програмування й можливостей мережі Інтернет. Існує безліч програм для реалізації комп'ютерного тестового оцінювання знань учнів (від платних – до умовно безкоштовних), серед них такі, як: УТК v 1.52 [3], ADTester [4], SunRav TestOffisePro тощо.

Вибір конкретного середовища або програми залежить від мети тестування, рівня підготовки педагога професійного навчання в області володіння інформаційно-комунікаційними технологіями, вибору типів тестових завдань.

Ці програми мають зручний інтерфейс, процедура створення тестів не вимагає від педагога знання будь-якої мови програмування. Вони легкі й зручні у використанні. Підтримуються різні типи завдань: тести з однією правильною відповіддю, з вибором кількох правильних відповідей, на відповідність, послідовність дій, з безпосереднім введенням відповіді (числа чи тексту), вибір місця на зображенні та перестановку літер. В тестах можна використовувати різні системи оцінювання, а також організовувати тестування через локальні та глобальну мережу.

В результаті проведеного аналіз, досвіду використання тестового контролю під час вивчення диференціальної геометрії для студентів більш цікавим і вдалим є використання у тестових завданнях схем, рисунків, графіків, таблиць тощо. Цей підхід активізує пізнавальну діяльність студентів під час виконання завдань. Тестові завдання, що мають словесну, знакову, числову, зорово-просторову форми (схеми, рисунки, графіки, таблиці тощо), також можна використовувати при комп'ютерному тестуванні [2, с. 227].

Тестовий контроль, що здійснюється за допомогою програм комп'ютерного тестування, буде ефективним тільки за умови його поєднання із традиційними засобами контролю та корекції навчальних досягнень учнів.

Література

1. Професійна освіта : словник : навч. посіб. / уклад. С. У. Гончаренко та ін.; за ред. Н. Г. Ничкало. – К. : Вища шк., 2000. – 380 с.
2. Кругликов Г. И. Настольная книга мастера профессионального обучения: учеб. пособие для студ. сред. проф. образования / Г. И. Кругликов. – 4-е изд. – М. : Издательский центр «Академия», 2008. – 272 с.
3. Универсальный тестовый комплекс (УТК) v.1.52. Тесты по информатике и программированию [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://ipg.h1.ru/tests/agran.files/ about_utk.html. – Заголовок з екрана.
4. ADTester. Система автоматизированной проверки знаний [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://www.adtester.org. – Заголовок з екрана

Гойко Юлія,
студентка IV курсу, спеціальність „Математика та економіка”.
Науковий керівник – ***Прус А.В.,***
кандидат педагогічних наук, доцент

ДОСЛІДЖЕННЯ ВМІНЬ ТА НАВИЧОК УЧНІВ РОЗВ'ЯЗУВАТИ ЗАВДАННЯ З ПАРАМЕТРАМИ

Завдання з параметрами є одними з найскладніших для учнів. Однак, такі завдання необхідно вміти розв'язувати, адже вони входять до завдань вступних іспитів вищих навчальних закладів, присутні у Державній підсумковій атестації та в завданнях Зовнішнього незалежного оцінювання.

У науково-методичній літературі присутні роботи, які пов'язаних із дослідженням вмінь та навичок учнів розв'язувати завдання з параметрами, автори яких є Г. В. Апостолова, В. В. Вавілов, М. Я. Ігнатенко, Н. В. Желнірович, А. Ю. Карлащук, А. В. Прус, В. В. Ясінський,

Під задачами з параметрами ми розуміємо задачі, в яких умова, хід розв'язку і форма результату залежать від величин, чисельні значення яких не задані конкретно, але повинні вважатися відомими. До задач із параметрами ми також відносимо задачі, в яких параметри присутні або формально, або вводяться з тих чи інших міркувань.

Під час розв'язування кожної такої задачі в учня (усвідомлено для нього чи ні) формуються навчальні дослідницькі вміння, відповідні всім або деяким етапам учбової дослідницької діяльності. Залучення до навчального процесу задач із параметрами дозволяє природно й педагогічно доцільно імітувати повний процес прикладного математичного дослідження або окремих його етапів, що сприяє розвитку в учнів глибокого стійкого інтересу до дослідження. Під час розв'язування задач із параметрами учні знайомляться з великою кількістю евристичних прийомів загального і спеціального характеру.

Мета роботи – познайомити із результатами досліджень, які були проведені в 6, 7, 8, 9 класах Житомирської міської гімназії № 3.Учням було запропоновано анкетування, зміст якого зображено на рис. 1 та рис.2.

Зазначимо, що для кожного класу завдання під номером 3 було запропоноване відповідно до знань та вмінь учнів.

Анкетування (9 клас)

1. Чи знаєте ви що таке параметри?
2. Чи доводилось коли-небудь розв'язувати завдання з параметрами?
3. Для яких значень параметра k рівняння 2(x+3)-2k=(5-2kx) : 4 має єдиний розв'язок.

Рис. 1

Анкетування (8 клас)

1. Чи знаєте ви що таке параметри?
2. Чи доводилось коли-небудь розв'язувати завдання з параметрами?
3. Розв'язати рівняння: $(2+m)x-3=0$

Рис. 2

Зупинимось на окремих результатах дослідження. Наприклад, на питання «Чи знаєте ви щось про параметри?» і «Чи доводилось коли-небудь розв'язувати завдання з параметрами?» У 6 класі лише дев'ять учнів з 28 відповіли, що знають. У відсотковому відношенні – це 32% з опитаних учнів класу. У 7 класі позитивну відповідь дали – 28% учнів класу, у 8 класі – 39%, а от у 9 класі – 61%. Такий високий відсоток учнів у 9 класі пояснюється тим, що учні готуються до Державної підсумкової атестації з математики, а як відомо,задачі з параметрами присутні у ДПА. З результатом даного опитування можна ознайомитись на рис. 3.

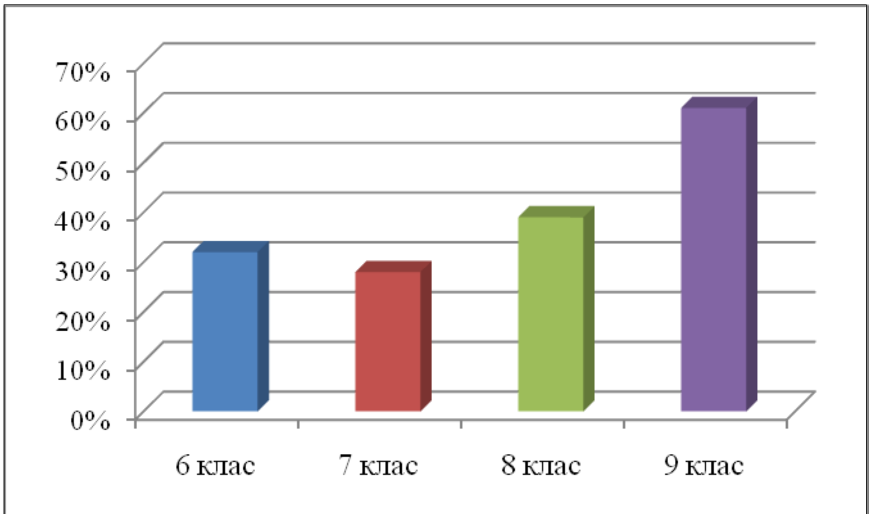


Рис. 3

Також учням було запропоновано розв'язати завдання з параметрами. У 6 класі лише 14% учнів класу намагалися розв'язати ці завдання і тільки один учень правильно розв'язав. У 7 класі жодна дитина не розв'язала правильно завдання, проте намагалось розв'язувати ці завдання 18% учнів класу. У 8 класі також жодним учнем не було розв'язане правильно це завдання, хоча робило спробу розв'язати 34% учнів класу. Щодо 9 класу, 69% учнів намагались розв'язати це завдання, а 23% розв'язали це завдання правильно (рис. 4).

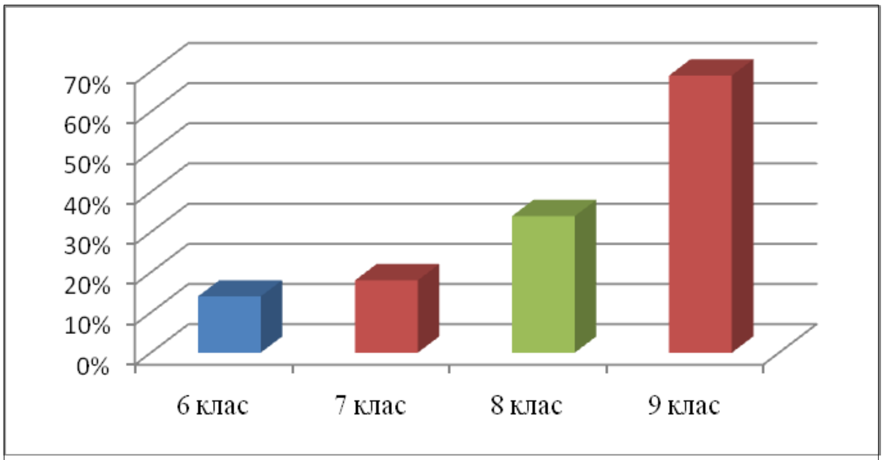


Рис. 4

На мою думку, причиною того, що в школах мало уваги приділяють розв’язуванню завдань з параметрами є відсутність у пояснювальних записках до програм з математики орієнтації на актуальність і важливість використання задач із параметрами (незважаючи на те, що теми, пов'язані з розв'язуванням цих задач, представлені, хоч і нешироко, в програмах шкіл, ліцеїв і гімназій фізико-математичного профілю з дворічним і чотирирічним терміном поглибленого вивчення математики).

Також однією з причин є недостатній розгляд питань, пов'язаних з моделюванням прикладних процесів або елементів моделювання, питань узагальнення математичних пропозицій і задач у процесі навчання математики, відсутність відповідних задач та їх систем у сучасних підручниках, задачниках, недостатня кількість, а іноді і якість, дидактичних розробок, що корелюють зі шкільним рівнем. Іншою причиною є те, що для багатьох учителів розв’язування задач із параметрами асоціюється тільки з необхідністю підготовки до вступу до вузу.

Роль розв’язування задач із параметрами та їх місце в змісті шкільної математичної освіти підлягає аналізу з урахуванням реалізації диференційованого та особистісно-орієнтованого підходу в навчанні. Кожна задача з параметром не схожа на попередню і вимагає іншого підходу.

Отже, дослідження показало, що в школі потрібно більше часу приділяти для розв’язування завдань з параметрами. Ці завдання, без сумніву, дають розвиваючий ефект, науковий підхід до вирішення завдань. І в той же час шкільна програма мало включає завдань в себе цей важливий розділ. В підручниках не міститься теоретичного матеріалу про рішення завдань з параметрами, недостатня кількість вправ і годин на вивчення теми. Крім того кожен вчитель у своїй роботі має протиріччя між необхідністю вивчити матеріал і відсутністю мотивації навчання школярами. Вчителі, на нашу думку, повинні підвищувати рівень професійної майстерності у розв'язуванні завдань з параметрами.

Література

1. Карлащук А.Ю. Формування дослідницьких умінь в процесі розв'язування задач з параметрами // Дидактика математики: проблеми і дослідження : міжнародний збірник наукових робіт. – Вип11. – Донецьк : ТЕАН, 1999. – 205 с.
2. Задачі з параметрами : навч. посіб. / В. К. Репета, Н. О. Клешня, М. В. Короболова, Л. А. Репета. – К. : Вища шк., 2006. – 302 с.

Жураківська Вікторія,
студентка IV курсу, спеціальність „Математика".*
Науковий керівник – ***Прус А.В.,***
кандидат педагогічних наук, доцент

ДОСЛІДЖЕННЯ ОБІЗНАНОСТІ ВЧИТЕЛІВ ЗАГАЛЬНООСВІТНІХ ШКІЛ З ЗАДАЧАМИ, ЩО МІСТЯТЬ ПАРАМЕТРИ

«Математику вже тому вивчати потрібно,
що вона розум до порядку приводить".
М. В. Ломоносов

Проблема підвищення рівня знань з математики, і з параметрів в цілому, нині актуальна. Вивчення багатьох фізичних процесів і геометричних закономірностей часто приводять до розв'язування задач з параметрами. Задачі з параметрами є одним з найпотужніших засобів формування в учнів гнучкості, критичності мислення, розвитку дослідницьких здібностей.

Саме задачі такого класу викликають у значної частини учнів певні труднощі. І це невипадково, адже шкільною програмою з математики не передбачається глибокого і системного вивчення задач, що містять параметри. Завдання вчителя – переконати кожного учня в тому, що навіть мінімальний рівень математичних знань піднімає його на вищий рівень людського спілкування, а вмінння розв'язувати задачі з параметрами – відкриває перед ним нові горизонти, розвиває абстрактне мислення, спонукає до пошукової діяльності, формує навички аналізу – важливі для математичного розвитку особистості, ну і звісно тому, що такі задачі зустрічаються у тестах для зовнішнього незалежного оцінювання [2].

Мета даної статті – ознайомити з результатами дослідження обізнаності вчителів, які працюють в 5–11 класах у Бердичівському міському ліцеї № 15 із задачами, що містять параметри. Вчителям була запропонована анкета, що містила 15 запитань, з яких: 9 запитань у тестовій формі, які містили три варіанта відповіді, один з яких був «інша відповідь» та 6 запитань з розгорнутою відповіддю.

У дослідженні обізнаності вчителів загальноосвітніх шкіл з задачами, що містять параметри, взяли участь 5 вчителів математики з Бердичівського міського ліцеї № 15, середній стаж роботи яких складає 27 років.

Перелік запропонованих запитань:

Місце роботи, посада Стаж роботи Класи у яких викладаєте **1.** Чи знайомі Ви з таким видом задач як «Задачі з параметрами: раціональні рівняння та їх системи»? **А.** Так **Б.** Ні **В.** Частково **Г.** Інша відповідь: **2.** Чи до вподоби Вам дана тема? **А.** Так, ця тема мені до вподоби, із задоволенням проводжу уроки для учнів **Б.** Не знаю, ця тема для мене така ж сама, як і всі інші **В.** Ні, ця тема мені не подобається, не бачу сенсу пояснювати її учням **Г.** Інша відповідь: **3.** Чи доводилося Вам проводити урок з даної теми? **А.** Так, я часто проводжу уроки з даної теми **Б.** Інколи доводиться проводити(будучи на заміні чи за інших обставин) **В.** Ні, ніколи не проводив уроки з даної теми **Г.** Інша відповідь: **4.** Чи виникають у Вас труднощі під час підготовки та проведення уроку з даної теми? **А.** Ні, не виникають, я чудово володію матеріалом і вмію його пояснити учням **Б.** Інколи виникаю труднощі, адже неможливо все пам’ятати **В.** Так, труднощі виникають як під час підготовки, так і під час викладання матеріалу **Г.** Інша відповідь: **5.** Які методи навчання Ви використовуєте при розгляді теми «Задачі з параметрами: раціональні рівняння та їх системи»? **А.** Словесні **Б.** Наочні **В.** Практичні **Г.** Інша відповідь:

6. Яку форму організації діяльності учнів на уроці Ви використовуєте при розгляді теми «Задачі з параметрами: раціональні рівняння та їх системи»? **А.** парна (взаємодія учня з учнем чи вчителя з учнем) **Б.** групова (вчитель одночасно навчає весь клас) **В.** колективна (всі учні активні і навчають один одного) **Г.** індивідуальна (самостійна) робота учня **Д.** Інша відповідь: **7.** Який з методів розв'язування «Задач з параметрами: раціональні рівняння та їх системи» Вам до вподоби? **А.** Аналітичний **Б.** Графічний **В.** Інша відповідь: **8.** Який з методів розв'язування «Задач з параметрами: раціональні рівняння та їх системи» Ви вважаєте доступнішим для дітей? **А.** Аналітичний **Б.** Графічний **В.** Інша відповідь: **9.** Як Ви вважаєте, чи є важким вивчення даної теми для учнів? **А.** Так, з мого трудового досвіду можу з впевненістю сказати, що дітям важко дається дана тема **Б.** Не знаю, діти сприймають матеріал даної теми так само, як і інші теми **В.** Ні, діти швидко засвоюють матеріал та з легкістю розв'язують вправи **10.** Що саме викликає у учнів труднощі під час вивчення даної теми? **11.** На Вашу думку, чи варто вивчати і чи є важливою тема «Задачі з параметрами: раціональні рівняння та їх системи» в ШКМ? **12.** Ваші пропозиції щодо того, як поліпшити ЗУН(знання, уміння, навички) учнів з даної теми?

Опрацювавши саме відповіді на кожне з запитань тестової форми опитування, було одержано відсоткові показники, які представлені у діаграмі методичної обізнаності вчителів з задачами, що містять параметри.

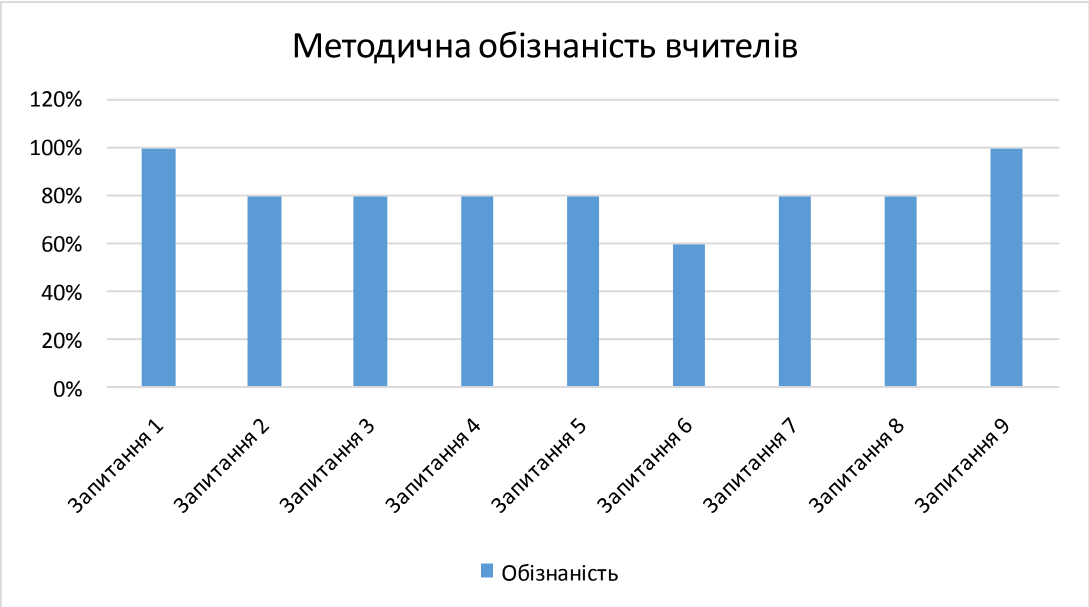


Рис. 2. Методична обізнаність вчителів

За даними тестових запитань, можна зробити висновок, що майже всі вчителі одноголосні у своїх відповідях, всі мають справу з тими ж самими проблемами, перешкодами, не зважаючи на стаж роботи та клас, у якому викладають. Також, з результатів досліджень добре видно, що вчителі добре ознайомлені з даною темою і зацікавленні у її викладанні, майже не мають труднощів при підготовці до уроку та поясненні матеріалу, добре знайомі з методами навчання, вміють застосовувати різні форми діяльності учнів на уроці. Але також з даного дослідження добре видно проблему, яку ми підіймали на початку статті – важкість вивчення даної теми для учнів. Це 100% - підтвердили опитані вчителі.

Опрацьовані розгорнуті відповіді опитаних, хотілося б подати у вигляді таблиці, оскільки ці відповіді мають багато спільного та показують: на що потрібно звертати увагу при поясненні дітям задач з параметрами, чи варто їх вивчати і чи є вони важливими, як поліпшити ЗУН учнів з даної теми.

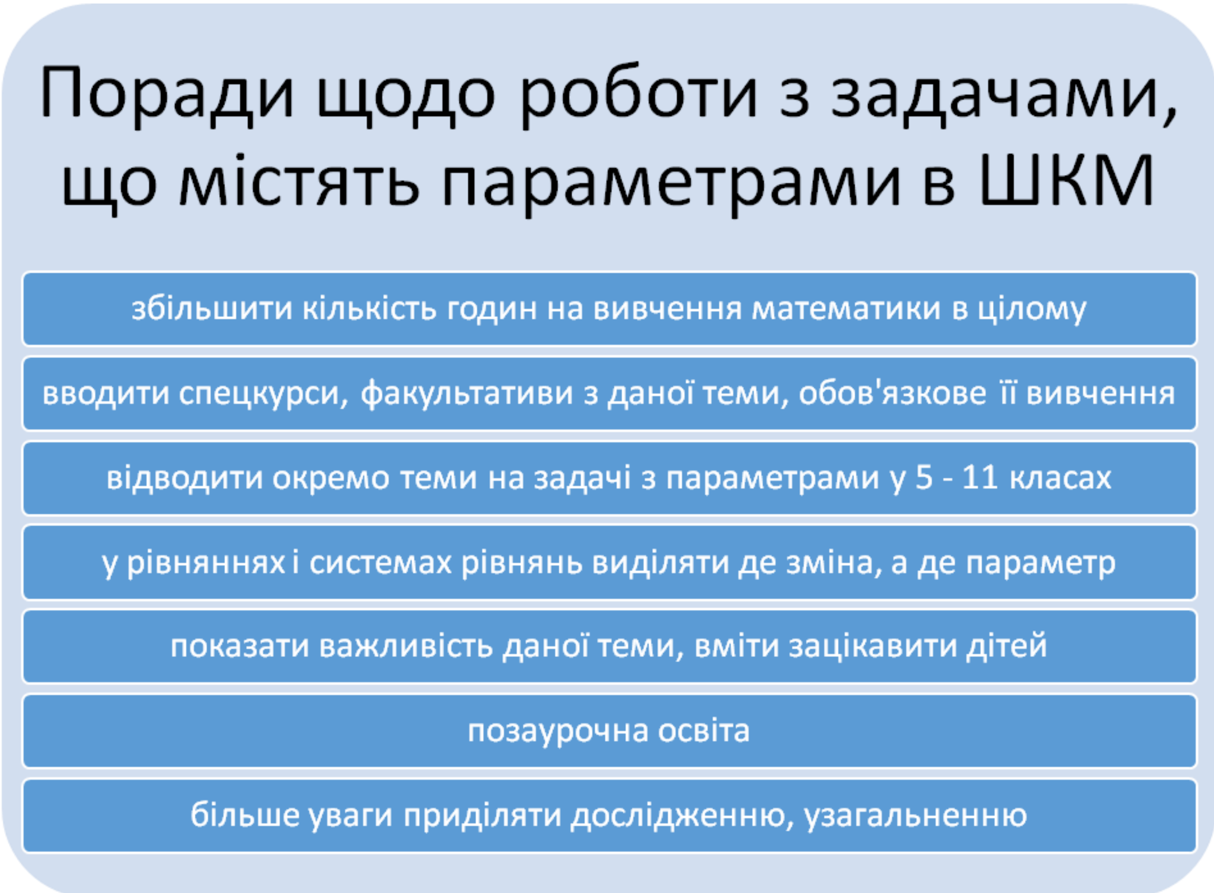


Рис. 3.

Отже, підводячи підсумки проведеного дослідження, можна переконатися в тому, що рівень обізнаності, професіоналізму та досвідченості вчителів з задач з параметрами – високий, але можливість їх прояву у школі – низький. Варто пам’ятати про позаурочну освіту, основними завданнями якої у галузі математики є: ознайомлення учнів з нестандартними підходами та методами розв’язування задач, розширення та поглиблення знань з математики, розгляд важливих для учнів тем, які недостатньо висвітлені у шкільному курсі, виконання посильних для школярів дослідно-експериментальних завдань, науково-дослідницька робота. І ось саме ці питання дуже вдало можна вирішити за допомогою практичних завдань, зокрема задач з параметрами, бо вони відкривають перед учнями значну кількість евристичних прийомів загального характеру, які мають цінність для математичного розвитку особистості, застосовуються у дослідженнях і на будь-якому іншому математичному матеріалі.

У подальшому, ми плануємо продовжувати дослідження в розрізі теми «Задачі з параметрами: раціональні рівняння та їх системи» для того, щоб створити методичні рекомендації щодо навчання учнів розв’язувати задачі з параметрами, а також, плануємо проводити лекції для бажаючих вчителів та учнів, де будуть обговорюватись важливі питання даної теми [1].

Література

1. Прус А.В., Швець В.О. Задачі з параметрами в шкільному курсі математики. Навчально-методичний посібник. – Житомир: Рута, 2016.– 468с.
2. Івасюк В.Г., Кантемір А.А. Параметр у 5, 6 класах // Газета для вчителів математики. – 2014. – №7. – С. 15–30.

Степанчук Олександра,
студентка V курсу, спеціальність «Математика та інформатика»
Науковий керівник – ***Дідківська.Т.В.,***
кандидат фізико-математичних наук, доцент

ДОСЛІДЖЕННЯ ВЛАСТИВОСТЕЙ АКСІОМ ПЕАНО

Формальне означення натуральних чисел сформулював італійський математик Джузеппе Пеано в 1889 році. Ці аксіоми дозволили формалізувати арифметику. Після їх введення з’явилася можливість доводити основні властивості натуральних чисел, а також формалізовано будувати системи цілих, раціональних, дійсних чисел [1].

Множина N утворює систему натуральних чисел, якщо на ній введено відношення “a' безпосередньо слідує за a”, яке задовольняє аксіомам Пеано:

1. Існує натуральне число, яке безпосередньо не слідує за жодним натуральним числом (це 1).

2. Для кожного натурального числа існує одне і тільки одне натуральне число, яке за ним безпосередньо слідує.

3. Кожне натуральне число безпосередньо слідує не більше ніж за одним натуральним числом.

4. Аксіома індукції. Нехай $M \subset N$, для якої виконуються умови:

$(1 \epsilon M) \wedge \forall a \epsilon M => a' \epsilon M$, то $M = N$

Елементи множини N називаються натуральними числами.

Основні вимоги до систем аксіом: несуперечливість, незалежність і повнота.

Система аксіом несуперечлива, якщо за допомогою цих аксіом не можна довести істинність твердження і його заперечення. Несуперечливість теорії натуральних чисел доведена не формально-логічними методами, а за допомогою несуперечливої моделі. Питання зводиться до несуперечливості арифметики. Весь досвід розвитку математики і її застосувань доводить, що не виявлено фактів, що суперечать арифметиці. Отже, система аксіом Пеано несуперечлива.

Система аксіом називається незалежною, якщо кожна аксіома не може бути виведена з інших аксіом. Для цього потрібно побудувати модель, де виконуються всі аксіоми крім даної. Якщо $a' = b$, то будемо називати a −попереднє, b −наступне число.

Доведемо незалежність системи аксіом Пеано.

Перша аксіома Пеано незалежна від 2-ої, 3-ої і 4-ої.

Відкоригуємо аксіому індукції: Якщо 1 існує, то вона належить множині M.

Розглянемо множину натуральних чисел, що складається з чисел $M = \{a, b, c\}$, $a' = b, b' = c, c' = a$.

Перша аксіома не виконується, бо не існує числа, яке не слідує за жодним числом.

2-а, 3-я, 4-а – виконується (очевидно з рис.1).

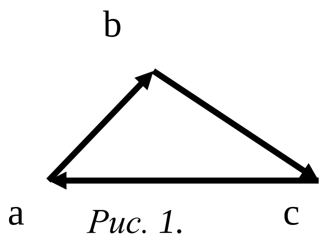


Рис. 1.

Отже, перша аксіома незалежна.

Друга аксіома Пеано є незалежною від 1-ої, 3-ої і 4-ої аксіом.

Створимо модель в якій 2-а аксіома не виконується, а всі інші виконуються.

$M = \{a, b, c\}, a' = b, b' = c$.

Подамо геометричну інтерпретацію цього відношення (рис.2).

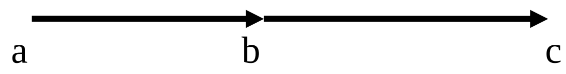


Рис. 2

Для c немає наступного, то 2-а аксіома порушується.

$a = 1$, бо не має попереднього, 1-а аксіома виконується.

3-я аксіома виконується, бо всі числа, крім a слідують за одним числом.

4-а аксіома виконується, оскільки $a, b, c \epsilon M$

Третя аксіома Пеано є незалежною від 1-ої, 2-ої і 4-ої аксіом.

Побудуємо модель і її геометричну інтерпретацію (рис. 3).

$M = \{a, b, c, d\} \quad a' = b, b' = c, c' = d, d' = b$

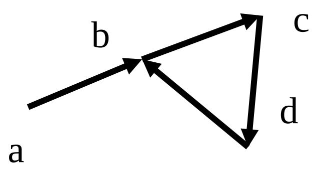


Рис. 3

1-а аксіома виконується, бо $a = 1$

2-а аксіома виконується, бо для довільного числа є наступне.

3-а аксіома не виконується, бо b має два попередніх a та d.

4-а аксіома виконується, оскільки a, b, c, d належать M.

Отже, третя аксіома є незалежною.

Четверта аксіома Пеано є незалежною від 1-ої, 2-ої і 3-ої аксіом.

Створимо модель в якій 4-а аксіома не виконується, а всі інші виконуються.

$M = \{a, b, c\} \cup \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$.

Відношення слідування подамо умовами:

$a_1 \to a_2 \to \cdots \to a_n; \quad a \to b \to c \to d$, де $a_1 = 1$.

Виконуються 1, 2, 3-я аксіоми. 4-а аксіома не виконується, оскільки для множини $\{a, b, c\}$ виконуються умови відкоригованої аксіоми індукції, але вона не збігається з усією множиною M [2].

Система аксіом повна, якщо можливо на її основі довести або спростувати довільне твердження, висловлене в термінах цієї теорії.

Австрійський математик Курт Гедель в 1931р. довів, що повнота в цьому розумінні для системи аксіом Пеано не виконується. Тому вважають, що система аксіом повна, якщо довільні дві її моделі ізоморфні. В цьому розумінні система аксіом натурального ряду повна.

Література

1. Натуральні числа [Електронний ресурс]. Режим доступу: http://uk.m.wikipedia.org.
2. Демидов И.Т. Основания арифметики / Иван Демидов – М. : Государственное учебно-педагогическое издательство министерства просвещения РСФСР, 1963. – С. 12 –53.

Головенко Катерина,
студентка ІІІ курсу, спеціальність "Математика та економіка"
*Науковий керівник – **Дідківська Т. В.,***
кандидат фізико-математичних наук, доцент

АВТОРСЬКІ І СУЧАСНІ МЕТОДИ В ЗАДАЧАХ АЛ-ХОРЕЗМІ

Одним з найвидатніших великих математиків, що входили до складу халіфату, великий арабський математик і астроном першої половини IX ст. Абу Адалло (або Абу Джафар) Мухаммед ібн бен-Муса ал-Хорезмі. В перекладі з арабської означає - батько Абдаллаха Мухаммед, син Муси з Хорезма. Відомо лише, що він народився в кінці восьмого століття, а помер у другій половині дев'ятого, точніше після 847 р. Зараз умовно прийнято вважати роком його народження 783 р, а роком смерті 850 р. [2, с. 3]

У 820 р. ал-Хорезмі написав великий трактат під назвою «Кітаб аль-джебр ал-мукабала» ("Коротка книга заповнення і протиставлення"), призначений для практичного застосування. [1, с. 507] Трактат складається з двох частин – теоретичної і практичної. У першій з них викладається теорія лінійних і квадратних рівнянь, а також деякі питання геометрії. У другій частині алгебраїчні методи застосовані до вирішення конкретних господарсько-побутових, торгових і юридичних задач.

Ал-Хорезмі говорить про те, що спонукало його взятися за написання твору: "Я склав коротку книгу про обчислення алгебри і ал-мукабали, яка містить в собі прості і складні питання арифметики, бо це необхідно людям при розподіл спадку, складанні заповітів, розділ майна і судових справах, в торгівлі і всіляких угодах, а також при вимірюванні земель, проведенні каналів, геометрії та інших різновидах подібних справ". Таким чином, за допомогою алгебраїчних методів можна вирішувати різні прикладні завдання.

Задача 1. Розв'язати рівняння: $x^2 + 10x = 39$. [2, с. 36].
"Квадрат невідомого і десять невідомих становлять 39 дирхемів (дирхем – срібна монета середньовічного Сходу). Чому дорівнює невідоме?"

Розв’язання. Будуємо квадрат зі стороною x і добудовуємо два прямокутники зі сторонами x та 5, одержана фігура називається "гномон" (рис. 1). Доповнюємо цей «гномон» до квадрата зі стороною $x + 5$. Тоді площа побудованого квадрата $S = (x + 5)^2$.

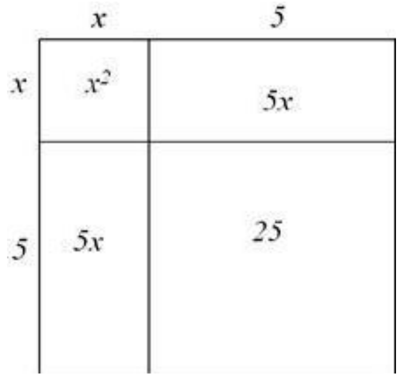


Рис. 1.

За рис.1 визначаємо, що $S = x^2 + 2 \cdot 5x + 25 = x^2 + 10x + 25$.
Маємо $(x+5)^2 = x^2 + 10x + 25$. За умовою задачі $x^2 + 10x = 39$, отже: $(x+5)^2 = 39 + 25 = 64, x + 5 = 8, x = 3$. Ал-Хорезмі визначає тільки додатній корінь. (Від'ємний корінь - 13 не розглядався).

Це рівняння можна розв’язати за допомогою формули, що виражає корені через коефіцієнти рівняння $ax^2 + bx + c = 0$

$$x^2 + 10x - 39 = 0; \; x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\sqrt{D} = \sqrt{b^2 - 4ac} \; ; \sqrt{D} = \sqrt{100 + 4 \cdot 39} = \sqrt{256} = 16$$

$$x_1 = \frac{-10-16}{2} = -13 \; ; \; x_2 = \frac{-10+16}{2} = 3$$

Відповідь: розв’язком цього рівняння є числа 3, -13

Задача 2. Ти поділив 10 на дві частини, потім помножив кожну частину на себе, додав їх і ще додав до них різницю між частинами до множення, і в сумі отримав 54 дирхема [2, с. 33].

Алгебраїчний метод. З цієї задачі можна отримати таку систему рівнянь.

$$\begin{cases} x + y = 10 \\ x^2 + y^2 + (y - x) = 54 \end{cases}$$

Виразимо *y* з першого рівняння $\begin{cases} y = 10 - x \\ x^2 + (10 - x)^2 + ((10 - x) - x) = 54(*) \end{cases}$

Розв'язок запропонований автором для рівняння (*)

$$(10 - x)^2 + x^2 + (10 - x) - x = 54$$

Далі пропонується послідовно проводити дії:

$$100 - 20x + x^2 + x^2 + 10 - x - x = 54$$

$$2x^2 - 22x + 110 = 54$$

Потім ал-Хорезмі пише: «Після заповнення і протиставлення ти скажеш: сто десять дирхемів і два квадрати рівні п'ятдесяти чотирьом дирхемам і двадцяти двом речам», тобто $110 + 2x^2 = 54 + 22x$

«Приведи два квадрати до одного квадрату,- тобто візьми половину всього, що в тебе. Отримаєш: п'ятдесят п'ять дирхемів і квадрат рівний двадцяти семи дирхемам і одинадцяти речам». Тобто, пропонується поділити на 2 всі коефіцієнти рівняння, отримаємо при цьому: $55 + x^2 = 27 + 11x$; $55 - 27 + x^2 = 11x$.

Потрібно зробити останній крок: «Вирахуй двадцять сім із п'ятдесяти п'яти, залишиться двадцять вісім дирхемів і квадрат, рівні одинадцяти речам». Таким чином, рівняння приведено до канонічного виду: $28 + x^2 = 11x$

Щоб розв'язати рівняння $ax^2 + c = bx$, ал-Хорезмі пропонує спочатку «розділити число коренів», результат «помножити на рівне йому», потім вирахувати із цього дане число дирхемів, і нарешті, вийняти корінь із отриманої різниці і вирахувати його із половини числа коренів. Іншими словами, потрібно зробити наступні дії:

1) $\frac{b}{2} = \frac{11}{2}$; 2) $\left(\frac{b}{2}\right)^2 = \left(\frac{11}{2}\right)^2 = \frac{121}{4}$; 3) $\left(\frac{b}{2}\right)^2 - c = \frac{121}{4} - 28 = \frac{9}{4}$;

4) $\sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - c} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$; 5) $\frac{b}{2} - \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - c} = \frac{11}{2} - \frac{3}{2} = \frac{8}{2} = 4$

Таким чином, ал-Хорезм і отримує корінь рівняння $x = \frac{b}{2} - \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - c}$.

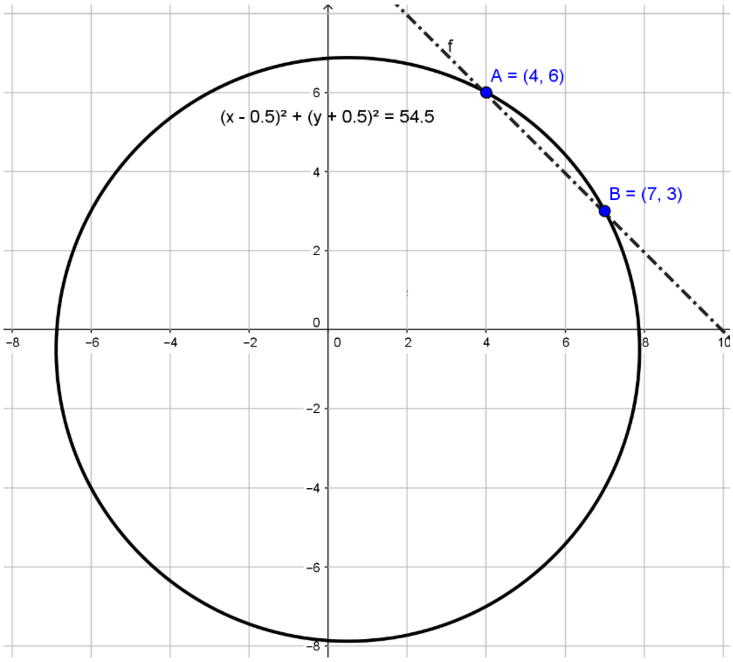
Він вказує, що корнем буде також $x = \frac{b}{2} + \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - c}$; $x_1 = 4$, $x_2 = 7$

Графічний метод: $x^2 + y^2 + (y - x) = 54$

$$\left(x^2 - 2x\cdot\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) + \left(y^2 + 2y\cdot\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) - \frac{1}{4}\cdot 2 = 54$$

$$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = 54 + \frac{1}{2}$$

Таким чином, ми звели рівняння(*) до рівняння кола$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$



Відповідь: розв'язком даної системи рівнянь є пара чисел (4,6) і (7,3)

Однак дуже скоро ім'я ал-Хорезмі стає загальним, а слово «Algorizm», спочатку позначає арифметику, а потім і будь-яку систему обчислень, підпорядковану певним правилам. Так у наше життя прийшов «алгоритм» – правило виконання операцій у певному порядку, що згодом непомітно перебралося з математики в кібернетику.

«Поява комп'ютера та Інтернету була б неможлива без праць Абу Джафара Мухаммеда ібн Муси Ал-Хорезмі, котрий є основоположником алгебри, алгоритмів та основ інформатики», - заявив один із провідних німецьких фахівців із ісламської цивілізації Вольфганг Гюнтер Лерх [3].

Література

1. Болгарський В. В. Очерки по истории математики. – Мн. : Вища школа, 1979. – 368 с.
2. Сираждинов С. Х., Матвиевская Г. П. Ал-Хорезми – выдающийся математик и астроном средневековья / С. Х. Сираждинов, Г. П. Матвиевская. – М. : Просвещение, 1983. – 79 с.
3. http://ega-math.narod.ru.

Поліщук Іванна,
студентка V курсу, спеціальність «Математика та інформатика».
Науковий керівник – ***Дідківська Т. В.,***
кандидат фізико-математичних наук, доцент

ПРО ОДНУ ЗАДАЧУ ДІОФАНТА ТА УЗАГАЛЬНЕННЯ ЙОГО МЕТОДУ

Діофант – одна з найважчих загадок в історії науки. Праці його подібні до сяючого вогню посеред повно непроникної пітьми.
І. Г. Башмакова

Діофант Александрійський – математик Давньої Греції, який жив в Александрії близько III століття нашої ери. До нас дійшло шість із тринадцяти книг математичного трактату Діофанта «Арифметика» і уривки твору «Про багатокутні числа» (всього 189 задач) [1]. Дана праця вміщує матеріал, що відноситься до теорії чисел, зокрема наведено багато задач, що зводяться до невизначених лінійних (їх ще називають діофантовими) та нелінійних рівнянь або їх систем. В «Арифметиці» та «Книзі про багатокутні числа» нетипово для давньогрецьких математиків розв'язками систем рівнянь вже є не тільки натуральні числа, а й додатні раціональні.

Рівняння, які досліджував Діофант, розв'язували ще шумерські та вавилонські математики, піфагорійці та Евклід. Проте праці Діофанта Александрійського більш ґрунтовні, вони стали основою для цілої теорії діофантових рівнянь. Галузь сучасної науки, що сформувалась з даної теорії, називають діофантовим аналізом, або діофантовою геометрією. Ідеї і праці Діофанта дали поштовх для розвитку математики у Середній Азії, на Близькому Сході та в Індії. Деякі з проблем, що заповів наступникам Діофант, розв'язані, інші – не розкрито до цих пір [3].

Отже, ідеї та праці Діофанта відіграли важливу роль в розвитку математики як науки, вплинули на діяльність відомих математиків (Франсуа Вієта, П'єра Ферма та ін.). Його методи розв'язування нелінійних систем рівнянь дали поштовх до розвитку кількох розділів вищої математики, зокрема теорії чисел.

Розглянемо одну із задач Діофанта: знайти три таких числа, щоб квадрат кожного з них, складений із сумою трьох цих чисел, давав квадрат. Нехай $X, Y, Z -$ шукані числа, тоді задача приводить до системи рівнянь: $\{ Y^2 + (X + Y + Z) = \beta^2,$

Розв'язання Діофанта: квадрат половини різниці (додатної, тобто від більшого віднімаємо менше) дільника і частки деякого додатного раціонального числа у сумі з цим числом дає квадрат. Символьно це можна представити наступним чином:

$$\left(\frac{a-b}{2}\right)^2+ab=\left(\frac{a+b}{2}\right)^2, \qquad (1)$$

де $c=ab$ – дане число, a та b – дільник і частка). Після цього Діофант вважає, що сума трьох шуканих чисел X,Y,Z дорівнює x^2, помноженому на число, що має шість дільників, і він бере число 12. Тобто

$$\boldsymbol{X+Y+Z=12x^2} \qquad (2)$$

Число $12=c=ab$ можна представити як $1\cdot 12$; $2\cdot 6$; $3\cdot 4$; де 1; 2; 3; 4; 6; 12 – дільники цього числа. Тепер за вищеописаним правилом (1) замість a і b Діофант підставляє відповідно дільники так, щоб їх добуток дорівнював 12:

$$\begin{cases}\left(\frac{12-1}{2}\right)^2+12\cdot 1=\left(\frac{12+1}{2}\right)^2, & c=12\cdot 1,\ a=12,\ b=1,\\ \left(\frac{6-2}{2}\right)^2+6\cdot 2=\left(\frac{6+2}{2}\right)^2, & c=6\cdot 2,\ a=6,\ b=2,\\ \left(\frac{4-3}{2}\right)^2+4\cdot 3=\left(\frac{4+3}{2}\right)^2, & c=4\cdot 3,\ a=4,\ b=3.\end{cases}$$

Кожен з доданків цього виразу відповідно Діофант вважає рівними шуканим числам X,Y,Z, тобто

$$X=\frac{12-1}{2}x, Y=\frac{6-2}{2}x, Z=\frac{4-3}{2}x.$$

Перевіримо це на основі (1) і (2), підставивши в систему:

$$X^2+(X+Y+Z)=\left(\frac{12-1}{2}x\right)^2+12\cdot 1x^2=\left(\frac{12+1}{2}\right)^2x^2=\left(\frac{12+1}{2}x\right)^2=\alpha^2$$

Для інших рівнянь системи доведення аналогічне.

Як знайти x? Сума $X+Y+Z$ дорівнює:

$$X+Y+Z=\frac{12-1}{2}x+\frac{6-2}{2}x+\frac{4-3}{2}x=\left(\frac{11}{2}+\frac{4}{2}+\frac{1}{2}\right)x=\frac{11+4+1}{2}x$$
$$=\frac{16}{2}x=8x.$$

З іншого боку, раніше було покладено, що $X+Y+Z=12x^2$. Ліві частини рівні, отже, можна прирівняти праві: $8x = 12x^2$. Розв'яжемо отримане рівняння.

$$12x^2 - 8x = 0, \quad 4x(3x-2) = 0, \quad \left[\begin{matrix} x = 0, \\ 3x - 2 = 0; \end{matrix}\right. \left[\begin{matrix} x = 0, \\ x = \frac{2}{3}. \end{matrix}\right.$$

Розв'язок $x = 0$ не задовольняє умові, тому

$x = \frac{2}{3}$.

$X = \frac{11}{2} \cdot \frac{2}{3}, \ Y = 2 \cdot \frac{2}{3}, \ Z = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3};$

$X = \frac{11}{3}, \ Y = \frac{4}{3}, \ Z = \frac{1}{3}.$

Відповідь: шукані числа $\frac{11}{3}, \frac{4}{3}, \frac{1}{3}$ (або як у Діофанта $\frac{22}{6}, \frac{8}{6}, \frac{2}{6}$) [2].

Узагальнимо метод Діофанта.

Беремо будь-яке натуральне число n, що має шість і більше дільників, і покладаємо

$$\boldsymbol{X + Y + Z = nx^2}. \qquad (3)$$

Оскільки три невідомих, то потрібно скласти три пари різних дільників, які в добутку дають n. Якщо кількість дільників числа n більше або рівне шести, то беремо відповідні пари дільників і часток. Три довільних дільника цього числа позначимо через a, b, c (не рівні між собою). Тоді відповідні частки матимуть вигляд $\frac{n}{a}, \ \frac{n}{b}, \ \frac{n}{c}$.

Тобто одержуємо пари дільників числа n, які в добутку дають n:

$\left(a; \frac{n}{a}\right), \left(b; \frac{n}{b}\right), \left(c; \frac{n}{c}\right).$

Вибираємо дільники $a, \ b, \ c$ так, щоб виконувалась умова

$a > \frac{n}{a}; \ b > \frac{n}{b}; \ c > \frac{n}{c}.$

Доведемо, що

$$X = \frac{a - \frac{n}{a}}{2}x, \qquad Y = \frac{b - \frac{n}{b}}{2}x, \qquad Z = \frac{c - \frac{n}{c}}{2}x \qquad (4)$$

будуть розв'язками системи на основі (1) і (3):

$$X^2+(X+Y+Z)=\left(\frac{a-\frac{n}{a}}{2}x\right)^2+a\cdot\frac{n}{a}x^2=\left(\left(\frac{a-\frac{n}{a}}{2}\right)^2+a\cdot\frac{n}{a}\right)x^2=$$

$$=\left(\frac{a+\frac{n}{a}}{2}\right)^2x^2=\alpha^2.$$

Для інших рівнянь системи доведення аналогічне.

Необхідно знайти x із умови $X+Y+Z=nx^2$.

$$\left(\frac{a-\frac{n}{a}}{2}+\frac{b-\frac{n}{b}}{2}+\frac{c-\frac{n}{c}}{2}\right)x=nx^2,\quad \left(\frac{a-\frac{n}{a}}{2}+\frac{b-\frac{n}{b}}{2}+\frac{c-\frac{n}{c}}{2}-nx\right)x=0,$$

Значення $x=0$ не задовольняє умові задачі, отже,

$$\frac{a-\frac{n}{a}}{2}+\frac{b-\frac{n}{b}}{2}+\frac{c-\frac{n}{c}}{2}-nx=0,\qquad x=\frac{a-\frac{n}{a}+b-\frac{n}{b}+c-\frac{n}{c}}{2n}.$$

Підставляємо отримане значення x у вирази (4) для X, Y, Z:

$$X=\frac{a-\frac{n}{a}}{2}\cdot\frac{a-\frac{n}{a}+b-\frac{n}{b}+c-\frac{n}{c}}{2n},\qquad Y=\frac{b-\frac{n}{b}}{2}\cdot\frac{a-\frac{n}{a}+b-\frac{n}{b}+c-\frac{n}{c}}{2n},$$

$$Z=\frac{c-\frac{n}{c}}{2}\cdot\frac{a-\frac{n}{a}+b-\frac{n}{b}+c-\frac{n}{c}}{2n},$$

де $n-$ довільне натуральне число, що має не менше шести дільників, $a,b,c-$ дільники числа n $(a\neq b\neq c)$.

Якщо

$$n=12, a=12, \frac{n}{a}=1;\ b=6, \frac{n}{b}=2; c=4, \frac{n}{c}=3, \text{то } X=\frac{11}{3}, Y=\frac{4}{3}, Z=\frac{1}{3},$$

тобто одержуємо розв'язок Діофанта.

Література

1. Бородин А. И. Биографический словарь деятелей в области математики / А. И. Бородин, А. С. Бугай. – К. : Радянська школа, 1979. – 607 с.

2. Диофант Александрийский. Арифметика и книга о многоугольных числах / пер. И. Н. Веселовского ; ред. и ком. И. Г. Башмаковой. – М. : Наука (ГРФМЛ), 1974. – 328 с.

3. Конфорович А. Г. Колумби математики / А. Г. Конфорович. – К. : Рад. школа, 1982. – 223 с. : іл.

Голубєв Іван,
студент ІІІ курсу, спеціальність "Математика".
Науковий керівник – ***Поліщук З.П.,***
старший викладач

З ІСТОРІЇ НАРОДНИХ МІР ТА ЗЕМЛЕМІРСТВА В УКРАЇНІ

Людина давно збагнула необхідність вимірювати різні величини, причому якомога точніше. З незапам'ятних часів людство застосовувало за одиниці довжини розміри частин людського тіла. Значення цих мір полягає насамперед у тому, що людина могла ними користуватись у будь-яких умовах і обставинах. Крім того, великою перевагою цих мір було те, що розмір ліктів, долонь, пальців у дорослих людей приблизно однаковий.

Самі назви одиниць мір нагадують нам про їх походження від назв частин людського тіла: палець, долоня, стопа, лікоть. Їх рух (крок, розмах рук) теж був основою перших мір довжини. Для вимірювання довжини поля або віддалі до іншого населеного пункту крок був дуже дрібною мірою. Тоді з'явився подвійний крок, або жердина. Довжину тканини незручно було вимірювати кроками, для цього використовували лікоть [2, с. 34]. Мірами меншого були долоня і ширина пальця. У минулому на території України користувалися п'ядями (рис. 1):

а) п'ядь мала — відстань від великого пальця до вказівного;

б) п'ядь середня — відстань від великого до середнього пальця;

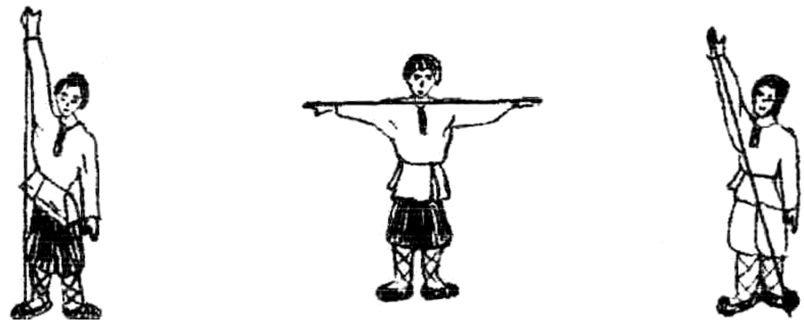
в) п'ядь велика — відстань від великого пальця до мізинця;

г) п'ядь "з кувирком" — до великої п'яді додається відстань від мізинця до великого пальця, підвернутого під руку.

а б в г

Рис. 1. Різні п'яді

У староросійській метрології найменшою мірою була долоня, а найбільшою — сажень, який становив 6 ліктів [3, с. 38]. Найприроднішим визначенням довжини є розмах рук, тобто сажень (назва походить від дієслова “сягати”, що означає дістатися до чого-небудь). До XVII ст. в офіційних документах одночасно існували три види сажнів: казенний, маховий і косий. Казенний сажень — віддаль від кінця середнього пальця витягнутої руки до кінця ступні (рис. 2, а), маховий сажень — віддаль між кінцями пальців розведених рук (рис. 2, б), косий сажень — віддаль від каблука лівої ноги до кінця середнього пальця витягнутої вгору правої руки (рис. 2, в) [1, с. 177].



а б в

Рис. 2. Різні сажені

На Полтавщині в XVIII – XIX ст. відстань на землі міряли досить оригінальною одиницею – “пригами”. Чоловік брав довгу жердину розміром приблизно в людський ріст і стрибав, спершись на палицю. Ця віддаль дорівнювала приблизно одному сажню. Поле завширшки 20 пригів і завдовжки 120 пригів приблизно мало розмір однієї десятини.

У різних віддалених містах Буковини були свої власні міри: жердка – 5 м, або 20 шухів, шух – 25 см, або 12,5 цалів, цаль — 2 або 2,5 см (ширина великого пальця руки), сажень – 3 великих лікті, 2 м, крок – приблизно 80 см, миля – 7 км (довжина шляхів). Використовували й малий лікоть – 50 см (від ліктя до кінця середнього пальця); великий лікоть – 55 см (від ліктя до кінця середнього пальця і через кисть руки); п'ядь, або шпант, — 20 см. Полотно чи ручну тканину, а також коци (килимки) вимірювали аршином або малим та великим ліктями. Відстань також вимірювали “каблукою”, що дорівнює 2 м (у с. Чагар Глибоцького р-ну Чернівецької області).

Існував прилад для вимірювання відстані, який так і називався – сажень. Він являв собою дві планки, які скріплювалися під кутом. Довжина між кінцями скріплених планок становила

Рис. 3. Сажень

сажень (рис. 3).

У с. Дорошівцях Заставнянського району Чернівецької області існували такі міри довжини: лікоть – 60 см, сажень – 2 м, пражина – 3 сажні, шнур – 60 пражин [5].

Однією з поширених одиниць площ на півночі Росії була “вить”, яка в різних місцевостях мала різну величину. Розміри її коливалися від 6 до 10 десятин. Поряд з виттю існували й інші міри площ. У північних губерніях України частково користувалися наступними мірами: лук — 252 квадратні сажні, обжа – 2 луки, соха – 3 обжі. Цікаво, що тут терміни вимірів земляних ділянок збігаються з назвами сільськогосподарських знарядь. Обжа означає люшню (голоблю) у плуга, а також ділянку землі, яку конем можна виорати за день.

Мірами, які виходять з кількості часу, потрібного для обробки поля, є день, упруг, різа. День – площа землі, яку можна виорати ситою парою волів протягом дня, – в Україні дорівнювала приблизно 3/4 десятини. Плуг, опруг, чи упруг – це площа землі, яку виорює пара волів від ранку до обіду. Різа – це площа ділянки землі без сталого розміру: у деяких місцях України вона становила від 3 до 7 десятин [4]. У с. Хажині Житомирської області, де мали свої володіння польські шляхтичі, земельні ділянки вимірювали моргами. Два морги дорівнювали десятині без чвертки. Іноді поле міряли пішаками. Пішак дорівнював трьом моргам. Коли селянин мав два пішаки поля, то казали, що він мав “паровицю” поля. Земельну ділянку, яка дорівнювала 20 моргам, тут називали різою.

Нова система одиниць, яка згодом стала основою для міжнародної системи, була створена в Франції в кінці XVIII століття. За основу одиниці довжини приймався метр, площі — також метр, але квадратний. До того часу в офіційних документах користувались народними мірами.

Література

1. Богданович М.В. Організація навчання задач // Урок математики в початковій школі. – 2012. – С. 177–189.

2. Гап’юк Г.В. Нестандартні завдання з математики – засіб розвитку творчих здібностей школярів // Початкова школа. – 2011. – № 12. – С. 34 –36.

3. Кузнєцова Л.Ю. Цілеспрямована робота з текстовою задачею. — Початкова школа. – 2010. – № 2. – С. 38–42.

4. Стародавні одиниці виміру. – Режим доступу: http://uk.wikipedia.org/wiki/Стародавні_одиниці_виміру

5. Українські народні міри. – Режим доступу: http://studopedia.info/

Мисько Олег,
студент IVкурсу, спеціальність «Фізика».
Науковий керівник – ***Новицький С. В.,***
фізико-математичних наук, старший викладач

МЕТОДОЛОГІЧНІ АСПЕКТИ ВИМІРЮВАННЯ ПИТОМОГО КОНТАКТНОГО ОПОРУ TLM МЕТОДОМ З РІЗНОЮ ГЕОМЕТРІЄЮ КОНТАКТНИХ ПЛОЩАДОК

Омі́чний контáкт – контакт між металом і напівпровідником або двома напівпровідниками, що характеризується симетричною лінійною вольт-амперною характерисникою. На сьогоднішній день омнічні контакти використовуються для створення НВЧ-пристроїв, для систем керування, навігації і зв'язку, а також без інерційних логічних елементів для систем гігабітної електроніки. Тільки на основі використання напівпровідникових елементів став можливий прийом надзвичайно слабких сигналів, мікромініатюризація приймально-передавальної апаратури, підвищення її надійності та коефіцієнта корисної дії (ККД).

При створені такого контакту виникає проблема виборуне тільки матеріалів,а й визначення питомого опору створеного контакту, який буде залежати від вибраної конфігурації контактних площадок і визначатися процесами розповсюдження струму між ними. Врахування процесів розтікання струму в загальному випадку достатньо складний процес який можливо визначити на основі спрощення конфігурації системи, в якій проводяться виміри. Найчастішепотрібно вимірятипитомий опір у випадку тонких шарів напівпровідників, які є електрично ізольовані від підкладки, наприклад p-n переходом. В такому випадку задача визначення питомого опору вирішується в рамках одновимірної моделі протікання струму. Одним із таких методів є TLM метод(transmission line metod). Існує декілька інтерпретацій даного методу , найбільш зручним є використання площадок з радіальною геометрією контактних площадок, так як в цьому випадку ми не будемо враховувати крайові ефекти які створює струм який протікає на краях контактних площадок. В наш час вже оцінені фактори які впливають на помилки при вимірах питомого опору, наприклад розмір контактних площадок і відстань між ними. Із врахуванням цих факторів використання TLM дозволяє точно визачити достатні низькі контактні опори ($\rho_c \sim 10^{-6} - 10^{-5} Ом * см^2$)

Важливо те що поряд з необхідністю можливо більш точного визначення величини ρ_c ,в багатьох випадках нам вистачить отримати інформацію про те,що питомий опір контатних поверхонь не перевищує деякої допустимої величини («оцінку зверху») у випадку використання більш простої методики. В справжній роботі для визначення цих задач використовують різновид радіальної геометрії контактних площадок і описано її застосування в методі TLM.

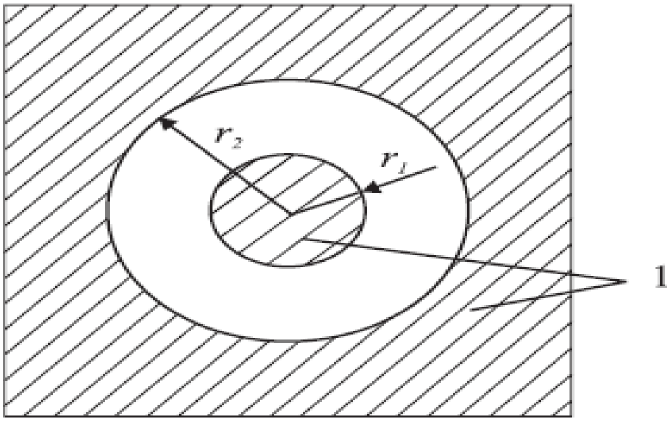


Рис.1. Фрагмент шаблону із радіальною симетрією для визначення питомого опору омнічних контактів. 1-контактне покриття;
r_1 і r_2 – радіус контактних площадок

Для визначення величини ρ_c в роботі був запропонований шаблон який складався із концентричних контактних площадок, менша із яких має радіус r_1, а більша ; r_2(див рисунок) на одному зразку виготовляється декілька таких контактних площадок, при цьому внутрішня площадка має фіксований радіус ; $r_1 = \mathrm{const}$, а величина ; r_2 – змінна. У випадку тонких шарів для визначення питомого опору в шарі напівпровідника методом TLM використовується сукупність значень R_t які вимірюються між цими площадками. Така геометрія потребує достатньо високої однорідності контактного опору по площі зразка, але вона є більш зручною ніж системой концентричних кіл запропонованою в [4]. Враховуючи, що при малій величині R_s величина R_t буде більшою за опір, який виміряно між двома зовнішніми кільцями в схемі [4], за рахунок вкладу площадку малого радіусу r_1вR. В якості альтернативного варіанту використаємо геометрію контактних площадок запропонованих в [3], але радіуси контактних площадок r_1 і r_2 таким образом щоб виконувалась умова ln(r_2/r_1)=C. Де C – постійна величина. Для розрахунку r_1 і r_2 оберемо наступні дані: в першому випадку діапазон вимірів площадок $r_2 - 50 - 250$мкм при незмінному площадок r_1=20мкм; в другому діапазоні площадок r_1-10-30мкм при ln(r_1/r_2)=2 Обрані значення достатньо прийнятні так як зменшення площадок r_1 істотно ускладнює процес виміру, а збільшення площадок r_1 при малих значеннях p_c небажано оскільки зменшення внеску перехідного опору контактів у величину R_t.

В рамках моделі TLM опір між контактними площадками визначається наступним чином [3,4]:

$$R_t = \frac{R_s}{2r}\ln\frac{r_1}{r_2} + \frac{R_5}{2r}\frac{1}{\acute{\alpha}r_1}\frac{I_0(\acute{\alpha}r_1)}{I_1(\acute{\alpha}r_1)} \qquad (1)$$

,

де $R_t -$ повнийопір виміряний між контактними площадками, R_5 –Питомий опір шару провідника; $r_1 i r_2$ – зовнішні і внутрішні радіуси контактних площадок(рис 1).$I_1(\acute{\alpha}r_1)$ і $I_0(\acute{\alpha}r_1)$ – модифіковані функції Бесселя 0 і 1 порядків відповідно; ά=$(R_s/\rho_c)^{1/2}$;

ρ_c-питомий опір омнічних контактів. Очевидно для знаходження ρ_c-з використанням формули (1), реалізований в [3]. Заключається в тому що фіксованому значенні r_1будується залежність змінного опору R_t від ln($r_1 r_2$). Нахил отриманої прямої визначить величину R_s, та величину ρ_c.

Зауважимо, зміна R_tзумовлена тільки зміною r_2і як наслідок, при малих R_s, діапазон зміни R_tнезначний. Така ситуація збільшує похибку визначення ρ_cі потребує хорошої статистики у вимірах. Крім того для проведення тестових вимірів потрібно використовувати потенціальні зонди. В противному випадку величина ρ_c буде завищена за рахунок наявності опору зонд-контактного покриття, так як вона визначається из прямої залежності R_t від ln(r_1/r_2).

Зазначених незручностей можна уникнути, якщо шаблон для формування контактних площадок буде сконструйований таким чином, щоб величина r_1 змінювалась, а значення ln(r_1/r_2) залишалось постійним Відмітимо наступне, що визначення величини ρ_c в TLM методі із використанням геометрії із постійним відношенням зовнішнього і внутрішнього радіусів контактних площадок дає оцінку «згори». Величина похибки залежить від вибраної геометрії контактних площадок і характеристик напівпровідника. Запропонована геометрія (1)побудована на залежності $R_t від r_c$ і дозволяє визначити величину питомого контактного опору або отримати оцінку «згори» в залежності від збільшення частки контактного опору, що збільшує точність виміру ρ_c.

Література

1. Бланк Т.В. Механизмы протекания тока в омических контактах металл-полупроводник. Обзор / Т.В. Бланк, Ю.А. Гольдберг // ФТП. – 2007. – Т. 41. – № 11. – С.1281–1308.

2. Андреев А.Н К вопросу об учете растекания тока в полупроводнике при определении переходного сопротивления омических контактов / А.Н. Андреев, М.Г. Растегаева, В.П. Растегаев, С.А. Решанов // ФТП, 1998. – Т. 32. – № 7. – С. 832–838.

3.Ohmic contacts for semi conductor device sand metod for forming ohmic contacts / G.Boberg [etal.] // Physica Scripta. 1981. – No. 24(405). – P.925–92.

4. Reeves, G.K. Metallur giecalandele ctrical properties of alloyed Ni/AuGe filmson n-type GaAs / G.K.Reeves // Sol.-St. Electron. 1980.No. 23(487). – P. 331–342.

Горпинич Софія,
студентка IV курсу, спеціальність «Фізика»
Науковий керівник – ***Зіновчук А. В.,***
кандидат фізико-математичних наук, доцент

ЕФЕКТ КОНЦЕНТРУВАННЯ СТРУМУ В СВІТЛОДІОДАХ ВИГОТОВЛЕНИХ НА ДІЕЛЕКТРИЧНІЙ ОСНОВІ

Ефект концентрування струму полягає в локалізації струмових ліній в деяких ділянках багатошарової структури, внаслідок протікання струму переважно по шляху найменшого опору. Як наслідок, по значній частині активної області світлодіода, струм майже не протікає і вона стає безвипромінювальною, а частина де локалізується струм затіняється непрозорими металічними контактами. Отже мінімізація ефекту концентрування струму, є важливою задачею на шляху підвищення ефективності світлодіодів на різні спектральні діапазони.

На відміну від видимих діодів модельний розрахунок для інфрачервоних світлодіодів має особливе значення у зв'язку з великими труднощами їх безпосереднього експериментально дослідження. Для цього необхідно було провести розрахунок локальних струмів всередині діодної структури, виходячи із прикладеної напруги до контактів і питомих провідностей складових частин використовуючи пакет COMSOL Multyphysics. COMSOL Multiphysics – це потужне інтерактивне середовище для моделювання та розрахунків більшості наукових та інженерних задач заснованих на диференціальних рівняннях в частинних похідних (PDE) методом скінчених елементів. Так як багато фізичних законів виражаються у формі PDE, стає можливим моделювати широкий спектр наукових і інженерних явищ з багатьох галузях фізики таких як: акустика, хімічні реакції, дифузія, електромагнетизм, гідродинаміка, фільтрування, оптика, квантова механіка, напівпровідникові пристрої та багатьох інших. В тому числі і електродинамічні процеси, що є предметом нашої роботи.

Для світлодіодних мезаструктур, вирощених на діелектричних підкладках, характерне явище обмеження струму. Прикладами світлодіодів з мезаструктурами є світлодіоди InGaN/GaN на сапфірових підкладках. В них контакт *p*-типу зазвичай розміщується на верхній поверхні мезаструктури, а контакт *n*-типу – на буферному шарі *n*-типу, розташованому під мезаструктурой. Це призводить до того, що по краю мезаструктури, на кордоні з контактом n-типу, щільність струму стає вище, ніж у сусідніх областях.

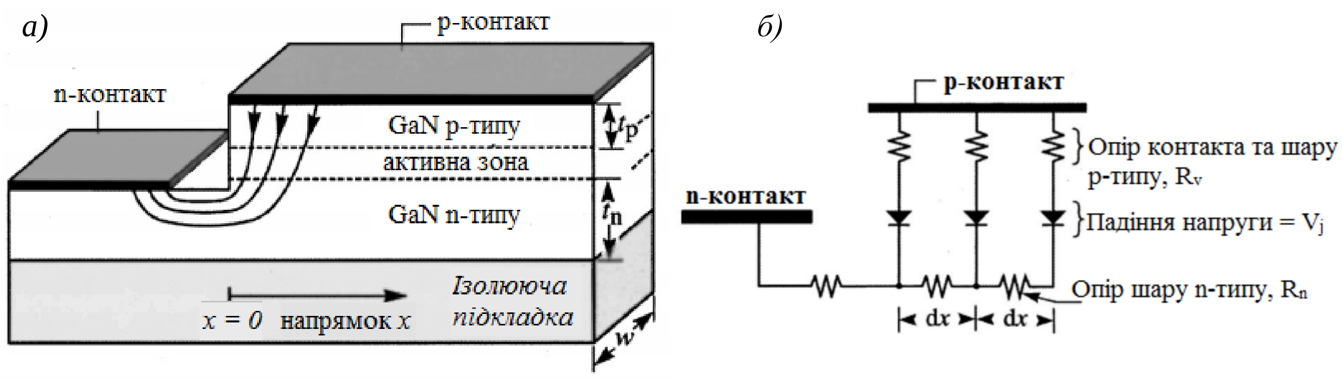


Рис. 1. Вплив обмеження струму в GaN світлодіоді з мезаструктурой, вирощеному на діелектричній підкладці (а) та еквівалентна схема, що складається з опорів бар'єрних шарів n- і p-типу, опору контакту p-типу і ідеальних діодів, відповідних p-n-переходах (б)

На рис. 1, *а* подано поперечний переріз мезаструктури світлодіода, вирощеної на діелектричній підкладці. Інтуїтивно можна припустити, що обмеження струму через *p-n*-перехід відбувається по краям мезаструктури, що і зображено. На рис. 1, *б* показана еквівалентна схема моделі, що враховує опір контакту *p*-типу і опору бар'єрних шарів *n*- і *p*-типу.

Як видно, при малих струмах (*I*<20 мА) ефект концентрування майже відсутній. Це є наслідком того, що при малих напугах опір *p-n* переходу значно перевищує опори *n*- і *p*- шарів. Із зростанням напруги на контактах опір *p-n* переходу різко зменшується і центральний шлях протікання струму безпосередньо під *n*-контактом стає більше переважаючим. Густина струму під верхнім *n*-контактом при I=200 мА більш ніж в 10 разів перевищує густину струму в крайових областях. Абсолютно аналогічно себе буде вести і
просторовий розподіл випромінювання, тобто більша його частина буде затінятися контактом.

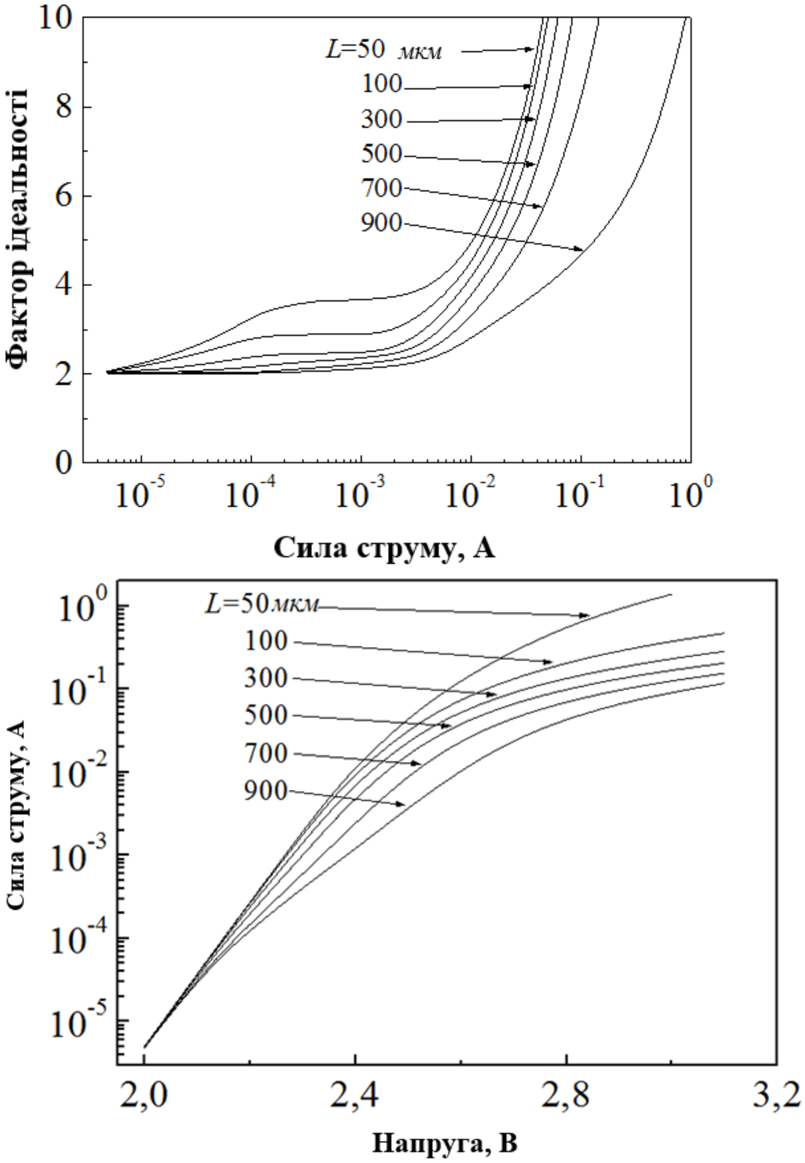


Рис. 2. Вольт-амперні характеристики світлодіода з різними діаметрами верхнього n-контакту

Далі наш розрахунок показав, що ефект концентрування може змірювати вольт-амперну характеристику світлодіодів. Змінюючи діаметр верхнього *n*-контакту ми отримали різні вольт-амперні характеристики при абсолютно однакових всіх інших внутрішніх параметрах світлодіода (рис. 3). Чим більший контакт тим менший вплив локалізації і тим більше вольт-амперна характеристика наближається до ідеальної.

Таким чином, під час виконання роботи було побудовано модель для аналізу процесів впливу конфігурації контактних областей на вольт-амперні характеристики світлодіодів. Було показано, що ефект концентрування має вплив на вольт-амперну характеристику світлодіодів. Для світлодіодів середнього інфрачервоного діапазону, відхилення характеристики зумовлене концентрування починається вже при досить малих струмах, порядку 1 мА.

Література

1. Malyutenko V., Malyutenko O., Podoltsev A., Kucheryavaya I., Matveev B., Remennyi M., Stus N. Current crowding in InAsSb light emitting diodes. // Appl.Phys.Lett. – 2001. – V. 79. – P. 4228.
2. Guo X., Schubert E. Current crowding in GaN/InGaN light emitting diodes on insulating substrate. // J. of Appl. Phys.-2001. – V. 90. – P. 4191.
3. Malyutenko V., Malyutenko O., Zinovchuk A. Room-temperature InAsSbP/InAs light emitting diodes by liquid phase epitaxy for midinfrared (3-5 μm) dynamic scene projection. // Appl. Phys. Lett. – 2006. – V. 89. – P.201114.

Олійник Олександр

студент IV курсу, спеціальність «Фізика та інформатика».

Науковий керівник – ***Новицький С.В.,***

кандидат фізико-математичних наук, старший викладач

ВЛАСТИВОСТІ ОМІЧНОГО КОНТАКТУ

Омічний контакт – контакт між металом і напівпровідником або двома напівпровідниками, що характеризується лінійною і симетричною вольт-амперною характеристикою (ВАХ). Якщо ВАХ асиметрична і нелінійна, то контакт є випрямляючим (наприклад, є контактом з бар'єром Шотткі, на основі якого створено діод Шотткі). У моделі бар'єру Шотткі, випрямлення залежить від різниці між роботою виходу напівпровідника і електронною спорідненістю металу (рис 1).

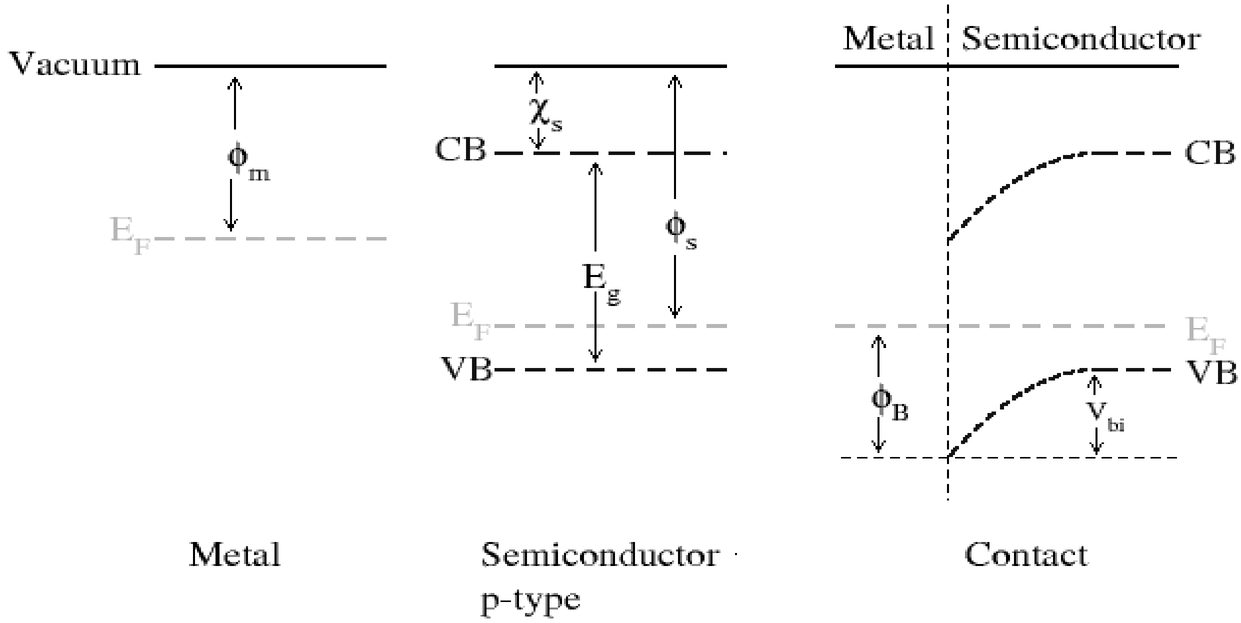


Рис. 1. При контакті металу і напівпровідника р-типу висота бар'єру Шотткі може формуватися, як показано на зонного діаграмі

Однак на практиці, контакти метал-напівпровідник точно не відповідає моделі Шотткі, так як наявність зовнішніх поверхневих станів на межі розділу фаз (наприклад, оксиди і дефекти) може зробити поведінку переходу практично не залежною від різниці між роботою виходу металу і електронної спорідненості. У виробництві напівпровідникових приладів та інтегральних схем для створення омічного контакту, підконтактну область додатково легують (наприклад, n^+ легування для пластин кремнію n-типу і для алюмінієвих контактних майданчиків). При цьому товщина області просторового заряду бар'єра стає настільки малою, що через неї можливо тунелювання носіїв заряду (польова емісія). Такі сильно леговані області структури зазвичай позначають p^+ або n^+.

Незважаючи на те, що процес виготовлення омічних контактів є одним з базових і добре вивчених (принаймні на кремнії), в ньому, тим не менш залишається щось від мистецтва. Надійність виготовлених контактів спирається на цілковиту чистоту поверхні напівпровідника.

Основними кроками у виготовленні контакту є очищення поверхні напівпровідника, осадження контактної металізації, структурування і відпал. Очищення поверхні може бути виконане травленням-розпиленням, хімічним травленням, реактивним газовим травленням або іонним травленням. Наприклад, рідний оксид кремнію може бути видалений за допомогою травлення в HF, в той час як GaAs частіше очищають бромінметанольним травленням. Після очищення метали осідають шляхом напилення, випаровування або хімічного осадження з парової фази (CVD).

Розпилення є більш швидким і зручним методом осадження металу, ніж випаровування, однак іонне бомбардування з плазми може викликати поверхневі стани або навіть інвертувати тип носіїв заряду на поверхні. У зв'язку з цим м'який, але все ще порівняно швидкий CVD найкращий. Структурування контактів здійснюється за стандартним фотолітографічним процесом, зокрема за методом вибухової фотолітографії, де метал наноситься через отвори у шарі фоторезиста, який потім розчиняється. Після осадження в більшості випадків роблять відпал контактів для зняття внутрішніх механічних напружень, а також для стимулювання запланованої твердофазної реакції між металом і напівпровідником.

Вимірювання опору контактів найчастіше здійснюється на спеціальних тестових структурах по одній з модифікацій методу довгої лінії (TLM) [1], чотирьохточковим методом [2] або методом Кельвіна, вибір яких залежить від співвідношення контактного опору і питомого опору плівки напівпровідника і від деталей фотолітографічного процесу.

Напівповідник	**Контактоутворюючий матеріал**
Si	Al, Al-Si, $TiSi_2$, TiN, W, $MoSi_2$, PtSi, $CoSi_2$, WSi_2
Ge	In, AuGa, AuSb
GaAs	AuGe, PdGe, PdSi, Ti/Pt/Au
GaN	Ti/Al/Ti/Au, Pd/Au
SiC	Ni
InSb	In
ZnO	$InSnO_2$, Al
$CuIn_{1-x}Ga_xSe_2$	Mo, $InSnO_2$
HgCdTe	In

Постійна часу RC-ланцюга, яку утворює контактний опір і паразитна ємність, може обмежити частотні характеристики пристроїв. В процесі зарядки-розрядки паразитної ємності провідників і p-n переходів контактний опір є однією з основних причин розсіювання потужності в цифровій електроніці високої тактової частоти. Контактний опір викликає розсіювання потужності через виділення джоулевого тепла в низькочастотних і аналогових схемах (наприклад, сонячних батареях) з менш поширених напівпровідників. Створення методики виготовлення контактів є важливою частиною технологічної розробки нових напівпровідників. Електроміграція і розшарування в контактах також є факторами, що обмежують термін служби електронних пристроїв.

Література

1. Андреев А.Н., Растегаева М.Г., Растегаев В.П., Решанов С.А. К вопросу об учете растекания тока в полупроводнике при определении переходного сопротивления омических контактов ФТП. – 1998.
2. Физические методы диагностики в микро- и наноэлектронике / под ред. А.Е. Беляева, Р.В. Конаковой. – Харьков : ИСМА, 2011. – 284 с.

Касянчук Вадим

магістрант, спеціальність «Фізика та астрономія».

Науковий керівник – ***Новицький С. В.,***

кандидат фізико-математичних наук, старший викладач

НАПІВПРОВІДНИКОВІ З'ЄДНАННЯ ТИПУ A^3B^5

Загальна кількість елементарних напівпровідників невелика, їх електрофізичні властивості не настільки різноманітні, щоб задовольнити вимоги сучасної напівпровідникової техніки. Число ж напівпровідникових з'єднань практично необмежено і, отже, завжди знайдуться речовини з потрібними для практики властивостями.

Краще за інших вивчені бінарні напівпровідникові сполуки. Ймовірно, більшість подвійних сполук, відомих в неорганічній хімії, в тій чи іншій мірі проявляє напівпровідникові властивості. Сюди відносяться численні оксиди металів, сульфіди, селеніди, теллуріди, нітриди, фосфіди, карбіди, силіциди та інші. В основу класифікації напівпровідникових з'єднань можна покласти наступні принципи:

- кристалохімічний (за структурою);
- по розташуванню вихідних елементів в періодичній системі (наприклад, з'єднання елементів $A^{II}B^{VI}$).

Напівпровідникові сполуки $A^{III}B^{V}$ утворюються в результаті взаємодії елементів III і V груп Періодичної системи. У III групі сполуки типу $A^{III}B^{V}$ утворюють елементи бор і алюміній, а також метали підгрупи галію (виняток становить талій). У V групі сполуки типу $A^{III}B^{V}$ дають азот, фосфор, миш'як і сурма. Вісмут не утворює сполук даного ряду.

Найбільш відомі дев'ять з'єднань $A^{III}B^{V}$, що утворюються поєднанням, з одного боку, Al, Ga, In і, з іншого, – фосфору, миш'яку та сурми. З'єднання типу $A^{III}B^{V}$ кристалізуються в решітці цинкової обманки або сфалериту. Одні атоми (A^{III} або B^{V}) займають вершини і центри граней головного куба, а інші - центри чотирьох (з восьми) малих кубів (рис. 1).

Значить, структура AIIIBV аналогічна структурі алмазу з тією тільки різницею, що центри малих кубів зайняті атомами іншого виду в порівнянні з вершинами і центрами граней великого куба. В елементарній комірці, показаної на рис. 1, знаходяться чотири атома одного виду і чотири - іншого. Всього вісім атомів. Таким чином, в кристалічній решітці $A^{III}B^{V}$ кожен атом A^{III} з'єднаний з чотирма атомами B^{V} і, навпаки, кожен атом B^{V} тетраедрично оточений чотирма атомами A^{III}. Тому весь кристал можна розглядати як сукупність нескінченно повторюваних ланок -A-B-, в яких найкоротша відстань між A^{III} і B^{V} залежить від природи цих атомів.

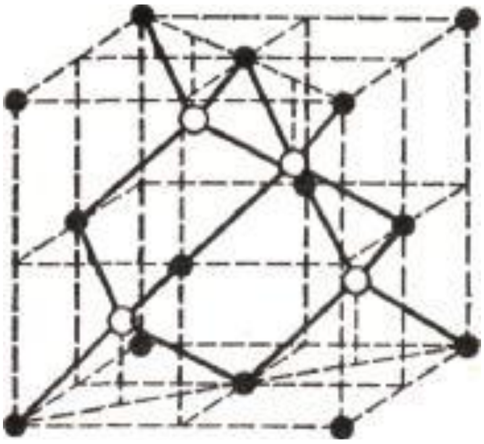


Рис 1 - Сфалерітна структура сполук хімічних зв'язків:чорні точки - атоми A^{III} *; білі - атоми* B^{V}

Для з'єднань $A^{III}B^{V}$ характерний особливий тип хімічного – донорно-акцепторний. З чотирьох ковалентних зв'язків, якими кожен атом вбудовується в гратки, три утворюються валентними електронами атомів A^{III} і B^{V}, а четвертий зв'язок здійснюється неподіленою парою валентних електронів атомів B^{V}.

Більшість з'єднань $A^{III}B^{V}$ характеризується незначними відхиленнями від стехіометричного складу, тому вони відносно прості за механізмом легування, в них легко формуються електронно-діркові переходи. Як правило, введення надлишку одного з компонентів в середу кристалізації не позначається істотно на електрофізичних властивостях матеріалу. Виняток становлять нітриди, в яких виникають труднощі з інверсією типу електропровідності. Зокрема, нітрид галію незалежно від умов отримання кристалів завжди проявляє електропровідність n-типу.

Домішки заміщення в кристалічній решітці сполук $A^{III}B^{V}$ розподіляються таким чином, щоб не виникало центрів з великою надмірною зарядом. Тому домішки елементів II групи - Be, Mg, Zn і Cd, що утворюють тверді розчини заміщення, завжди займають в решітці $A^{III}B^{V}$ вузли металевого компонента і при цьому є акцепторами завдяки меншій валентності в порівнянні з валентністю заміщаються атомів. У той же час домішки елементів VI групи – S, Se, Ti – завжди розташовуються у вузлах B^{V} і грають роль донорів. Більш складним характером відрізняється поведінка домішок елементів IV групи. Оскільки в цьому випадку при заміщенні атомів однієї з двох підрешіток є надлишок або недостача лише одного валентного електрона, то атоми домішок IV групи можуть займати як вузли A^{III}, так і B^{V}, проявляючи при цьому донорні або акцепторні властивості, відповідно. Заміщення має супроводжуватися найменшою деформацією кристалічної решітки.

Тому критерієм донорного або акцепторного дії домішок може служити відповідність розмірів заміщаючих атомів. У більшості випадків атоми домішок елементів IV групи локалізуються в одній з решіток. Наприклад, в антимоніді індію кремній і германій заміщають лише атоми сурми і є акцепторами, а в арсеніді індію заміщають індій і є тільки донорами. Однак в деяких з'єднаннях спостерігається амфотерное поведінку цих домішок. Так, в арсеніді і фосфід галію спостерігається парне входження атомів кремнію і германію в кристалічну решітку сполуки з одночасною заміною вузлів A^{III} і B^{V}. Залежно від ступеня легування, температури росту та складу кристалізаційного середовища має місце переважне входження цих домішок в ту чи іншу підгратках.

Література

1. Мильвидский М. Г. Полупроводниковые материалы в современной электронике. – М., 1986.
2. Горелик С. С., Дашевский М. Я. Материаловедение полупроводников и диэлектриков. – М., 1988.
3. Нашельский А. Я., Технология полупроводниковых материалов. – М., 1987.
4. Пасынков В. В., Сорокин В.., Материалы электронной техники. – 2 изд. – М., 1986.

Мажидова Заріна,
студентка V курсу, спеціальність «Фізика і математика».
Науковий керівник – ***Грищук В.В.,***
кандидат фізико-математичних наук, доцент

ЕНЕРГЕТИЧНА ДІАГРАМА ТОЧКОФИХ ДЕФЕКТІВ В КРИСТАЛАХ ДИФОСФІДУ ЦИНКУ-ГЕРМАНІЮ

Енергетичні рівні, що виявлені в дифосфіді цинку-германію при дослідженні однофотонного домішкового поглинання, двухступінчастого поглинання та процесів випромінювальної рекомбінації наведені в таблиці 1.

Таблиця 1

Енергетичні рівні в кристалах $ZnGeP_2$

№ п/н	Глибина поглинання (енергія іонізації, еВ)	Тип рівня
1	$E_v + 0{,}13$	A
2	$E_v + 0{,}19$	A
3	$E_v + 0{,}26$	A
4	$E_c - 0{,}35$	D
5	$E_c - (0{,}47 - 0{,}60)$	D
6	$E_c - 0{,}52$	D
7	$E_v + 0{,}57$	A
8	$E_c - (0{,}62 - 0{,}69)$	D

Найбільш мілкий акцепторний рівень, що призводить до появи наведеного поглинання також проявляється в дослідженнях по однофотонному домішковому поглинанню , катодолюмінісценції та рентгенолюмінісценції. Те, що він являється акцептором, випливає із його енергії іонізації , яка узгоджується з глибиною залягання акцепторного рівня ~ 0,20еВ, наявність якого в даних кристалах виявлена при дослідженні електрофізичних властивостей [1].

При термообробці дифосфіду цинку-германію в парах цинку, в спектрах домішкового поглинання та катодолюмінісценції з'являються смуги, за виникнення яких відповідальний енергетичний рівень ($E_v + 0{,}19$) еВ. Даний рівень проявляється і в спектрах рентгенолюмінісценції та нелінійного поглинання вихідних кристалів. Із температурної залежності смуги домішкового поглинання, обумовленої даним енергетичним рівнем, випливає його акцепторний тип. Збільшення інтенсивності смуг, які формують даний рівень, в спектрах кристалів, відпалених в парах цинку, дозволяє припустити, що дефекти цинку в германію являються найбільш вірогідним таким акцептором.

Найбільш чітка картина простежується при визначенні природи рівнів ($E_v + 0{,}26$) еВ та ($E_v + 0{,}57$) еВ. Те, що вони акцептори, випливає із досліджень спектрів домішкового поглинання. Зі зниженням температури інтенсивність смуги поглинання, що відповідає переходам рівень ($E_v + 0{,}26$) еВ – зона провідності, зменшується, що характерно для смуг, які пов'язані з рівнями, розташованими поблизу рівня Фермі. Рівень ($E_v + 0{,}57$) еВ проявляється при фотоіонізації центрів у спектрах домішкового поглинання та при фотонейтралізації, заповненого електронами рівня при дії лазера, в спектрах нелінійного поглинання. При відпаленні в парах цинку інтенсивність смуг поглинання, а також смуги випромінювальної рекомбінації, обумовленою рівнем ($E_v + 0{,}26$) еВ, суттєво зменшується. Це дозволяє зв'язати дані рівні з вакансіями цинку або комплексами типу: вакансія цинку – вакансія фосфору. Однак, відпал в парах фосфору не призвів до зникнення смуг поглинання, як очікувалось, якби рівні були зв'язані з вищевказаними комплексами. Якщо врахувати, що вакансії цинку в дифосфіді цинку-германію є двозарядними, то досить вірогідно, що рівень ($E_v + 0{,}26$) еВ обумовлений однозарядними вакансіями цинку, а рівень ($E_v + 0{,}57$) еВ – двозарядними вакансіями цинку. Справедливість даного припущення підтверджена теоретичними розрахунками.

Донорний рівень ($E_c - 0{,}35$) еВ проявляється у всіх проведених експериментах. В наших дослідженнях не вдалося встановити фактори, що впливають на його параметри. Тому зробити припущення відносно його природи не є можливим.

Енергетичне положення рівня ($E_c - 0{,}47 \div 0{,}60$) еВ коррелює зі значенням енергії активації вакансії фосфору ~ 0,42 еВ, визначеної в роботі [2]. Підтвердженням даної природи рівня може слугувати той факт, що інтенсивність смуг випромінювальної рекомбінації та однофотонного домішкового поглинання, наявність яких обумовлена цим рівнем, різко зменшується в спектрах кристалів, термооброблених в парах фосфору.

Зрозуміло, що запропонована нами модель енергетичних рівнів та електронних переходів у забороненій зоні $ZnGeP_2$ потребує подальшого вивчення. Ми сподіваємося, що удосконалення технологічних прийомів вирощування кристалів і розширення методик дослідження дозволить більш глибоко вивчити це питання і значно розширити наші знання про природу властивостей цих кристалів.

Література

1. Грищенко Г.А., Сакалас А.П., Содейка А.С. Електричні властивості $ZnGeP_2$ // Потрійні напівпровідники і їх застосування. – Кишинів.
2. Грищенко Г.А., Петрусенко С.К., Трегуб І.Г., Третьякова Г.В., Тичина І.І. Вакансії фосфору в монокристалах $ZnGeP_2$ // Український фізичний журнал. – 1978. – Т.23. – № 6. – С. 1023–1026.

Севастьянова Олена,
студентка V курсу, спеціальність "Фізика та математика".
Науковий керівник – ***Грищук В.В.,***
кандидат фізико-математичних наук, доцент

ЗАСТОСУВАННЯ МАТРИЧНОГО АПАРАТУ ПРИ РОЗВ'ЯЗУВАННІ ЗАДАЧ З ФІЗИКИ

З метою застосування матричного апарату при розв'язку задач з теоретичної фізики було розглянуто конкретні приклади, а саме: одержання зведених матриць Дірака та матриці моменту інерції при конкретному розподілі мас.

В релятивістській теорії електрона широко використовуються комплексні 4×4 матриці Дірака, які можна одержати наступним чином: $E_{ij} = \widetilde{p_i} \cdot \widetilde{\delta_j}$, де $\widetilde{p_i}, \widetilde{\delta_j}$ – матриці Паулі;

$$\widetilde{\delta_1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \widetilde{\delta_2} = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & i & 0 \end{pmatrix} \widetilde{\delta_3} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\widetilde{p_1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \widetilde{p_2} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -i \\ i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 \end{pmatrix} \widetilde{p_3} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

При цьому ми отримали шістнадцять матриць Дірака з наступними властивостями:

1. Eij2=I
2. $\mathrm{E_{ij}} = \mathrm{E_{ij}^{+}}$, тобто всі ці три матриці ермітовні, і відповідно, на основі властивості 1, унітарні;
3. Шістнадцять матриць E_{ij} майже утворюють математичну групу (в результаті множення двох довільних із цих матриць утворюється

третя, яка належить тому ж набору матриць, з точністю до множника ±1 або ±i);

4. Всі матриці E_{ij}лінійно незалежні, тобто ні одну з них не можна представити у вигляді лінійної комбінації решти 15 матриць.
5. Шістнадцять матриць E_{ij} утворюють повну систему, тобто довільну 4×4 матрицю (зі сталими елементами), яку можна записати у вигляді лінійної комбінації шістнадцяти матриць.

У багатьох задачах фізики, потрібно застосувати матричний аналіз для зведення матриць до діагональної форми. При цьому потрібно провести ортогональне перетворення подібності або унітарне перетворення, яке всі недіагональні матричні елементи робить нулями. Проілюструємо цей метод на відомому прикладі матриці моменту інерції J твердого тіла.

Візьмемо конкретне довільне тверде тіло, яке задане трьома точковими масами $m_1 = 1$ в точці (1;1;-2); m2=2 в точці (-1;1;0); $m_3 = 1$ в точці (1;1;2), та знайдемо матрицю моменту інерції та діагоналізуємо її.

Загальний вигляд матриці інерції

J=JxxJxyJxzJyxJyyJyzJzxJzyJzz

Загальний вигляд діагональних елементів

Jxx=mi·ri2−xi2

Jyy=mi·ri2−yi2

Jzz=mi·ri2−zi2

Загальний вигляд недіагональних елементів

Jxy=Jyx=−mi·xi·yi

Jxz=Jzx=−mi·xi·zi

Jyz=Jzy=−mi·yi·zi

Розв'язування конкретної даної задачі

r1=12+12+(−2)2=6

r2=(−1)2+(−1)2+02=2

r3=12+12+22=6

Jxx=mi·ri2−xi2=m1·r12−x12+m2·r22−x22+m3·r32−x32=5+2+5 =12

Jyy=mi·ri2−yi2=m1·r12−y12+m2·r22−y22+m3·r32−y32=5+2+5 =12

Jzz=mi·ri2−zi2=m1·r12−z12+m2·r22−z22+m3·r32−z32=2+4+2 =8

$J_{xy}=J_{yx}=-m_i \cdot x_i \cdot y_i=-m_1 \cdot x_1 \cdot y_1+m_2 \cdot x_2 \cdot y_2+m_3 \cdot x_3 \cdot y_3=-1-2+1=0$

$J_{xz}=J_{zx}=-m_i \cdot x_i \cdot z_i=-m_1 \cdot x_1 \cdot z_1+m_2 \cdot x_2 \cdot z_2+m_3 \cdot x_3 \cdot z_3=--2+0+2=0$

$J_{yz}=J_{zy}=-m_i \cdot y_i \cdot z_i=-m_1 \cdot y_1 \cdot z_1+m_2 \cdot y_2 \cdot z_2+m_3 \cdot y_3 \cdot z_3=--2+0+2=0$

$J=12000120008$

Таким чином у статті наведено результати застосування матричного апарату при розв'язанні деяких задач теоретичної фізики:

1. Одержано таблицю матриць Дірака;
2. Отримано матрицю моменту інерції при конкретному розподілі мас.

Перспективи подальшого поглибленого застосування матричного аналізу у фізиці пов'язані з комп'ютерними технологіями. Матеріали дипломної роботи можуть бути використані при вивченні та застосуванні матричного апарату.

Література

1. Большакова И.В. Высшая математика : учебное изделие, 2003. – С. 5–10.
2. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. – 2-е изд. – М. : Наука.1967. –576 с.
3. Дубовик В.П., Юрик І.І. Вища математика. – К., 2004. – С. 84–90.
4. Овчинников П.Ф. Яремчик Ф.П., Михайленко В.М. Высшая математика. – К., 1987. – С. 34–41.

Осадчук Вікторія,
магістрантка, спеціальність «Фізика».
Науковий керівник – ***Грищук В.В.,***
кандидат фізико-математичних наук, доцент

ДОСЛІДЖЕННЯ ВИПРОМІНЮВАЛЬНОЇ РЕКОМБІНАЦІЇ В КРИСТАЛАХ ДИФОСФІДУ ЦИНКУ-ГЕРМАНІЮ

Стаття містить дані про спектри люмінесценції, збурених пучком швидких електронів і рентгенівськими променями. Виміри катодолюмінесценції проведені в інтервалі температур (4,2-300) К, а випромінювання реєструвалось в області енергій (1,20-2,50) еВ. Рентгенолюмінесценція кристалів дифосфіду цинку-германію досліджувалась при температурах (77-300) К.

У спектрах випромінювання вихідних кристалів можна виділити дві спектральні ділянки. Одна з них розташована в інтервалі енергій (1,20-1,90) еВ. Вона має декілька смуг випромінювання, які враховуючи зміщення Франка-Кондона, корелюють з відповідними смугами поглинання [1].

Слід відмітити, що спектральне положення смуг випромінювання, а також інтенсивність катодолюмінесценції і рентгенолюмінесценції залежить від методів вирощування кристалів дифосфіду цинку-германію. Так у спектрах випромінювальної рекомбінації кристалів вирощених методом Бріджмена, смуги випромінювання зміщені в низькоенергетичну область в порівнянні з енергетичним положенням тих же смуг в спектрах катодолюмінесценції і рентгенолюмінесценції кристалів, отриманих методом хімічних газотранспортних реакцій.

Температурна залежність інтенсивності досліджуваних смуг катодолюмінесценції, представлена в координатах $\ln\frac{I_0 - I}{I_0} = f\left(\frac{10^3}{T}\right)$ характеризується однією, але різною по величині енергією активації для кожної смуги, що підтверджує правомірність вибраних механізмів рекомбінації: «домішки – валентна зона» і «зона провідності - домішки». На це ж вказують дослідження кінетики смуг поглинання.

Співставлення спектрів катодолюмінесценції в залежності від умов вирощування кристалів і їх термообробки, дозволяє пов'язувати смугу, що має максимум при 1,72 еВ з випромінювальною рекомбінацією на вакансіях цинку.

Випромінювання (1,20-1,40) еВ значно збільшується при відпаленні кристалу в парах цинку і майже зникає при відпаленні в парах фосфору. Цю смугу раціонально пов'язати з випромінювальною рекомбінацією на вакансіях фосфору.

Світіння в області енергій (1,40-1,60) еВ, що з'являється при відпаленні кристалів в парах цинку і фосфору не представлялось пов'язати з яким-небудь власними дефектами гратки. Відповідь на це питання була отримана при дослідженні люмінесценції кристалів, що містять домішки.

Зокрема, введення марганцю, кадмію або сірки призводить до появи окремої смуги з максимумом близько 1,50 еВ. Слід зазначити, що дана смуга проявляється і в спектрах поглинання при відпалі в парах цинку. Зіставлення літературних даних про поведінку домішок в $ZnGeP_2$ і електрофізичних властивостей названих вище кристалів вказує на те, що таке легування і термообробка сприяють витісненню іонів цинку з вузлів кристалічної гратки. Таким чином, смугу випромінювання з максимумом при 1,50 еВ можна пов'язати з утворенням міжвузлових іонів цинку – дефектів Zn. Легування також, підтвердило висловлене нами припущення, що за появу смуги з максимумом при 1,72 еВ відповідальні вакансії цинку [2].

Ізовалентне по відношенню до фосфору легування вісмутом не призводить до суттєвих змін в спектрах випромінювальної рекомбінації. Заміщення іонами вісмуту вакансій фосфору малоймовірно, виходячи із значень їх тетраедричних радіусів. Більш вірогідним, у цьому сенсі, є заміщення вакансій цинку. Цим, зокрема, і можна пояснити зменшення інтенсивності смуги з максимумом при 1,72 еВ.

Друга ділянка спектру випромінювальної рекомбінації розташована в області енергій (2,0-2,50) еВ і його особливості проявляються у вигляді сходинок при енергіях 2,02 еВ, 2,07 еВ, 2,11 еВ, 2,18 еВ, 2,22 еВ, 2,28 еВ і 2,34 еВ на кристалах, вирощених методом хімічних газотранспортних реакцій; в кристалах, отриманих методом Бріджмена, дана спектральна ділянка проявляється у вигляді безструктурного "хвоста". При інтерпретації даного структурного випромінювання необхідно врахувати кілька можливостей. По-перше, випромінювання, що спостерігається перевищує значення ширини забороненої зони і таке випромінювання, в більшості випадків, викликано поверхневими станами. По-друге, не виключено, що за формування даної спектральної ділянки відповідальна міжзонна випромінювальна рекомбінація. У разі непрямої власної рекомбінації має відбуватися зміна квазіімпульсу електрона.

Отже, рекомбінація електронів в мінімумі зони провідності з дірками у валентній зоні супроводжується випусканням або поглинанням фононів. Зменшення інтенсивності випромінювання в кристалах, отриманих методом Бріджмена і мають велику концентрацію домішкових центрів, а також збільшення інтенсивності катодолюмінесценції при зростанні енергії бомбардуючих електронів, поряд з температурною залежністю даної спектральної ділянки, дозволяє зіставити це випромінювання з міжзонним.

Література

1. Горбань И.С., Грищук В.В, Романык П.А. Трегуб И.Г. Спектры примесного поглощения кристаллов $ZnGeP_2$ // Тезисы докладов IV всес. конф. «Тройные полупроводники и их применение». – Кишинев. 1983. – С. 15.

2. Горбань И.С., Грищук В.В, Трегуб И.Г. Примесное поглощение и энергетический спектр локальных центров кристаллов дифосфида цинка-

германия // Физмка и техника полупроводников. – 1984. – № 5. – Том 18. – С. 913–915.

Кириченко Ольга,
студентка V курсу, спеціальність «Фізика та інформатика».
Науковий керівник – ***Ткаченко О.К.,***
кандидат фізико-математичних наук, профессор

ОРІЄНТАЦІЯ РІДКИХ КРИСТАЛІВ ЗА ДОПОМОГОЮ УЛЬТРАФІОЛЕТОВОГО ВИПРОМІНЮВАННЯ

Термін рідкі кристали (РК) був запропонований німецьким фізиком Отто Леманом. Ці речовини були відкриті майже сто років тому, але інтенсивно вивчаються лише останні сорок років, коли почала дуже швидкими темпами розвиватися мікроелектронна техніка.

Рідкі кристали за звичайних умов складаються з багатьох дрібних доменів. В кожному домені є певна орієнтація директора. Завдяки цьому рідкий кристал є оптично неоднорідним і сильно розсіює світло (виглядає як дуже мутна рідина).

Щоб дослідити властивості рідких кристалів і використовуваті їх на практиці, потрібно мати справу з однорідним середовищем. Отже, потрібно зорієнтувати рідкий кристал, тобто зробити його монодоменним.

Для дослідження і використання рідких кристалів використовуються комірки - плоскі капіляри між двома скляними пластинками. Для орієнтації рідкого кристалу спочатку треба задати орієнтацію молекул на обмежувальних стінках комірки. Тоді молекули наступних шарів будуть “шикуватися” відповідно до порядку молекул поверхневого шару і весь об`єм буде заповнений монокристалом.

Орієнтація молекул на поверхні характеризується двома параметрами - віссю легкого орієнтування ***e***, яка задається кутом між директором напівнескінченного рідкого кристалу ***n*** та площиною орієнтуючої поверхні θ і енергією зчеплення *W*. Енергія зчеплення визначає енергію, що необхідна для виведення директора відносно осі легкого орієнтування на деякий кут. В залежності від кута переднахилу θ розрізняють планарну ($\theta = 0$), гомеотропну ($\theta = \pi/2$) і похилу ($0 < \theta < \pi/2$) орієнтацію.

Для того, щоб зорієнтувати директор у певному напрямку і отримати планарну орієнтацію (структуру), існує кілька методів, з яких найбільш поширеними є наступні:

- механічний

- хімічний
- фотоорієнтація

Ефект фотоорієнтації був відкритий на початку 90-х років [1–5]**.** При оптичній орієнтації світлочутлива полімерна плівка наноситься на поверхню підкладки та опромінюється лінійно поляризованим світлом УФ-діапазона і стає анізотропною. Внаслідок цього вона може орієнтувати рідкий кристал. Як правило, директор рідкого кристалу, орієнтований такими поверхнями в рідкокристалічній комірці, є перпендикулярним до вектора поляризації світла.

Методика фотоорієнтації є цікавою як з точки зору фундаментальної науки, так і практичного використання і знаходиться лише на початковій стадії вивчення. Тому, на сьогодні надзвичайно актуальним є знаходження нових матеріалів, придатних для оптичної орієнтації.

У роботі основним матеріалом, що досліджувався, був біметакрильний полімер **P1**, формула якого приведена на рис. 1.

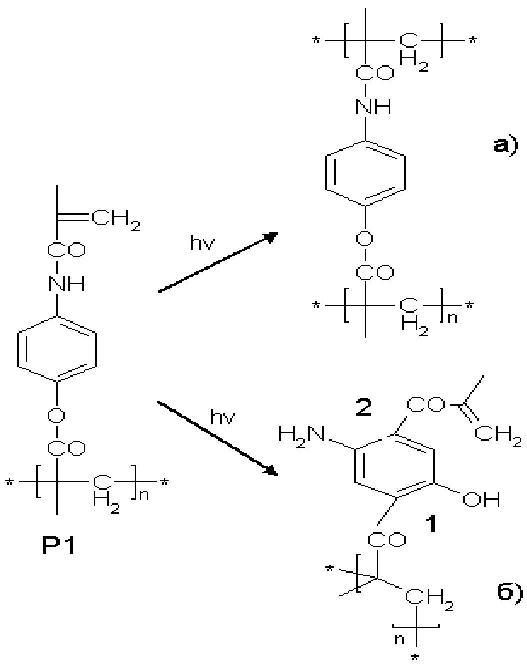


Рис. 1. Фотохімічні перетворення притаманні досліджуваним матеріалам: фотозашивання по метакрильних групах (а) та дві перестановки Фріса (б)

Крім нього було синтезовано ряд модельних сполук **P2-P5**, формули яких приведені нижче.

У полімері **P2** (рис. 2) можливі дві перестановки Фріса, але не можливе фотозашивання. Кожен з гомологів **P3** (рис. 3) і **P4**, під дією

Рис. 2

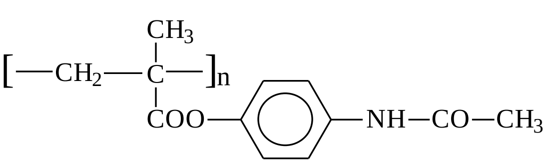
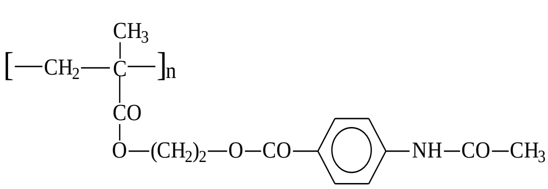


Рис. 3



опромінення, піддається лише одній перестановці Фріса. І, нарешті, матеріал **P5** (рис. 4) може лише фотозшиватися.

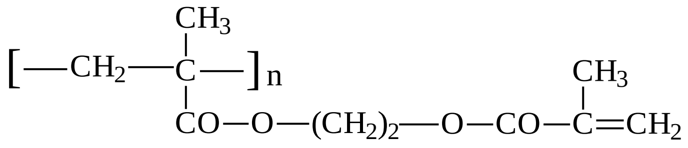


Рис. 4

У межах роботи досліджено новий клас фотоорієнтантів, які забезпечують досить високу для фотоорієнтантів енергію зчеплення, регульований в широких межах кут переднахилу та високу термостабільність.

Встановлено, що як фотозшивання подвійних зв'язків, так і перетворення Фріса призводять до фотоорієнтації. Найкраще зчеплення спостерігається у гомологів у яких проходять перетворення Фріса, а найкраща термостабільність – у гомологах із вільними подвійними С=С зв'язками.

Поєднання перетворень Фріса із фотозшиванням забезпечує високу енергію зчеплення і високу термостабільність орієнтації.

Література

1. Shin-Tson Wu, Deng-Ke Yang. Fundamentals of Liquid Crystal Devices. – Wiley, 2006.

2. K. Ichimura, Y. Suzuki, T. Seki, A. Hosoki, K. Aoki. Langmuir, 4, 1214 (1988).

3. A. Dyadyusha, T. Marusii, Y. Reznikov, A. Khizhnyak, V. Reshetnyak. JETP Lett., 56, 17 (1992).

4. M. Schadt, K. Schmitt, V. Kozenkov, V. Chigrinov. Jpn. J. appl. Phys., 31, 1, 2155 (1992).

5. W.M. Gibbons, T. Kosa, P. Palffy-Muhoray, P.J. Shannon, S.T. Sun. Nature, 377, 43 (1995).

6. O. Yaroshchuk, A. Kadashchuk, Appl.Surf.Sci. 158 (3-4), 357 (2000).

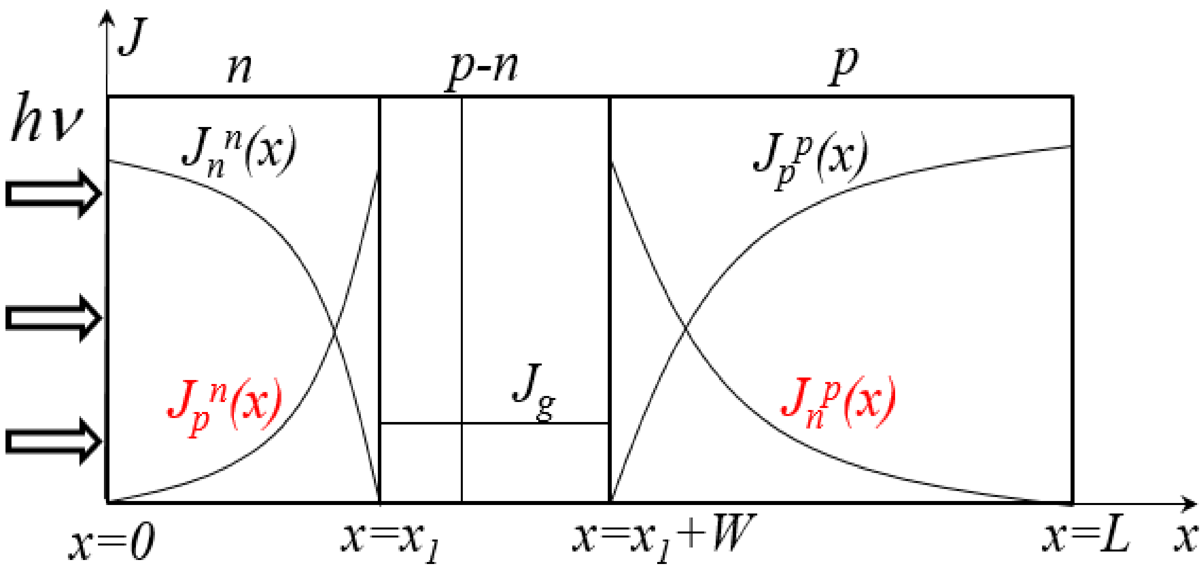
Ярмошик Ярослав
студент IV курсу, спеціальність «Фізика та інформатика».
*Науковий керівник – **Зіновчук А. В.**,*
кандидат фізико-математичних наук, доцент

СПЕКТР ФОТОВІДГУКУ СОНЯЧНИХ ЕЛЕМЕНТІВ НА БАЗІ МОНОКРИСТАЛІЧНОГО КРЕМНІЮ

Ще у 1953 р. вважалося, що максимальний ККД сонячних фотоелементів може становити не більше 0,6%. Але вже у 1955 р. була виготовлена сонячна батарея, ККД окремих елементів якої досягав 10%. У теперішній же час є роботи, в яких вказується, що ККД кремнієвих фотоелементів теоретично, з урахуванням втрат, може бути збільшений до 17%. Це означає, що при сонячній інтенсивності можна буде отримати 150 Вт електроенергії з освітленої сонцем поверхні.

В основі роботи сонячних елементів лежить явище внутрішнього фотоефекту, тобто генерація електронно-діркових пар сонячним світлом з подальшим їх розділенням електричним полем p-n переходу. Розділення призводить до виникнення ЕРС на контактах, яка може бути використана як джерело струму. Сонячне освітлення містить неперервний спектр довжин хвиль в досить широких межах, і на різні довжини хвиль відгук елемента (це є відношення фотоструму до кількості фотонів сонячного випромінювання на даній довжині хвилі) буде різним. У книжках по сонячних елементах питання, що стосуються спектрального відгуку, як правило, майже не розглядаються, або розглядаються тільки якісно.

У найбільш загальному випадку сонячний елемент можна розділити на три частини: 1) n-область достатньо малої товщини на яку падає світло; 2) область об’ємного заряду або власне p-n прехід; 3) і p-область товщина якої, як правило, більша, або й на багато більша від n-області. Використовуючи класичну модель ідеального p-n переходу, що зображена на рис. 1, можна легко показати, що повна густина фотоструму який виникає внаслідок освітлення p-n переходу світлом, може бути представлена у вигляді суми трьох складових. Перша, це струм дифузії дірок в n-області $J_p^n(x_1)$. Друга – струм дифузії електронів в p-області $J_p^n(x_1)$, третя – генераційний струм в області об’ємного заряду $J_p^n(x_1)$. Швидкість генерації є досить важливою складовою цих рівнянь, так як саме вона задає спектральну залежність фотовідгуку елемента.



P

Рис .1. Модель ідеального p-n переходу

Аналітично, залежність швидкості генерації від довжини хвилі може бути задана через спектральні функції оптичних параметрів матеріалу таких як коефіцієнт поглинання і коефіцієнт відбивання, а також від спектру густини потоку падаючого світла. Відмітимо, що останні дві спектральні функції так би мовити, компенсують одна одну, тому їх явний вигляд в роботі, не вводився. Для розв’язання рівнянь дифузії і знаходження дифузійних струмів необхідно задати граничні умови за відсутності прикладеної напруги до елемента (в режимі короткого замикання, де надлишкові концентрації дірок і електронів, що зумовлені освітленням наближатимуться до нуля. Враховуючи відсутність рекомбінації в області об’ємного заряду, генераційний струм в цій області є просто повне число електронно-діркових пар, що утворюються в області об’ємного заряду за 1 секунду. Маючи всі три складових повної густини фотоструму, можна отримати і спектральний відгук елемента.

$$SR(\lambda) = \frac{J(\lambda)}{\varphi(\lambda) * [1 - R(\lambda)]}$$

Сонячне освітлення містить неперервний спектр довжин хвиль в досить широких межах, і на різні довжини хвиль відгук елемента *SR(λ)* (це є відношення фотоструму до кількості фотонів сонячного випромінювання на даній довжині хвилі) буде різним. Для спрощення фізичної інтерпретації результатів, по осі X відкладалась не довжина хвилі, а енергія фотонів. Розрахунок проводився із параметрами і фізичними константами для елемента із монокристалічного кремнію.

Розрахунок показав, що вклад генераційного струму є дуже малим і його можна не враховувати. У довгохвильовій або низькоенергетичній частині спектру (від 1,1 до до 1,5 еВ), найбільший вклад вносить струм дифузії електронів в p-області. Це є наслідком того, що світло цього діапазону відносно слабо поглинається в тонкій верхній n-області і генерує електронно-діркові пари переважно в p-області. З іншої сторони для короткохвильової або високоенергетичної частини спектру (більше 1,5 еВ) основний вклад вносить струм дифузії дірок в n-області.

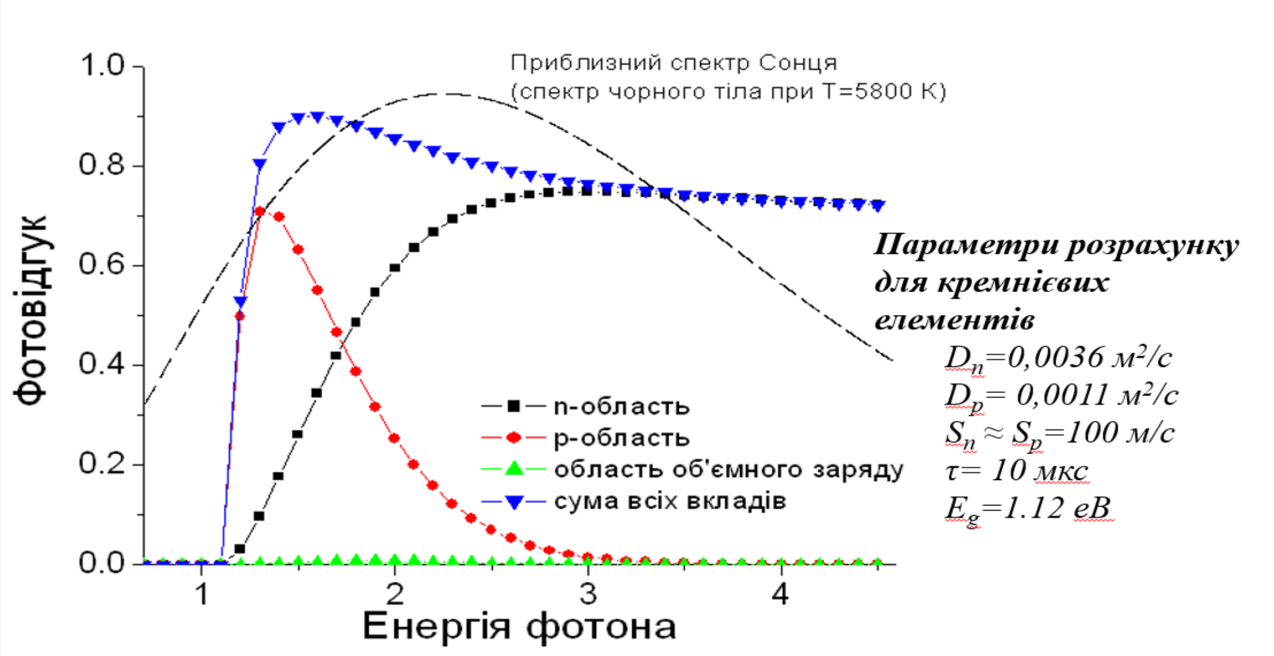


Рис. 2. Залежність фотовікгуку від еренгії фотона

З рис. 2 бачимо, що вклад області об'ємного заряду в фоточутливість сонячного елемента є мінімальний, а основну роль в перетворенні сонячної енергії відіграє фронтальна n-область.

Література

1. Бранч-Бруевич В. Л., Калашников С. Г. Физика полупроводников. – М. : Наука, 1978.

2. Фаренбрух А., Бьюб Р. Соннечные елементы: теория и эксперемент. – 1987.

3. Пасынков В. В., Чиркин Л. К., Шинков А. Д. Полупроводниковые приборы.– М. : Высшая школа, 1981.

4. Алферов Ж. И., Андреев В. М., Румянцев В. Д. Тенденции и перспективы развития солечной фотоенергетики.

Шелест Руслана,
студентка V курсу, спеціальність «Фізика та математика».
Науковий керівник – ***Грищук А.М.,***
кандидат фізико-математичних наук, доцент

ВПЛИВ ПОЛЯРИЗАЦІЙНИХ АКУСТИЧНИХ КОЛИВАНЬ НА СПЕКТР ВИПРОМІНЮВАННЯ БАГАТО КАСКАДНОЇ ПЛОСКОЇ ПЛІВКОВОЇ СТРУКТУРИ НА ОСНОВІ $In_xGa_{1-x}As\,/\,In_xAl_{1-x}As$

Для забезпечення ефективної роботи сучасних квантових каскадних лазерів (ККЛ) та детекторів (ККД) [1–3] важливе місце має дослідження процесів електронного тунелювання в плоских багатошарових напівпровідникових резонансно-тунельних структурах (РТС). Значна увага приділяється теоретичному дослідженню взаємодії електронів з оптичними фононами [3], постійними електричним [1] та магнітним полем [3]. Взаємодія тунельованого електронного потоку зі створюваним ним з полем просторового статичного та динамічного зарядів досліджувалася у роботах [2].

У роботі, що є актуальним при вивчені фізичних властивостей квантового каскадного лазера (ККЛ), на основі моделі пружного континууму розвинена теорія спектру поперечних зміщувальних акустичних фононів, що виникають у двоямній напівпровідниковій РТС з $In_xGa_{1-x}As$ – потенціальними ямами та $In_xAl_{1-x}As$ – потенціальними бар'єрами. Показано, що результати роботи можуть бути використані для побудови теорії взаємодії електронів з акустичними фононами у багатошарових РТС.

Мета статті полягає в дослідженні пружних властивостей квантового каскадного нанолазера.

Розглянемо акустичні коливання в симетричній квантовій ямі, яка утворена з квантових плівок.

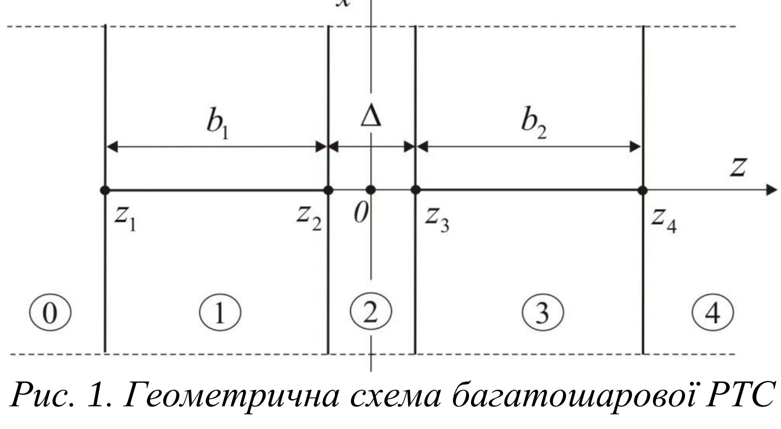


Рис. 1. Геометрична схема багатошарової РТС

У декартовій системі координат розглядається плоска напівпровідникова РТС, що складається з двох потенціальних $In_{1-x}Ga_xAs-$ ям ((1), (3)) та потенціального $In_{1-x}Al_xAs$ – бар'єра ((2)), поміщена в зовнішнє напівпровідникове середовище $In_{1-x}Al_xAs$ ((0), (4)).

У моделі пружного континууму хвильове рівняння для вектора пружного зміщення $\bar{u}(x,y,z)$ в ізотропному середовищі має вигляд:

$$\rho(z)\frac{\partial^2\bar{u}}{\partial t^2}=(C_{12}+2C_{44})\nabla\cdot(\nabla\cdot\bar{u})-C_{44}\nabla\times(\nabla\times\bar{u}), \qquad (1)$$

де густина матеріалу РТС визначається як:

$$\rho(z)=\sum_{p=1}^{4}\rho^{(p)}\left[\theta(z-z_{p-1})-\theta(z-z_p)\right],\;\; z_0=-\infty;\;\; z_5=+\infty,\;\; p=\overline{0,\,4}, \qquad (2)$$

а $\rho^{(p)}=\begin{cases}\rho_0,\; p=1,\,3,\\ \rho_1,\; p=0,\,2,\,4.\end{cases}$ - густина матеріалу,

$C_{12}^{(p)}=\begin{cases}C_{12_0},\\ C_{121},\end{cases}$; $C_{44}^{(p)}=\begin{cases}C_{44_0}, & p=1,\,3,\\ C_{441}, & p=0,\,2,\,4.\end{cases}$ - пружні константи p - го шару РТС, $\theta(z)$ - одинична функція Хевісайда.

З урахування усіх спрощень хвильове рівняння набуде вигляду

$$\rho(z)\frac{\partial^2\bar{u}}{\partial t^2}=C_{44}\nabla^2\bar{u}\,.\quad \rho(z)\frac{\partial^2\bar{u}}{\partial t^2}=C_{44}\nabla^2\bar{u}\,. \qquad (3)$$

Оскільки для поперечних акустичних мод виконуються співвідношення: $\nabla\cdot\bar{u}=0;\;\nabla\times(\nabla\times\bar{u})=-\nabla^2\bar{u}$, (4)

то рівняння (1) набуває вигляду: $\rho(z)\dfrac{\partial^2\bar{u}}{\partial t^2}=C_{44}\nabla^2\bar{u}$.

Розв'язки даного рівняння зводяться до розгляду вектора $\vec{U}$ на суму повздовжніх і поперечних коливань. Шляхом спрощень і перетворень отримаємо розв'язки для нашої системи

$$\frac{\partial^2U_l}{\partial t^2}=v_{l\alpha}^2\Delta U_l$$
$$\frac{\partial^2U_t}{\partial t^2}=v_{t\alpha}^2\Delta U_t \qquad (5)$$

На основі розвиненої теорії виконувався розрахунок спектру акустичних фононів для наноструктури, що складається з двох потенціальних $In_{0.53}Ga_{0.47}As$ - ям та потенціального $In_{0.52}Al_{0.48}As$ – бар'єра, поміщеної в зовнішнє середовище $In_{0.52}Al_{0.48}As$.

На рис. 2. подано залежність енергетичного спектру акустичних фононів від хвильового вектора $q=\dfrac{1}{a}$, де $a=b_1+\Delta+b_2$.

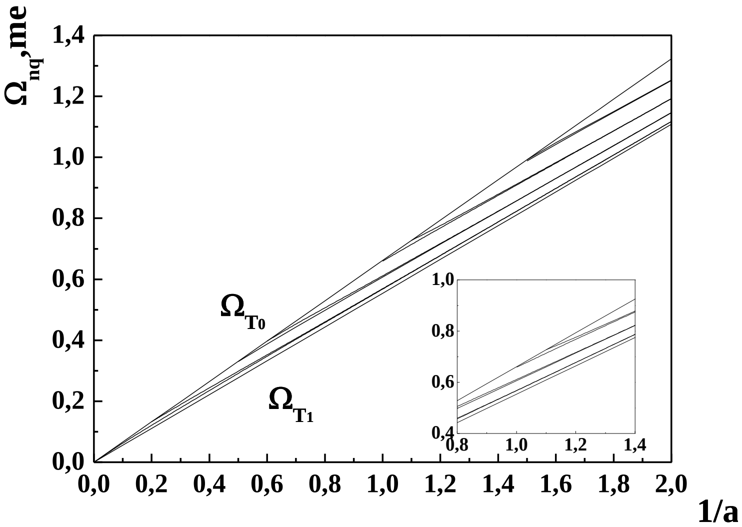


Рис. 2. Залежнсты спектру поперечних акустичних фононів ($\Omega_{n\bar{q}}$) від положення внутрішнього бар'єра (b_1) в загальній потенціальній ямі.

На рис. 3. наведено залежність спектру $\Omega_{n\bar{q}}$ акустичних фононів у залежності від положення внутрішнього бар'єра (b) для значення $q = 1.2$.

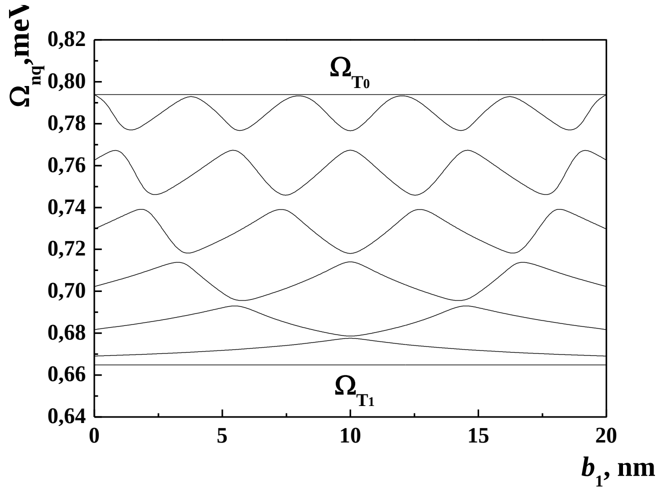


Рис. 3. Залежність спектру поперечних акустичних фононів ($\Omega_{n\bar{q}}$) від положення внутрішнього бар'єра (b_1) в загальній потенціальній ямі при $q = 1.2$.

У пропонованій роботі, із використанням моделі пружного континууму розвинена теорія спектру поперечних акустичних фононів у плоскій багатокаскадній напівпровідникові наноструктурі, що може слугувати активним елементом квантового каскадного лазера чи детектора.

Встановлено залежності фононного спектру від геометричних параметрів досліджуваної наноструктури.

Результати, отримані у роботі, можуть бути використані для побудови теорії взаємодії електронів з поперечними акустичними фононами у багатошарових напівпровідникових наносистемах.

Література

1. L. Schrottke, X. Lü, G. Rozas, K. Biermann and H. T. Grahn. Terahertz GaAs/AlAs quantum-cascade lasers // Appl. Phys. Lett., 108(10) – pp. 102102-1-102102-5 (2016).
2. A. Buffaz, M. Carras, L. Doyennette, A. Nedelcu, X. Marcadet and V. Berger. Quantum cascade detectors for very long wave infrared detection // Appl. Phys. Lett., 96(17), pp. 172101-1-172101-3 (2010).
3. Грищук А.Н. Свойства экситонных спектров в шестигранной квантовой трубке InP/InAs/InP//Петербургский журнал электроники -2014 В.78, №1. – С. 3–11.

Ясінський Олександр,
студент V курсу, спеціальність «Фізика та математика».
Науковий керівник – ***Грищук А. М.,***
кандидат фізико-математичних, доцент

ДОСЛІДЖЕННЯ ПЕРІОДИЧНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ ЕЛЕМЕНТАРНИХ ЧАСТИНОК

Фізика, починаючи з XVI ст., не зупинялася в розвитку. Постійно відкривалися все нові і нові закономірності, і з'являлися нові теорії, які призводили до бурхливого обговорення в наукових колах. Зараз теоретична фізика еволюціонувала до квантової теорії будови всесвіту, яку вчені намагаються перенести на практику і позбавити її грифу «теорія».

Під час заснування теорії всі частинки вирішили класифікувати наступним чином:

1. За статистиками Фермі, Бозе;
2. За масою;
3. За спіном, ізоспіном.

За масою елементарні частинки поділяються на:

- Частинки з нульовою масою:

γ – кванти, δ – гравітони, g – глюони;

- Лептони:

e^-, μ^-, τ^-, ν_e, ν_μ, ν_τ;

- Мезони:

$\pi^{+},\ \pi^{o},\ k^{\pm},\ k^{o}$;

- Нуклони:

$n,\ p,\ \Delta^{++},\ \Delta^{-},\ \Delta^{+},\ \Delta^{o}$.

- Гіперони:

$\lambda^{o},\ E^{-},\ E^{+},\ E^{o},\ \Xi^{\pm},\ \Xi^{o},\ \Omega^{-}$.

- Мезонні та гіпероні резонанси

Формально резонанси відрізняються від інших частинок меншим часом життя. Кожний резонанс характеризується кількома способами розпаду. Чим більша ефективна маса резонансної частинки, тим більше в неї способів (каналів) розпаду. Звичайні елементарні частинки стабільні відносно сильної взаємодії і розпадаються внаслідок слабкої взаємодії або в результаті електромагнітної взаємодії, а деякі з них (фотон, електрон, нейтрино, вільний протон та їхні античастинки) стабільні відносно всіх видів взаємодії. Резонанси виникають і розпадаються в результаті сильної взаємодії, тому їх зараховують до адронів.

Загальноприйнятої термінології щодо резонансів ще немає. Для позначення резонансів використовують літери грецького η, ω, ρ, Ξ), латинського (К, N, Y) та інших алфавітів.

Виявляється, що резонансам можна приписати такі самі квантові числа, як і звичайним метастабільним частинкам, а тому немає підстав не визнавати резонанси частинками. Якщо резонанси існують як частинки, то з графіка неважко визначити їхній час життя. Ширина резонансного піка близько 0,1 ГеВ (на половині висоти), тобто визначаємо енергію резонансу з невизначеністю 0,1 ГеВ. Тоді із співвідношення невизначеностей $\Delta E \Delta t \geq \hbar$ визначаємо час життя резонансної частинки — $5 \cdot 10^{-23}$ с, тобто час життя лише в п’ять разів перевищує час, характерний для сильних взаємодій. Такий малий час життя поставив перед фізиками чимало принципових проблем, зокрема встановлення самого існування резонансів: за час 10^{-23} с безпосередня реєстрація їх неможлива.

Існує два великих класи резонансів: мезонні й баріонні (з нульовою і відмінною від нуля дивністю). Мезонні резонанси спостерігаються при (ππ)-, (Kπ)-, (KK)-взаємодіях. Баріонні резонанси реєструються в реакціях (πN), (KN), (NN), а також при гіперон-піонних, гіперон-нуклонних і гіперон-гіперонних взаємодіях.

Велика кількість резонансних частинок, з одного боку, сприяє виявленню симетрії сильної взаємодії, а з іншого — ускладнює проблему елементарних частинок.

Питання про природу резонансних частинок до цього часу залишається відкритим. Проблема резонансних частинок – одна з найскладніших у фізиці, розв'язання якої належить майбутньому.

- Кванти взаємодій

Виділяють такі кванти взаємодії:

1) *Фотони* $\boldsymbol{\gamma}$ – елементарні частинки, які є носіями електромагнітної взаємодії;

2) *Гравітон* $\boldsymbol{G}$ – гіпотетичний квант, який відповідає за гравітаційну взаємодію;

3) *Глюон* $\boldsymbol{g}$ – квант сильної взаємодії.

4) $\boldsymbol{W^+}, \boldsymbol{W^-}, \boldsymbol{Z_0}$ – кванти слабкої взаємодії.

Хоча в наш час були виявлені мезони із масами більшими за маси нуклонів і навіть деяких гіперонів.

1) За ізоспіном

При дослідах з елементарними частинками було виявлено, що *p* і *n* поводять себе як одна частинка, але з різним зарядом. Кожній частинці було присвоєне квантове число, яке назвали ізоспіном.

З залежності від заку ізоспіну і його значення одна й та сама частинка могла мати різні заряди. Наприклад, для нейтрона і протона таку частинку назвали нуклон.

Відповідно частинки можна класифікувати за ізоспіном (окрім лептонів і квантів) (*рис. 1*).

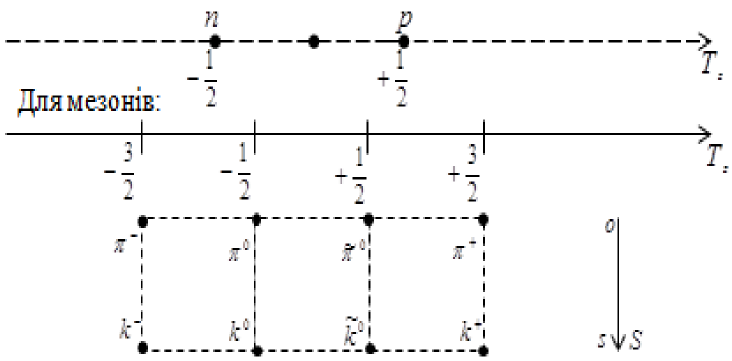
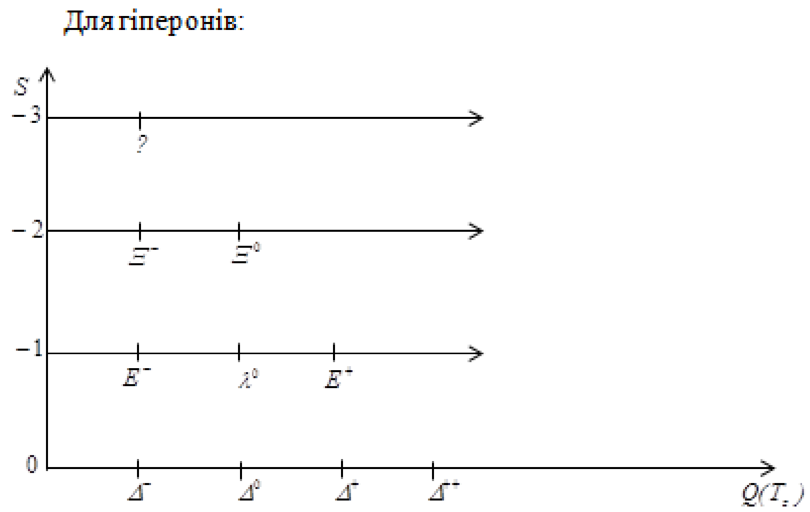


Рис. 1



Продовження рис. 1

На початку 60-х років була проведена перша класифікація елементарних частинок за ізоспіном. Як видно з рисунка в цій класифікації існує порожнє місце для частинки з зарядом $q = -1$ і $s = -3$ (дивність). Під кінець 60-х років цю частинку було знайдено, що підтвердило правильність даної класифікації. Вона отримала назву Ω^- – гіперона: $\Xi^- + k^o \to \Omega^- + \pi^o$.

Зауваження! Крім перекислених вище класифікацій елементарні частинки групують в групи частинок і античастинок.

Отже, сучасна класифікація елементарних частинок не є досконалою, оскільки відсутнє розуміння внутрішніх фундаментальних процесів, які відбуваються в середині цих частинок. На даному етапі, важливу роль в класифікації елементарних частинок будуть відігравати дослідження, які зараз проводяться на Великому агроному колайдері в Женеві. Ці дослідження повинні задати модель поведінки всіх квантів та частинок як одного цілого.

Література

1. Кейн Г. Современная физика элементарных частиц. – М., 1990.
2. Ядерна фізика: Підручник. – 2-ге вид., перероб. і доп. – К. : Знання, 2005. – 439 с. – (Вища освіта XXI століття)
3. Стаття: Електронне джерело. URL [http://polit.ru/article/2014/04/13/rubakov/].

Коробчук Юлія,
студентка V курсу, спеціальність «Математика та інформатика»
Науковий керівник – ***Ленчук І. Г.,***
кандидат технічних наук, доктор педагогічних наук, професор

РОЛЬ РИСУНКА У РОЗВ’ЯЗУВАННІ ГЕОМЕТРИЧНИХ ОЛІМПІАДНИХ ЗАДАЧ НА ДОВЕДЕННЯ

Із давніх-давен геометрію вважають однією з надважливих складових усякої освітянської системи. В стародавній Греції ще в VII ст. до н.е., з часів Фалеса Мілетського, розпочався новий етап у розвитку геометрії. Найперша з наук набула характерного для неї абстрактного напряму розбудови, в ній з’являються доведення.

Часто буває так, що серйозне захоплення особистості геометрією виникає після вдалого розв’язання будь-якої вподобаної нестандартної задачі. Схоже завдання може трапитися на уроці в школі, на занятті математичного гуртка, в журналі або книзі. Геометричні пропозиції – це найбільш діяльнісна й унаочнена частина олімпіадних завдань. Олімпіадні геометричні задачі є джерелом невеликого самостійного дослідження, творчого відкриття. Відомий педагог-математик Д. Пойа писав: «Велике наукове відкриття дає вирішення великої проблеми, а й у вирішенні будь-якої задачі присутня крихта відкриття».

Особливо важливу роль під час розв'язування геометричних задач відіграють правильно і акуратно виконані рисунки. Проте рисунок тут – не мета, а тільки допоміжний засіб. Якщо учень у змозі розв'язати задачу без рисунка, він може його й не виконувати.

Розв’язуючи задачу чи доводячи теорему стереометрії, учень оперує переважно не геометричними тілами в оригіналі, а їх паралельними проекціями, точніше зображеннями на плоскому екрані, які ще називають проекційними кресленнями (рисунками). З іншого боку, навіть якісні рисунки не моделюють самих просторових фігур і, для відшукання “ключа” до розв'язання задачі, створення бездоганного, логічно виваженого ланцюжка доречних умовиводів, потрібно відтворити у власних уявленнях дані просторові фігури.

Таким чином, рисунок немов у в’язці розміщується між просторовою фігурою та її абстрактним уявленням. Воно викликає і розвиває відтворюючу просторову уяву, причому ця робота поліпшується зображеннями, що виконуються на кресленні. Саме тому не менш відомі в

Україні геометри-методисти В. Є. Михайленко та І. Ф. Тесленко зумисне зазначають: «Одним із важливих спільних завдань вивчення курсів геометрії є розвиток в учнів просторових уявлень і просторової уяви, які є опорою геометричної думки. Ці якості потрібні працівникам будь-якої професії. Як відомо, необхідною передумовою уяви є запас уявлень, які підлягають дальшій переробці. Відтворююча уява – це уява чогось нового для даної людини, що спирається на словесний опис або умовне зображення (рисунок, схема тощо). У шкільному віці уява спирається вже на досить значний життєвий досвід і на дедалі більші знання» [1, с. 30].

Геометрія, як предмет відіграє важливу роль у формуванні образного, логічного мислення, розвитку уяви, просторових уявлень, практичних умінь і навичок. Геометричні об’єкти (їх різні комбінації) слугують тим основним матеріалом, на якому створюються площинні та просторові конструкції й відбувається уявлюване оперування ними.

Розглянемо хоча б одну олімпіадну задачу геометрії на доведення, яка явно продемонструє, що рисунок при її розв’язанні відіграє визначальну роль.

Задача. Нехай точка M – середина бісектриси AD гострокутного трикутника ABC. Коло з діаметром AC перетинає відрізок BM у точці E, а коло з діаметром AB перетинає відрізок CM у точці F. Довести, що точки B, E, F і Cлежать на одному колі [2].

Розв’язання. Якщо $AB = AC$, то твердження задачі є очевидним. Без обмеження загальності вважатимемо, що $AB < AC$. Нехай AH – висота трикутника ABC (рис. 1). Тоді точка H лежить між точками B і D. Відрізок AH – спільна хорда кіл ω_1 та ω_2, побудованих на відрізках AB і AC як на діаметрах. Через вершину A проведемо пряму, перпендикулярну до AD, яка перетинає кола ω_1 і ω_2 у відмінних від A точках K і L відповідно.

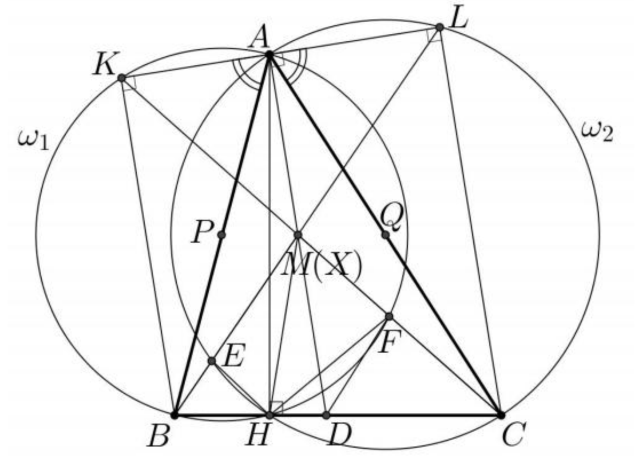


Рис. 1.

Покажемо, що пряма *BL* проходить через точку *M*. Позначимо через *X* точку перетину прямих *BL* і *AD*. Оскільки $KB \parallel AD \parallel LC$, то отримуємо такі пропорції: $\frac{AX}{KB} = \frac{LA}{LK}, \frac{DX}{CL} = \frac{BD}{BC}, \frac{BD}{BC} = \frac{KA}{KL}$.

Отже, $AX = \frac{KB \cdot LA}{LK}$, $DX = \frac{CL \cdot KA}{KL}$. Далі, $\angle KAB = \angle LAC$, і трикутники *AKB* і *ALC* подібні. Звідси $\frac{KA}{LA} = \frac{KB}{LC}$, $LC \cdot KA = KB \cdot AL$. Відтак, $AX = DX$, тобто точка *X* збігається з точкою *M*. Аналогічно доводиться, що пряма *CK* також проходить через точку *M*.

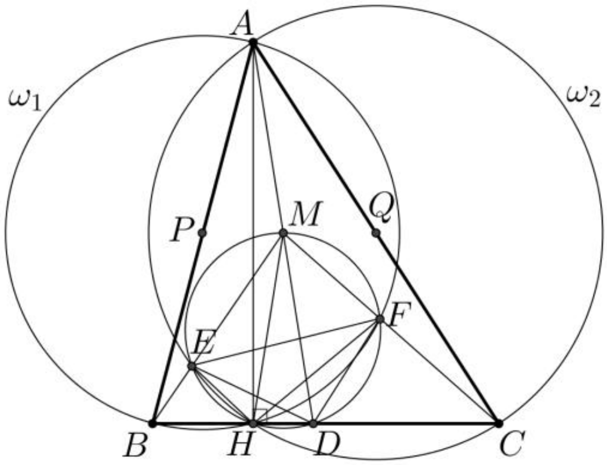


Рис. 2.

Маємо: $\angle DME = \angle LMA = \angle CLE = 180° - \angle DHE$ (ми використали, що чотирикутник *ELCH* вписаний у коло ω_2). Це означає, що точки *E, M, D* і *H* лежать на одному колі. Чотирикутник *KBHF* вписаний у коло ω_1, а тому $\angle DMF = \angle KMA = \angle MKB = 180° - \angle BHF = \angle DHF$, звідки випливає, що точки *M* , *H* , *D* і *F* лежать на одному колі.

Отже, ми довели, що точки *M, E, H, D* і *F* лежать на одному колі. У прямокутному трикутнику *HAD* відрізок *HM* – медіана, проведена до гіпотенузи (рис. 2).

Тому $MD = MH$. У результаті, $\angle MDH = \angle MHD = \angle MED = \angle MFH$.

Розглянемо трикутники *MDE* і *MBD*, в яких кут при вершині *M* спільний, а $\angle MED = \angle MDB$. Отже, $180° - \angle CFE = \angle MFE = \angle MDE = \angle MBD$. З цього й одержуємо, що чотирикутник *BEFC* вписаний. Таким чином, точки *B, E, F* і *C* лежать на одному колі, що й треба було довести.

Геометрія була, є і буде постійною супутницею людини на всьому шляху її розвитку, в усій її довгій, складній і цікавій еволюції. Рисунок у геометрії, як графічне джерело інформації, служить для учнів опорою в міркуваннях. Вміння «бачити» рисунок, переосмислювати його елементи, виділяти суттєві та визначальні співвідношення між ними є важливою умовою успішного пошуку шляхів доведення теорем і розв'язування різнохарактерних і різних за ступенем складності геометричних задач.

Література

1. Михайленко В.Є., Тесленко І.Ф. Зв'язки у викладанні геометрії і креслення у середній школі. – К. : Радянська школа, 1965. – 85 с.
2. Завдання LIII Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики [Електронний ресурс]. – Режим доступу: www.blogspot.com.

Майданович Яна,

студентка V курсу, спеціальність «Математика та інформатика».

Науковий керівник – ***Герус О.Ф.,***

кандидат фізико-математичних наук, доцент

ЕЛЕМЕНТАРНІ ФУНКЦІЇ В АЛГЕБРІ КВАТЕРНІОНІВ

Після побудови алгебри комплексних чисел перед вченими постало нагальне питання про її розширення, щоб мати змогу алгебризувати повороти у просторі подібно до того, як повороти у площині зводяться до множення комплексних чисел. Такими новими числами у XVIII ст. стали кватерніони…

Вважається, що кватерніони були відкриті у 1843 році відомим математиком Уільямом Гамільтоном і згодом набули широкого використання, адже їх відкриття було досить перспективним і очікуваним. Їх почали застосовувати для розв’язання задач з геометрії, теорії чисел, фізики.

Так, невдовзі стало необхідним поширити на алгебру кватерніонів поняття аналітичної функції. Для цього детальніше розглянемо підхід київського математика Леоніда Байрака, котрий ґрунтується на матричній інтегральній формулі Коші:

$$f(H) = \frac{1}{2\pi i}\int\limits_{\Gamma} \frac{f(z)}{zE - H}\,dz,$$

де E – це одинична матриця: $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$,

H – представлення кватерніона $q = q_0 + iq_1 + jq_2 + kq_3$ у вигляді матриці:

$$H = \begin{pmatrix} q_0 + iq_1, & q_2 + iq_3 \\ -q_2 + iq_3, & q_0 - iq_1 \end{pmatrix},$$

а $f(z)$ – аналітична функція комплексної змінної.

У результаті маємо кватерніонну аналітичну функцію кватерніонної змінної.

Отриманий результат подано у вигляді теореми про інтегральну формулу Коші для кватерніонів:

Нехай власні значення $\lambda = q_0 + i|q - q_0|$, $\bar{\lambda} = q_0 - i|q - q_0| \in \mathbb{C}$ кватерніона $q = q_0 + iq_1 + jq_2 + kq_3 \in \mathbb{H}$, $q_0, q_1, q_2, q_3 \in \mathbb{R}$, $q \neq q_0$, де $|q - q_0| = \sqrt{{q_1}^2 + {q_2}^2 + {q_3}^2}$ лежать всередині простого замкнутого контура $\Gamma \subset \mathbb{C}$, орієнтованого додатньо і нехай функція $f(z)$ неперервна на Γ і аналітична всередині Γ. Тоді визначено кватерніонне значення функції $f(q)$, причому

$$f(q) = \mathrm{Re}\left(\frac{1}{2\pi i}\int_{\Gamma} \frac{f(z)}{z-\lambda}dz\right) + \frac{q - q_0}{|q - q_0|}\mathrm{Im}\left(\frac{1}{2\pi i}\int_{\Gamma} \frac{f(z)}{z-\lambda}dz\right), \qquad (1)$$

і, відповідно,

$$f(q) = \mathrm{Re}\big(f(\lambda)\big) + \frac{q - q_0}{|q - q_0|}\mathrm{Im}\big(f(\lambda)\big), \qquad (2)$$

де Re і Im – відповідно дійсна і уявна частини. [1]

Дана теорема є узагальненням теореми про інтегральну формулу Коші і дає змогу обчислювати та будувати кватерніонні аналітичні функції.

Для прикладу обчислимо куб кватерніона q^3:

нехай маємо числове значення кватерніона: $q = 1 + i2 + j3 + k4$

зробимо певні обчислення для даного кватерніона:

$$|q| = \sqrt{1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2} = \sqrt{30}, \quad q_0 = 1, \quad q - q_0 = i2 + j3 + k4,$$

$$|q - q_0| = \sqrt{2^2 + 3^2 + 4^2} = \sqrt{29},$$

за формулою (2) маємо: $(q_0 + iq_1 + jq_2 + kq_3)^3 =$

$$= \mathrm{Re}((q_0 + i|q - q_0|)^3) + \frac{q - q_0}{|q - q_0|}\mathrm{Im}((q_0 + i|q - q_0|)^3)$$

або $\quad q^3 = (q_0 + iq_1 + jq_2 + kq_3)^3 = q_0^3 - 3q_0|q - q_0|^2 +$

$$+ \frac{q - q_0}{|q - q_0|}(3q_0^2|q - q_0| - |q - q_0|^3),$$

спростивши, маємо: $\quad q^3 = (q_0 + iq_1 + jq_2 + kq_3)^3 =$

$$= q_0^3 - 3q_0|q - q_0|^2 + (q - q_0)(3q_0^2 - |q - q_0|^2)$$

Підставляючи числові значення, знаходимо:

$$q^3 = (1 + i2 + j3 + k4)^3 = 1 - 87 + (i2 + j3 + k4)(-26).$$

Тобто $q^3 = (1 + i2 + j3 + k4)^3 = -86 - i52 - j78 - k104$. Безпосередня перевірка множенням дає ту ж саму відповідь.

Література

1. http://e-science.ru/forum/index.php?showtopic=21283
2. Избранные главы анализа и высшей алгебры : учеб. пособие / Фадеев Д. К., Вулих Б. З., Уральцева Н. Н. – Л. : Изд-во Ленингр. ун-та, 1981. 200 с.

Пупишева Анна,
студентка VI курсу, спеціальність «Математика»,
Куратова Тетяна,
студентка V курсу, спеціальність «Математика та інформатика»,
Науковий керівник – ***Михайленко В. В.,***
доктор фізико-математичних наук, професор

ПРО ОДНЕ ЗОБРАЖЕННЯ КОЕФІЦІЄНТІВ ФУР'Є СТАЦІОНАРНОЇ РЕАКЦІЇ НЕЛІНІЙНОЇ СИСТЕМИ НА МОНОГАРМОНІЧНЕ ЗБУДЖЕННЯ

Нехай деяка нелінійна система піддається моногармонічному збудженню

$$A(t)A'\cos\omega t - A''\sin\omega t \qquad (1)$$

з круговою частотою ω і амплітудою $A=\sqrt{A'^2+A''^2}$. Припустимо, що величини, які описують стаціонарну реакцію системи на це збудження, розкладаються в ряд Фур'є. Нехай

$$u=\frac{u_0}{2}+\sum_{n=1}^{+\infty}[u_n'\cos n\omega t - u_n''\sin n\omega t]=\frac{1}{2}\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\tilde{u}_n e^{in\omega t} \qquad (2)$$

– одна з таких величин. Тут

$$\tilde{u}_n = u_n' + iu_n'', i = \sqrt{-1}, n \geq 1;\ \tilde{u}_{-n} = \bar{\tilde{u}}_n, \tilde{u}_0 = u_0.$$

Риска зверху означає комплексно-спряжену величину.

Очевидно, що коефіцієнти Фур'є є деякими функціями величин A', A''

$$\tilde{u}_n = \tilde{F}_n(A', A''), n = 0, 1, 2, \ldots . \qquad (3)$$

Ці функції мають бути інваріантними відносно перетворення зсуву в часі, а саме, у випадку заміни в (1) і (2) t на $t+\Delta t$

$$A(t+\Delta t) = (A'\cos\varphi - A''\sin\varphi)\cos\omega t - (A'\sin\varphi - A''\cos\varphi)\sin\omega t,$$

$$u(t+\Delta t) = \frac{1}{2}\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\tilde{u}_n e^{in\varphi}e^{in\omega t},$$

де $\varphi = \omega\Delta t$, і введення позначень

$$x = A'\cos\varphi - A''\sin\varphi, \qquad y = A'\sin\varphi - A''\cos\varphi$$

повинні виконуватись рівності

$$\tilde{u}_n e^{in\varphi} = \tilde{F}_n(x, y)$$

або

$$\tilde{u}_n = \tilde{F}_n(x,y)e^{-in\varphi}, n = 0, 1, 2, \ldots, \qquad (4)$$

де $\tilde{F}_n$ – та сама функція, що і в (3).

Параметр φ із співвідношення (4) можна виключити. Для цього знайдемо похідну $\frac{d\tilde{u}_n}{d\varphi}$ і прирівняємо її до нуля. В результаті дістанемо

$$\frac{\partial \tilde{F}_n}{\partial x} y - \frac{\partial \tilde{F}_n}{\partial y} x + in\tilde{F}_n = 0.$$

Якщо в останньому рівнянні зробити заміни

$$x \to A', \qquad y \to A'', \qquad \tilde{F}_n \to \tilde{u}_n$$

прийдемо до рівняння

$$\frac{\partial \tilde{u}_n}{\partial A'} A'' - \frac{\partial \tilde{u}_n}{\partial A''} A' + in\tilde{u}_n = 0.$$

Легко переконатись, що загальним розв'язком цього рівняння є

$$\tilde{u}_n = \tilde{U}_n(A^2)\tilde{A}^n, n = 0, 1, 2, \ldots. \qquad (5)$$

Тут $\tilde{A} = A' + iA''$ – комплексна амплітуда збудження; $\tilde{U}_0$ – довільна дійсна, а $\tilde{U}_1, \tilde{U}_2, \ldots$ – довільні комплекснозначні функції квадрата амплітуди збудження.

Висновок. Обґрунтовується зображення коефіцієнтів Фур'є стаціонарної реакції нелінійної системи на моногармонічне збудження як функцій складових комплексної амплітуди навантаження. Загальний вигляд цих функцій з'ясовується з використанням умови їхньої інваріантності відносно перетворення зсуву у часі. У результаті кожен комплексний коефіцієнт Фур'є зображується як добуток деякої комплекснозначної функції квадрата амплітуди навантаження на відповідний степінь комплексної амплітуди навантаження. Таке представлення коефіцієнтів Фур'є дає можливість звести нескінченну систему рівнянь гармонічного балансу відносно коефіцієнтів Фур'є до нескінченної системи рівнянь відносно невідомих функцій квадрата амплітуди навантаження. Ця система допускає побудову розв'язків у вигляді рядів за парними степенями амплітуди навантаження.

Література

1. Боголюбов Н. Н. Асимтотические методы в теории нелинейных колебаний / Н. Н. Боголюбов, Ю. А. Митропольский. – Москва : Наука, 1974. – 504 с.

2. Митропольский Ю. А. Нелинейная механика. Одночастотные колебания. – К. : Институт механики НАН Украины, 1997. – 344 с.

Свойкіна Сніжана,
студентка VI курсу, спеціальність «Середня освіта (Математика)»,
Вербельчук Наталія,
студентка V курсу, спеціальність «Математика»
Науковий керівник – ***Михайленко В.В.****,*
доктор фізико-математичних наук, професор.

ФОРМУЛА ДИНАМІЧНОГО КОЕФІЦІЄНТА П'ЄЗОЕЛЕКТРИЧНОГО ЗВ'ЯЗКУ ДЛЯ ЗСУВНИХ ТОВЩИННИХ КОЛИВАНЬ П'ЄЗОЕЛЕКТРИЧНОЇ ПЛАСТИНИ

Одним із основних питань будь-якої теорії п'єзоелектричних тіл є питання про оцінку ефективності електромеханічного перетворення енергії. Найбільш повною характеристикою цього перетворення є коефіцієнт електромеханічного зв'язку (КЕМЗ). Він характеризує перетворення енергії в п'єзоелектричних матеріалах краще, ніж сукупність п'єзоелектричних, діелектричних і механічних властивостях. Статистичні КЕМЗ виражаються за відомими співвідношеннями через характеристики п'єзоелектричного матеріалу. В динамічному випадку КЕМЗ залежить від розподілу електромеханічних величин і тому є функцією геометричних розмірів п'єзоелемента.

У разі гармонічних коливань п'єзоелемента динамічний КЕМЗ визначається співвідношеннями [1, 2]:

$k_d^2 = \frac{k^2}{1+k^2}$, $\quad k^2 = \frac{(Q-c_\varepsilon \Delta\varphi)^2 c_\varepsilon^{-1}}{2U_T - c_\varepsilon (\Delta\varphi)^2}$, що ґрунтуються на енергетичному підході А.Ф.Улітка.

Тут: Q – амплітуда заряду на електроді; c_ε – ємність п'єзоелемента на нульових деформаціях (у разі відсутності п'єзоефекту); $\Delta\varphi$ – амплітуда різниці потенціалів (напруги) на електродах; U_T – усереднена за цикл коливань внутрішня електромеханічна енергія в об'ємі п'єзоелемента.

Постановка задачі про зсувні товщинні коливання тонкої п'єзоелектричної пластини складається з рівнянь руху

$$\frac{d\sigma_{xz}}{dx} + \rho\omega^2 u_z = 0\ ,$$

рівнянь електростатики

$$\frac{dD_x}{dx} = 0, E_x = -\frac{d\varphi}{dx},$$

кінематичного співвідношення

$$\varepsilon_{xz} = \frac{dU_z}{dx},$$

визначальних рівнянь

$$\begin{cases}\sigma_{xz} = C_{55}^D \varepsilon_{xz} - h_{15} D_x \\ E_x = -h_{15}\varepsilon_{xz} + \beta_{11}^{\varepsilon} D_x\end{cases},$$

та граничних умов

$$\sigma_{xz} = 0 \text{ для } x = \pm\frac{h}{2};\ \varphi\left(\pm\frac{h}{2}\right) = \pm\frac{\Delta\varphi}{2}.$$

Тут: h – товщина пластини; ρ – густина матеріалу; U_z – амплітуда механічного переміщення вздовж осі Oz; σ_{xz} – амплітуда механічного напруження; ε_{xz} – амплітуда деформації; E_x – амплітуда напруження електричного поля; D_x – амплітуда індукції електричного поля; φ – амплітуда електричного потенціала; C_{55}^D, h_{15}, β_{11}^{ε} – механічна,п’єзоелектрична та діелектрична характеристики матеріалу.

У результаті розв’язання наведеної задачі для внутрішньої енергії в об’ємі п’єзоелемента дістанемо

$$2U_T = S\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} (\sigma_{xz}\varepsilon_{xz} + E_x D_x)dx =$$

$$= \frac{(\Delta\varphi)^2 S}{h\beta_{11}^{\varepsilon}(1 - k_{15}^2\frac{tg\theta}{\theta})^2}\left[1 + \frac{k_{15}^2}{2cos^2\theta}\left(1 + \frac{sin2\theta}{2\theta}\right) - \frac{2k_{15}^2}{cos\theta}\cdot\frac{sin\theta}{\theta}\right].$$

Тут: S – площа грані (площа електрода),

$h_{15}^2 = \frac{h_{15}^2}{C_{55}^D \beta_{11}^{\varepsilon}}$ – статичний КЕМЗ,

$\theta = \frac{h}{2}\sqrt{\frac{\rho\omega^2}{C_{55}^D}}$ – безрозмірна частота.

Ємність елемента на нульових деформаціях дорівнює

$$C_{\varepsilon} = \frac{S}{h\beta_{11}^{\varepsilon}}.$$

Для заряда электроду дістаємо

$$Q = C_{\varepsilon}\Delta\varphi \cdot \frac{1}{1 - k_{15}^2\frac{tg\theta}{\theta}}.$$

У результаті формула для квадрата динамічного КЕМЗ набуває вигляду

$$k_d^2 = k_{15}^2\frac{2\cdot\frac{sin^2\theta}{\theta^2}}{1 + \frac{sin2\theta}{2\theta}}.$$

Висновок. Одержано формулу для оцінки ефективності перетворення електромеханічної енергії п’єзоелектричною пластиною у разі зсувних товщинних коливань.

Література

1. Karnauhov V.G.,Mikhailenko V.V. Nonlinear single-frequency vibrations and dissipative heating of inelastic piezoelectric bodies // Int. Appl. Mech. – 2002. – 38, N 5. – P. 521–547.
2. Карнаухов В.Г., Михайленко В.В. Нелинейная термомеханика пьезоэлектрических неупругих тел при моногармоническом напружении : монография. – Житомир : ЖГТУ, 2005 – 428 с.

Ярмоленко Тетяна,
студентка 1V курсу, спеціальність „Математика та фізика”.
Науковий керівник – ***Сарана О. А.,***
кандидат фізико-математичних наук, доцент

НЕРІВНІСТЬ КОШІ ТА ДЕЯКІ ЇЇ УЗАГАЛЬНЕННЯ

Нерівності відіграють дуже велику роль у сучасній математиці:лінійне та нелінійне програмування, теорія ігор, дослідження функцій неможливе без нерівностей. З числовими нерівностями та їх властивостями учні ознайомлюються в основній школі. Там же вони вивчають окремі методи розв'язування нерівностей та їх доведення. У старшій школі нерівності зустрічаються при вивченні границь, похідної, інтегралів, розв'язуванні деяких прикладних задач. Геометричні нерівності є досить важливою частиною планіметрії. Загальні ідеї, які часто застосовують при розв’язанні, базуються на відомих властивостях алгебраїчних нерівностей [2, 4].

Досвід показує, що учні допускають багато помилок при розв’язуванні нерівностей, а завдання на доведення навіть простих нерівностей викликають неабиякі труднощі.Завдання такого типу є чи не найважчими задачами шкільного курсу. Без доведення нерівностей не проходять і олімпіади з математики, тому обрана тема є досить актуальною. Також актуальність цієї теми полягає у прикладному застосуванні геометричних нерівностей. Розв'язання задач на доведення вимагає творчого і логічного мислення, тому що при доведенні деяких нерівностей часто застосовуються штучні прийоми [1, 3].

Мета роботи – вивчити і докладно викласти матеріал даної теми, а також підібрати та розв’язати ряд задач на доведення нерівностей.

Завдання роботи:

•Розкрити зміст нерівності Коші.

•Показати різні способи її доведення.

•Розглянути деякі узагальнення нерівності Коші.

•Розглянути деякі базові нерівності, які пов'язані з нерівністю Коші.

•Підібрати, скласти та розв'язати ряд задач на доведення нерівностей.

Дана робота складається з вступу; двох розділів: теоретичної та практичної частини; висновків та списку використаної літератури.

В даній роботі розглядається нерівність Коші та деякі її узагальнення, а також різні способи доведення даної нерівності.

$\sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot \ldots \cdot a_n} \le \frac{a_1 + a_2 + \cdots + a_n}{n}$ – нерівність Коші

Для невід'ємних чисел $a_1, a_2, \ldots, a_n$

число $A = \frac{a_1 + a_2 + \cdots + a_n}{n}$ називається середнім арифметичним;

число $G = \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot \ldots \cdot a_n}$ –середнім геометричним;

число $S_m = \sqrt[m]{\frac{a_1^2 + a_2^2 + \cdots + a_n^2}{n}}$ –середнім степеневим порядку m;

число $Q = \sqrt{\frac{a_1^2 + a_2^2 + \cdots + a_n^2}{n}}$ – середнім квадратичним.

Для додатних чисел $a_1, a_2, \ldots, a_n$ число $H = \frac{n}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \cdots + \frac{1}{a_n}}$ називається середнім гармонічним.

Маємо $Q \ge A \ge G \ge H$, або

$$\sqrt{\frac{a_1^2 + a_2^2 + \cdots + a_n^2}{n}} \ge \frac{a_1 + a_2 + \cdots + a_n}{n} \ge \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot \ldots \cdot a_n} \ge \frac{n}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \cdots + \frac{1}{a_n}}. \; [5]$$

Також складено ряд задач на доведення, які можна використовувати на математичних олімпіадах. Для прикладу наведу декілька з них:

1) $x^3y + 3y^3z + 9z^3t + 3t^3x \ge 12xyzt;$

2) $a^3b^2 + 2b^3c^2 + 4c^3d^2 + 8d^3e^2 + 16e^3a^2 \ge 20abcde;$

3) $\sqrt{x^4 + 4y^8 + 4z^4 + 16t^8} \ge 2x^{\frac{1}{2}}yz^{\frac{1}{2}}t;$

4) $\frac{1}{4}(x^3y + 5y^3z + 25z^3t + 5t^3x) \ge \frac{100x^3y^3z^3t^3}{25y^2z^3t^3 + 5z^2x^3t^3 + t^2x^3y^3 + 5x^2z^3y^3};$

5) $x^3y + 5y^3z + 25z^3t + 5t^3x \ge 20xyzt;$

6) $$\frac{32}{a^7b+a^7c+c^7d+d^7a} \le \frac{4}{a^5b^3}+\frac{2}{b^5c^3}+\frac{2}{c^5d^3}+\frac{1}{d^5a^3};$$

7) $$\frac{1}{9}x^2yz+\frac{1}{3}y^2zt+t^2zx \ge xyzt;$$

8) $$\frac{32}{a^8+b^8+c^8+d^8} \le \frac{4}{a^5b^3}+\frac{2}{b^5c^3}+\frac{2}{c^5d^3}+\frac{1}{d^5a^3}.$$

Література

1. Беккенбах Є. Введения в неравенства : навч. посібн. / Є. Буккенбах, Р. Беллман. – М. : Мир, 1965. – 165с.
2. Ядренко М. Й. У світі математики : збірник науково популярних статей / М. Й. Ядренко– К. : Радянська школа, 1987. – 240с.
3. Федак І.В. Розв'язування рівнянь. Доведення нерівностей : посібник для підготовки до математичних олімпіад у 9-10 класах. – Тернопіль, 1997. – 64 с.
4. Харди Г. Г. Неравенства: Навч. посіб. /Г. Г.Харди,Дж. Е. Литтльд, Г. Полиа. – М. : Государственное изд-во иностр. л-ри, 1948. – 456 с.
5. Сарана О. А. Математичні олімпіади: просте і складне поруч : навч. посібн. – Тернопіль : Навчальна книга–Богдан, 2011. – 400 с.

Іллюк Наталія,
студентка V курсу, спеціальність «Математика та інформатика».
Науковий керівник – ***Семенець С. П.,***
доктор педагогічних наук, професор

ПОБУДОВА ІНВЕРСІЙНИХ ОБРАЗІВ ЗА ДОПОМОГОЮ ПРОГРАМИ «GEOGEBRA»

Інформаційно-технологічний етап розвитку суспільства, нагальність модернізації та оптимізації процесу підготовки фахівців обумовлюють необхідність розроблення та використання сучасних засобів інформаційно-комп’ютерних технологій навчання. Окреслена проблема студіюється в роботах М. І. Жалдака, В. І. Клочка, Ю. І. Машбиця, Н. В. Морзе, С. А. Ракова, Ю. С. Рамського, О. В. Співаковського, О. М. Спіріна, Ю. В. Триуса. Однак дотепер недостатньо дослідженою залишається проблема дидактично виваженого використання сучасних програмних засобів у процесі вивчення геометричних перетворень.

Мета статті – розкрити та обґрунтувати алгоритм побудови інверсних образів за допомогою програми «GeoGebra».

«GeoGebra» – комп’ютерна програма, що може бути використана в геометрії, алгебрі, математичному аналізі, теорії ймовірностей і математичній статистиці. Дозволяє будувати графіки, креслення, криві, виконувати дії з матрицями, комплексними числами, працювати з таблицями і багато іншого.

Інтерфейс програми «GeoGebra» схожий на класну дошку, на якій можна рисувати графіки та створювати геометричні фігури. У вікні програми наочно відображаються виконані зміни: якщо змінити рівняння, крива перебудовується; якщо змінити масштаб або положення кривої, то рівняння, написане поруч з кривою, автоматично коригується згідно з новими значеннями.

Достатня широка функціональність «GeoGebra» дозволяє застосовувати програму в шкільному курсі математики, під час вивчення математичних дисциплін у ВНЗ.

Працювати з програмою дуже зручно. Графіки будуються за допомогою «миші» простим переміщенням покажчика або розстановкою необхідних точок. Всі опорні точки додаються до списку в лівій частині вікна програми. Будь-яку точку можна відредагувати як з клавіатури, так і переміщаючи її мишею.

Додаток включає в себе алгебру, геометрію, можливість здійснювати арифметичні операції, можлива робота зі статистикою та функціями, можливість створювати графіки, таблиці. У програмі «GeoGebra» можна створювати різні 2D і 3D фігури. Кожен об'єкт можна налаштувати за своїм бажанням. Змінити кольори, мітку, товщину, задати умови відображення та інше.

Поділяємо думку академіка М. І. Жалдака про те, що „при використанні ІКТ у навчальному процесі мова не повинна іти лише про вивчення певного матеріалу, а перш за все про всесторонній і гармонійний розвиток особистості, її творчих здібностей” [2, с. 5].

Наведемо приклад використання програми «GeoGebra».

Задача. Побудувати точку інверсну даній точці P відносно інверсії ω [1, с. 93].

1 випадок. P – поза колом.

Побудова (рис. 1).

1. Будуємо коло $\omega_1(P, OP)$.

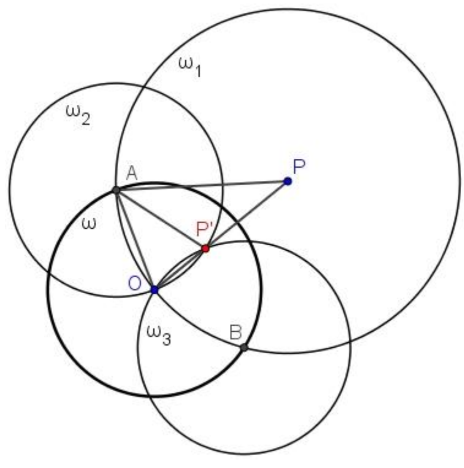


Рис. 1

2. Знаходимо точки перетину кола інверсії з побудованим колом $\omega_1 \cap \omega(O, r) = A, B$.
3. Будуємо два кола $\omega_2(A, r)$, $\omega_3(B, r)$.
4. Знаходимо їх точку перетину $\omega_2 \cap \omega_3 = P'$.
5. *P'* – шукана точка.

Доведення. Як видно з рисунка, трикутники ΔOAP і $\Delta P'OA$ – подібні (за І ознакою подібності трикутників: $\angle PAO = \angle POA = \angle AP'O = \angle AOP'$), тоді розглянемо відношення сторін: $\frac{OA}{OP'} = \frac{AP}{OA}$, звідси $OP' \cdot AP = OA \cdot OA$, оскільки $AP = OP$, $OA = r$, маємо: $OP' \cdot OP = r^2$, що і треба було довести.

2 випадок. P – всередині кола.

Побудова (рис. 2).

1. Будуємо точку так, що $Q \subset OP$: $OQ = 2OP$.
2. Будуємо коло $\omega_1(Q, OQ)$, шукаємо точки перети-ну кола інверсії з побудованим колом $\omega \cap \omega_1 = A, B$.
3. Будуємо два кола $\omega_2(A, OA)$, $\omega_3(B, OA)$, де $OA = r$.
4. Знаходимо точку перетину $\omega_2 \cap \omega_3 = Q'$
5. Будуємо точку P' так, що $OP' = 2OQ'$.
6. P' – шукана.

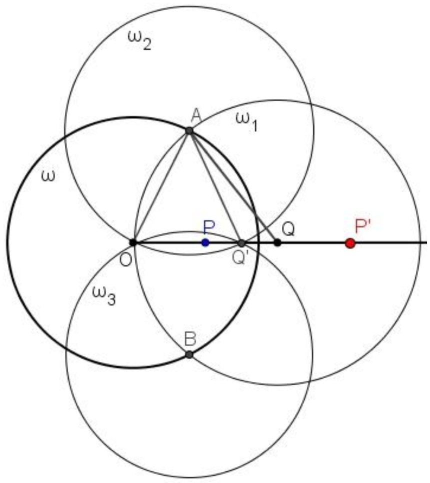


Рис. 2

Доведення. Бачимо з рисунка, що трикутники ΔOAQ і $\Delta AQ'O$ – подібні (за І ознакою подібності трикутників: $\angle QAO = \angle QOA = \angle AOQ' = \angle AQ'O$), тоді розглянемо відношення сторін: $\frac{OA}{OQ'} = \frac{AQ}{OA}$, звідси $OQ' \cdot AQ = OA^2 = r^2$, оскільки $AQ = 2OP$, $OQ' = \frac{OP'}{2}$, маємо: $OP' \cdot OP = r^2$. ■

Зважаючи на те, що пряма визначається двома різними точками, а коло трьома точками, які не належать одній прямій, будуються образи прямої і кола.

Отже, ми розглянули приклад побудови інверсійної точки в програмі «GeoGebra». За допомогою програми можна навчатися або працювати в динамічному математичному середовищі з широкими функціональними можливостями. Програма «GeoGebra» дуже корисна як для учнів, так і для вчителів, легка у використанні та з нею цікаво працювати.

Перспективою наших подальших досліджень є розроблення науково обґрунтованої методики використання програми "GeoGebra" у процесі вивчення методів розв'язування задач на побудову.

Література

1. Альманах современной науки и образования. – Тамбов : Изд-во Грамота, 2011. – № 3
2. Жалдак М. І. Професійна діяльність вчителя та інформаційні технології / М. І. Жалдак // Освіта. – 2004. – № 11. – 3-10 березня.

Шащук Альона,
студентка VII курсу ННІ педагогіки.
Науковий керівник – ***Єремєєва В. М.,***
кандидат педагогічних наук, доцент

ДЕЯКІ АСПЕКТИ ВИКОРИСТАННЯ НЕСТАНДАРТНИХ ФОРМ ТА МЕТОДІВ НАВЧАННЯ У ПОЧАТКОВІЙ ШКОЛІ

У Законі України "Про освіту" зазначається, що метою освіти є всебічний розвиток людини як особистості та найвищої цінності суспільства, розвиток її талантів, розумових і фізичних здібностей, виховання високих моральних якостей, формування громадян, здатних до свідомого суспільного вибору, збагачення на цій основі інтелектуального, творчого, культурного потенціалу народу, підвищення освітнього рівня суспільства, забезпечення народного господарства кваліфікованими фахівцями [2].

Успіх у формуванні особистості дитини залежить від форм організації навчання, тобто від зовнішнього чинника організації навчального процесу, який відображає характер взаємозв'язків його учасників. Початкова ланка є першим рівнем засвоєння учнями продуктивних знань, умінь та навичок, які формуються й розвиваються в різних сферах діяльності та допомагають адаптуватися в соціумі. Це вимагає пошуку способів підготовки активних, самостійних людей з розвиненими творчими здібностями. Практичний досвід переконує в ефективності нестандартних форм організації навчання, адже вони актуалізують пізнавальний інтерес, творчість, активність учнів. Тому на часі розроблення нестандартних форм та методів навчання, застосування яких збагачує навчальний процес інтелектуальними міркуваннями, розвиває уміння спілкуватися, навчає долати труднощі, формує позитивне ставлення до навчання.

Проблемою вдосконалення форм навчання займалися вітчизняні дидакти (О. Антипова, В. Паламарчук, Д. Рум'янцева та ін.), які вважали, що сутністю нестандартного уроку є таке структурування його змісту і методів, яке б викликало інтерес учнів і сприяло їхньому оптимальному розвитку й вихованню [1, с. 65]. Дослідники (О. Митник і В. Шпак та ін) наголошують, що "нестандартний урок народжується завдяки нестандартній педагогічній теорії, вдумливому самоаналізу діяльності вчителя, передбаченню перебігу тих процесів, які відбуваються на уроці, а найголовніше – завдяки відсутності штампів у педагогічній технології" [3, с. 11].

Проблема розроблення, розповсюдження і використання нетрадиційних форм навчання є актуальною проблемою для педагогіки. Окреслення особливостей проведення нестандартних уроків є метою даної статті.

Нестандартний урок – це імпровізоване навчальне заняття, що має нетрадиційну структуру. Це один із шляхів удосконалення форм організації навчання. Простежуючи історію розвитку уроку як основної форми навчання в школі, вітчизняні науковці (О. Антипова, Д. Рум'янцева і В. Паламарчук) зауважують, що нестандартні заняття виникали тоді, коли в суспільстві відбувалися кардинальні зміни, реформи. "Нестандартний урок як своєрідне педагогічне явище бурхливо розвивається, постійно набуваючи нових рис. Він – дитя перебудови суспільства і школи, і доля його пов'язана з долею цього процесу" [1, с. 65–69].

У 60-х роках минулого століття виникла тенденція до застосування нестандартних уроків (урок-суд, урок-диспут, урок-екскурсія, урок у полі, урок-ярмарок та ін.), з’явилися коментовані та цілісні (узагальнюючі) уроки. Збагатили теорію та практику уроку інноваційні ідеї і положення В. Сухомлинського. Видатний педагог запропонував власну систему навчання, в основі якої формування вміння мислити. Це були "уроки мислення", під якими він розумів школу думки, без якої не уявляв повноцінної розумової праці, ефективного набуття нових знань. Основними завданнями таких уроків були розвиток уміння спостерігати за явищами навколишнього світу, збагачення життєвого та чуттєвого досвіду, накопичення конкретного природного матеріалу, як основи розвитку абстрактного мислення; усвідомлення окремих предметів і явищ природи, їх взаємодії та взаємозв'язку; розвиток уміння визначати спільні та відмінні властивості предметів, порівнювати й узагальнювати їх, будувати гіпотези і самостійні висновки; розвиток пам'яті, мислення, уяви, фантазії, мовлення дітей; розширення пізнавальних інтересів; спонукання до творчості засобами слова, образотворчого мистецтва, музики, праці [5].

У сучасній школі можна нарахувати близько 50 нестандартних форм проведення уроків, які використовують учителі в своїй роботі, а вчителі початкової школи зокрема.

Наприклад, у Садівському НВК найчастіше використовуються інтегровані уроки. Український дидакт О. Савченко зазначає, що "змістовні, цілеспрямовані інтегровані уроки вносять у звичайний плин шкільного життя новизну, певною мірою знімають кордони предметного викладання і допомагають дітям емоційно і системно сприйняти деякі поняття, явища" [4, с. 2-8]. Мета таких уроків поєднати споріднений матеріал кількох предметів навколо однієї теми. Діти розглядають певне явище або поняття з різних боків. Підготовка до інтегрованих уроків передбачає:

* аналіз річного календарного планування;

* зіставлення матеріалу різних предметів для виділення тем, близьких за змістом або метою використання;

* визначення завдань уроку;

* "конструювання" уроку.

Методика проведення інтегрованого уроку вимагає від учителя високого професіоналізму та ерудиції. На нашу думку, якщо такі нестандартні уроки відбуваються систематично, це позитивно впливає на розвиток пізнавальних здібностей школярів.

Не менш застосовані у початковій школі віршовані (римовані) уроки, уроки – дискусії (урок – діалог, уроки – змагання (урок – конкурс, урок – турнір, урок – мозкова атака), уроки – мандрівки (урок – екскурсія, урок – марафон, урок – подорож). Головне завдання педагога – при підготовці таких уроків не тільки чітко усвідомлювати їх мету, а й розуміти важливість проведеного заняття як органічної ланки загального ланцюжка даної теми, розділу, курсу, циклу, всього навчально-виховного процесу.

Перевага використання нестандартних уроків ще й у тому, що вони дозволяють урізноманітнювати навчальну діяльність, відійти від чітких рамок стандартного уроку з його незмінною структурою: опитування, пояснення, закріплення, домашнє завдання; сприяють підвищенню активності учнів, а отже, і ефективності уроку. Стимулюючи творчу діяльність учителя та його вихованців, нестандартні уроки створюють сприятливі умови для співпраці, що є надзвичайно важливим у роботі початкової школи.

Використання нестандартних уроків у процесі навчання учнів початкової школи максимально стимулює пізнавальну самостійність, творчу активність та ініціативність дітей. Дуже важливо, щоб засвоєні знання переходили в гнучкі уміння, раціональні способи, щоб навчальний результат уроку поєднувався з розвитком пізнавальних здібностей учнів, їх умінням учитися, оскільки результативність діяльності кожного учня залежить від того, з яким настроєм він працює, чи охоче виконує завдання.

Література

1. Антипова О., Рум'янцева Д., Паламарчук В. У пошуках нестандартного уроку // Рад. школа. – 1991. – № 1. – С. 65–69.
2. Закон України «Про освіту». – К.: 1996 2. Лухтай Л.К. Нестандартний урок // Початкова школа. – 1992. – № 3–4. – С. 31–32.
3. Митник О. Нарис нестандартного уроку // Початкова школа. – 1997. – №12. – С. 11–22.
4. Савченко О.Я. Дидактичні особливості інтегрованих уроків // Початкова школа. – 1992. – № 1. – С. 2–8.
5. Сухомлинский В.А. Сердце отдаю детям. – К. : Рад. шк., 1971.

Дубовик Марина,
студентка IV курсу, напрям підготовки «Математика».
Науковий керівник – ***Фонарюк О. В.***,
кандидат педагогічних наук, старший викладач

ПОБУДОВА ЛІНІЙ ДРУГОГО ПОРЯДКУ В ПРОЕКТИВНІЙ ГЕОМЕТРІЇ ЗА ДОПОМОГОЮ ІКТ

Задачі на побудову ліній другого порядку посідають вагоме місце в проективній геометрії. Лінії другого порядку, їх властивості, побудова є основою теоретичних знань, які необхідні для вивчення проективної геометрії та пізнання глибших процесів проективних перетворень.

Лінією другого порядку називається ряд точок другого порядку на проективній площині. Лінія другого порядку задається п'ятьма її точками.

Для побудови шостої точки заданої лінії другого порядку скористаємось теоремою Паскаля. Будь-яка шоста точка цієї лінії має задовольняти певні нові умови, які випливають із властивостей ліній другого порядку. Якщо усі 6 точок розмістити в певному порядку і сполучити послідовно відрізками, то одержимо фігуру, яку називають *шестивершинником.* Тобто одержимо шестивершинник, вписаний у лінію другого порядку.

Теорема Паскаля. У кожному шестивершиннику, вписаному в лінію другого порядку, точки перетину пар протилежних сторін лежать на одній прямій [1, с. 228].

Пряму, на якій лежать три точки перетину пар протилежних сторін шестивершинника, називають *прямою Паскаля,* позначають буквою *p (рис. 1).*

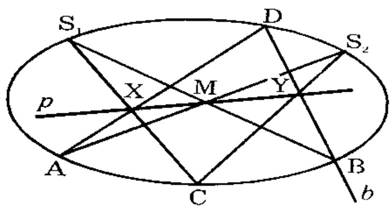


Рис. 1

На основі теореми Паскаля можемо розглянути задачу на побудову ще декількох точок кривої другого порядку. Дану побудову можемо виконати за допомогою комп'ютерної програми «Жива геометрія» [2, с. 158]. Розглянемо задачу.

Задача. Лінія другого порядку задана п'ятьма її точками. Побудувати ще декілька точок кривої [3].

Розв'язання. Нехай *A, B, C, S, S'* – задані точки кривої, а *M* – шоста точка цієї ж кривої другого порядку *(рис. 2).*

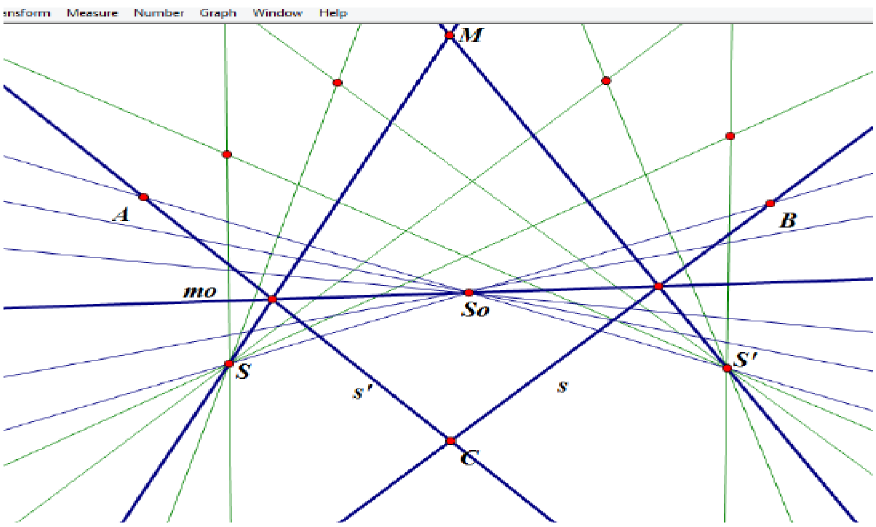


Рис.2

Розглянемо вписаний шестивершинник *ACBSM S'*. За теоремою Паскаля, точки перетину протилежних сторін шестивершинника *AC* - *SM*, *CB* - *M S'* та *BS* - *S'A* лежать на одній прямій m_0 – прямій Паскаля. Точка $S_0 = BS \cap S'A$ не залежить від вибору розташування точки *M*. Якщо точка *M* буде описувати криву, то пряма Паскаля m_0 буде обертатися навколо точки S_0.

Опис побудови в програмі «Жива геометрія»:

1. Відмічаємо точки *A, B, C, S, S'*. Через точки *A, B, C* проводимо прямі $AC = s$, $BC = s'$ за допомогою команди *«Побудова»* кнопка *«Пряма» (рис. 3)*.

2. Побудуємо точку $S_0 = BS \cap S'A$, потім проведемо довільну пряму m_0. Оскільки пряма задає геометричне місце точок, то її можна визначити на довільному колі з центром в точці S_0. Далі, побудуємо коло за допомогою інструмента – «*коло» (рис. 4)*. Через центр кола та точку на колі *L* проведемо пряму m_0.

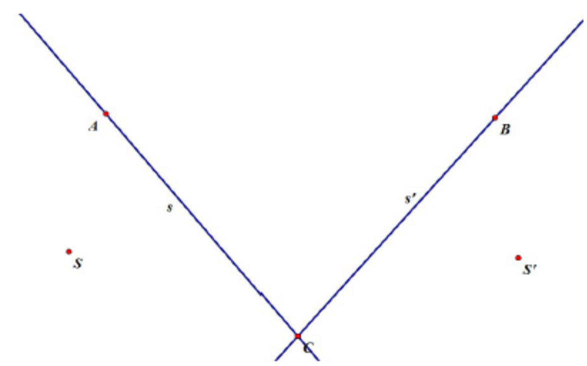


Рис. 3

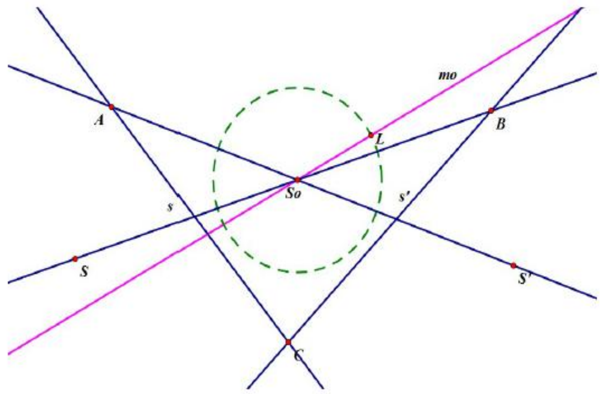


Рис. 4

3. Відмічаємо точки, одержані в результаті перетину прямих $m_0 \cap s$ та $m_0 \cap s'$. Через одержані точки, проведемо прямі m та m', які перетнуться в шуканій точці $M = m \cap m'$ *(рис. 5)*.

4. Через точки *L, M* та коло за допомогою інструмента *«Побудова»* проведемо *«Геометричне місце точок»* та в результаті отримаємо лінію другого порядку *(рис. 6)*.

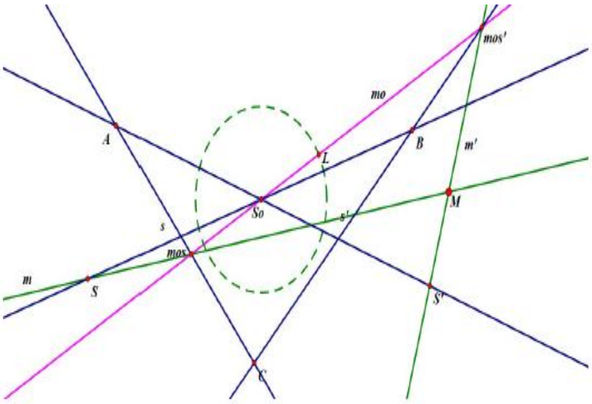


Рис. 5

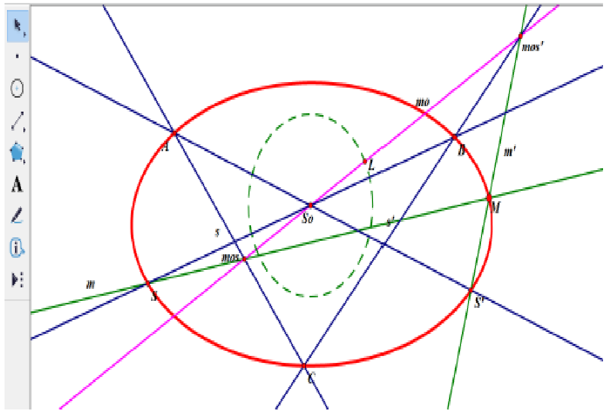


Рис. 6

5. При русі точок *A, B, C, S, S'* різними напрямками утворюються різні лінії другого порядку: гіпербола, парабола, та еліпс *(рис.7, 8)*.

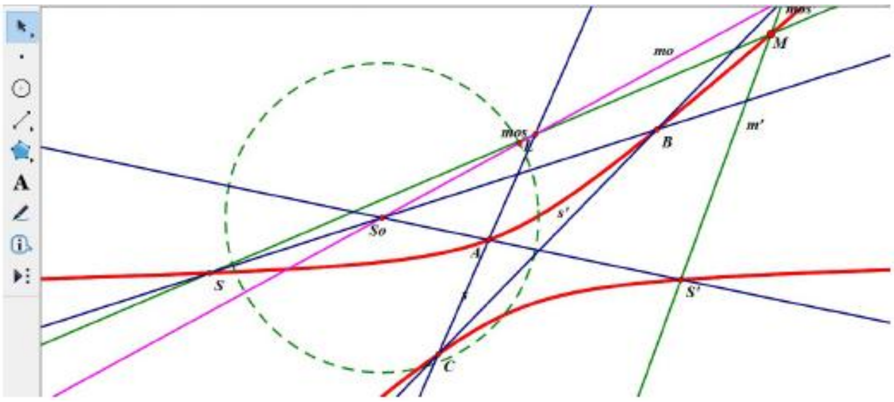


Рис. 7

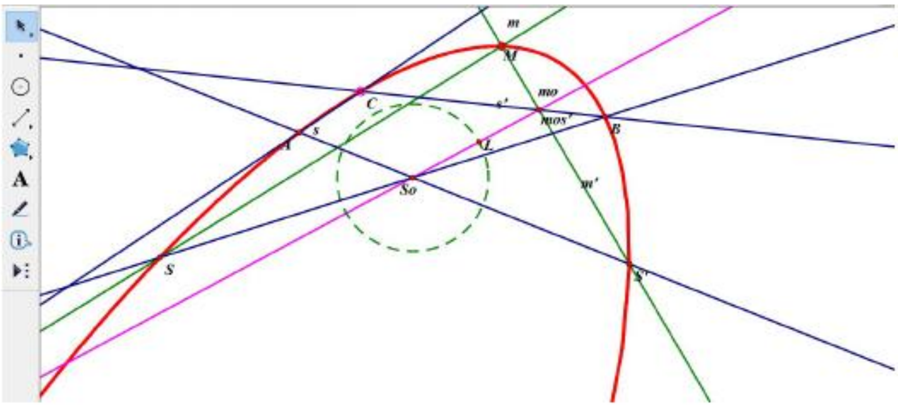


Рис. 8

Отже, ми впевнились, що за допомогою теореми Паскаля можна описати та наочно проілюструвати побудову ліній другого порядку в комп'ютерній програмі «Жива геометрія». Крім того, за допомогою програм динамічної геометрії можна конструювати математичні моделі, досліджувати та аналізувати широке коло геометричних задач.

Література

1. Курс вищої геометрії : навч. посібник для студ. фізико-матем. фак.

вищих навч. закладів / В.Н. Боровик, В.П. Яковець. – Суми : Університетська книга, 2004. – 464 с.

2. Комиссарук. А. М. Проективная геометрия в задачах: Учеб. пособие для мат. фак. пед. ин-тов. / Комиссарук А.М. – Мн. : Вышэйш. школа, 1971 – 320 с. : ил.

3. Афанасьева У.В. Применение теоремы Паскаля при изображении линий 2-го порядка в «Живой геометрии» [Электронный ресурс] http://zhurnalpoznanie.ru/servisy/publik/publ?id=774.

Медведюк Леся,
студентка IV курсу, спеціальність «Математика та інформатика».
Науковий керівник – ***Фонарюк О.В.****,*
кандидат педагогічних наук, старший викладач

ПОБУДОВА ТРАНСЦЕНДЕНТНИХ КРИВИХ ЗАСОБАМИ ІКТ

У шкільному курсі математики вивчають лише деякі лінії: пряму, коло, ламані, графіки функцій. Але сучасні потреби освіти та науки вимагають у підготовці вчителя математики вивчення в курсі аналітичної геометрії різних ліній, відмінних одна від одної за своєю формою і своїми властивостями.

Трансцендентні криві є однією з основних чистих геометричних форм, що мають широке використання в різних галузях (математичному аналізі, диференціальній геометрії, основах геометрії).

В результаті аналізу літератури, нами було встановлено, що на сьогодні недостатньо розроблено питання побудови та дослідження трансцендентних кривих засобами ІКТ. Існуючі алгоритми побудови кривих потребують затрати часу і багато зусиль. У зв’язку з цим, нами було проведено дослідження комп’ютерних програм, за допомогою яких можна побудувати трансцендентні криві.

На сьогодні розроблена вже значна кількість програмних засобів, що дозволяють розв’язувати за допомогою комп'ютера досить широке коло математичних задач різних рівнів складності. Їх використання дає змогу ефективно будувати та аналізувати математичні моделі, проводити навчальні дослідження, що відповідає вимогам Болонського процесу удосконалення освіти. Крім цього, використання комп’ютерного моделювання є важливою складовою забезпечення реальної інтерпретації та ілюстрації теоретичних положень математики у площину практичних рішень та застосувань [1; 2].

Ознайомившись з графічними програмами побудови трансцендентних кривих, нами був виділений модуль GeoGebra [3].

GeoGebra – це вільна освітня математична програма, що поєднує в собі геометрію, алгебру та математичні обчислення. Ця програма дає можливість будувати креслення, використовуючи точки, вектори, відрізки, лінії і конусні перерізи, а також інші функції, які можна змінювати, працюючи тільки з допомогою миші.

Цей модуль є досить функціональним. Розглянемо завдання, які можна виконувати в GeoGebra:

– побудова багатокутників та обчислення їх площі;

– побудова векторів та обчислення з ними;

– поворот точки або фігури навколо початку координат або іншої довільної точки;

– дзеркальне відображення фігури;

– побудова трансцендентних кривих та інше.

Після запуску GeoGebra з'являється вікно, що складається з панелі інструментів, блокнота, вікна алгебри та рядка вводу. З допомогою інструментів (моделей), які обираються на панелі інструментів, ви можете будувати креслення в блокноті, використовуючи мишу. В цей же час відповідні координати і рівняння відображаються у вікні алгебри.

Розглянемо метод побудови в GeoGebra на прикладі Архімедової спіралі. За основу візьмемо метод створення золотої спіралі, заснований на побудові квадратів з використанням послідовності Фібоначчі. Для цього ми будемо послідовно будувати квадрати. Кожен новий квадрат будується на відрізку, що складається із сторін двох попередніх суміжних квадратів (рис. 1).

Коли потрібну нам кількість квадратів буде побудовано, повернемося в перший квадрат *ABCD* зі стороною 1 і будемо будувати дуги кола на сторонах всіх наступних квадратів. Для цього на панелі інструментів оберемо елемент «дуга», зазначивши відповідну характеристику (центр дуги і дві точки, через які вона проходить). Для першого кола центром буде точка *D*, а проводиться дуга через точки *A* і *B*. Радіуси кіл повторюють послідовність Фібоначчі.

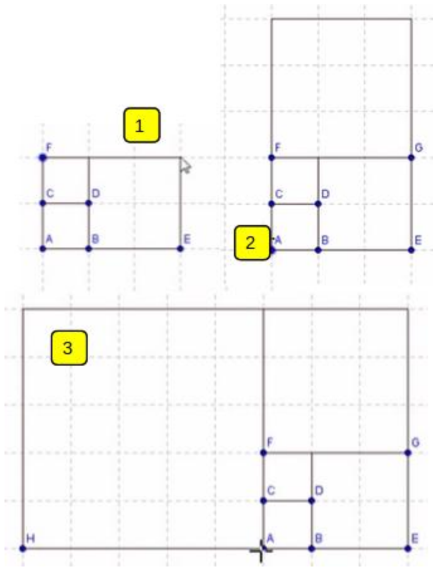


Рис. 1

У результаті ми отримаємо спіраль Архімеда (рис. 2).

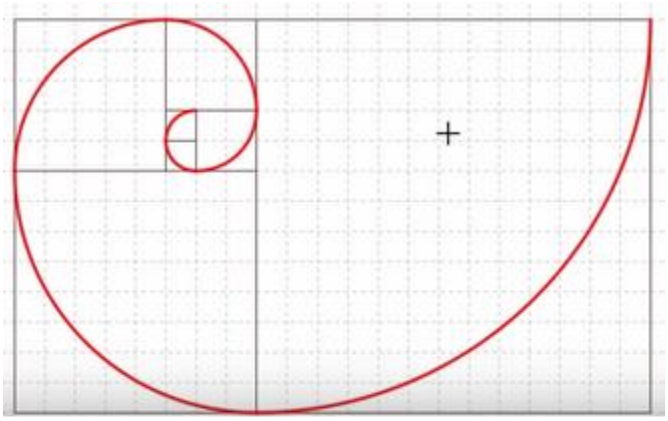


Рис. 2

Особливістю програми Geogebra є те, що вона дозволяє створювати не тільки статичні малюнки та геометричні образи, але і анімаційні моделі. Для багатьох задач математики такі образи бувають дуже корисними. Наведемо приклад створення таких моделей при побудові циклоїди.

Циклоїда – це траєкторія точки, що лежить на колі і котиться по горизонтальній прямій без ковзання. Тому для побудови циклоїди нам необхідно побудувати точку на колі, яка буде котитися по осі абсцис і бігунок, що відповідає за рух кола. В результаті цієї побудови, коли ми будемо переміщати бігунок, коло буде котитися і слід, який залишить точка, буде утворювати циклоїду (рис. 3).

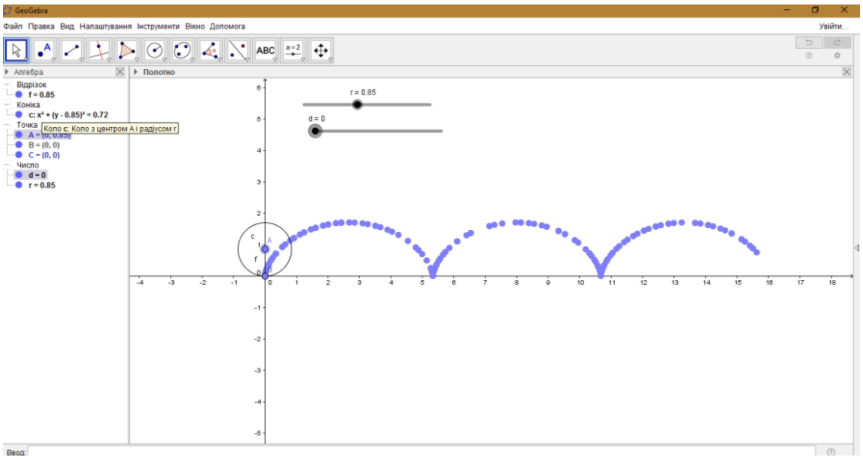


Рис. 3

Отже, на підставі аналізу функціональних можливостей програми, можна зазначити, що GeoGebra є сучасним й інноваційним засобом для розв'язання математичних задач. Організація модель-орієнтованого навчання за допомогою інтерактивних комп'ютерних моделей, створених за допомогою GeoGebra, є перспективним напрямком у модернізації процесів вивчення і викладання математики.

Література

1. Грамбовська Л. В. Комп'ютерні динамічні моделі як засіб дидактичного забезпечення процесу навчання геометрії в сучасній школі / Л. В. Грамбовська, О. М. Яковчук // Комп'ютер у школі та сім'ї : науково-метод. журн. – 2010. – № 7. – С. 14–17.
2. Жалдак М.І., Горошко Ю.В., Вінниченко Є.Ф. Математика з комп'ютером : [посіб. для вчителів]. – [2-е вид.]. – К. : НПУ ім. М. П. Драгоманова, 2009. 282 с.
3. Зиатдинов Р.А. О возможностях использования интерактивной геометрической среды GeoGebra 3.0 в учебном процессе // Материалы 10-й Международной конференции ¾Системы компьютерной математики и их приложения (СКМП-2009), СмолГУ. – Смоленск, 2009. – С. 39–40.
4. Лісковець С.М. Методи дослідження окремих плоских трансцендентних кривих [Електронний ресурс] / С. М. Лісковець // Комп'ютерно-інтегровані технології: освіта, наука, виробництво. – 2015. – № 18. – С. 187–192. – Режим доступу: http://nbuv.gov.ua/j-pdf/Kitonv_2015_18_32.pdf.
5. Маркушевич А.И. Замечательные кривые. – М. : Красноплетарская, 1978. – 48 с.

Вітковський Олексій,
студент V курсу, спеціальність «Математика»
Науковий керівник – ***Франовський А.Ц.,***
кандидат фізико-математичних наук, доцент

КРИВА «РАВЛИК ПАСКАЛЯ» ТА СПОСОБИ ЇЇ ЗАСТОСУВАННЯ

Поняття лінії визначилося у свідомості людини ще у доісторичні часи. Траєкторія кинутого каменя, струмінь води, промені світла, обриси квітів і листя рослин, звивиста лінія берега річки і моря та інші явища природи приваблювали увагу наших предків, які протягом віків спостерігали за ними. Згодом ці спостереження дали можливість започаткувати поняття лінії.

Однак знадобився великий історичний період перш ніж люди стали порівнювати між собою форми кривих ліній і відрізняти одну криву від іншої. Перші малюнки на стінах печерного житла, примітивні орнаменти, які прикрашали домашнє начиння, свідчать про те, що люди навчилися лише відрізняти пряму від кривої, а й розрізняти форми окремих кривих та їх сполучення. Але все це було ще достатньо далеко від того абстрактного розуміння лінії, яким володіє математика зараз. До більш ретельного вивчення кривих математична наука звернулася тільки в 17 столітті, у зв'язку із створенням аналітичної геометрії.

Сьогодні, досліджуючи криві вищих порядків, відіграють визначну роль у математичній підготовці молодих фахівців-математиків, ми беззаперечно переконуємося в тому, що ні один вид задач не дає, напевно, стільки матеріалу для розвитку математичної ініціативи і логічних навиків, як геометричні задачі із використанням знань кривих. Такі задачі зазвичай не допускають стандартного підходу і формального сприйняття. Дані задачі зручні для закріплення теоретичних знань із будь-якого розділу курсу геометрії.

Розглянувши деякі криві вищих порядків та їх властивості, можливо зробити висновок про те, що дані криві ідеально описують математичні ідеали лінійних теорій. Про це також свідчать розробки відомих математиків, зокрема, Бернуллі та Паскаля, які досліджували питання отримання максимальної вигоди із математичних матерій.

Отримані відкриття дали поштовх до розвитку механіки, креслярства та геометрії. Актуальність та зацікавленість науковців зумовили необхідність з’ясування можливості спрощення розв’язування певних прикладних задач за допомогою «равлика Паскаля», що і є метою даної статті.

Дамо певні теоретичні визначення щодо окресленого питання.

Нехай дано: Точка О (полюс), коло К діаметра ОВ = а (Рис. 6), що проходить через полюс (основне коло; воно показане на рисунку пунктиром), і відрізок. З полюса О проводимо довільну пряму ОР. Від точки Р, де пряма ОР вдруге перетинає коло, відкладаємо в обидві сторони від Р відрізки. $PM_1 = PM_2 = l$. Геометричне місце точок М1, М2 (Жирна лінія на рис. 6) називається «равликом Паскаля» (на честь Етьєна Паскаля (1588–1651), батька знаменитого французького вченого Блеза Паскаля (1623–1662)).

Крива «Равлик Паскаля» симетрична відносно прямої ОВ. Ця пряма (вісь «равлика») перетинає «равлика»: 1) в точці О (Якщо остання належить «равлику»); 2) у двох точках А, С (вершини). $a\,(= OB)$. форма лінії залежить від співвідношення між відрізками і $l\,(= AB = BC)\; l : a < 1$.

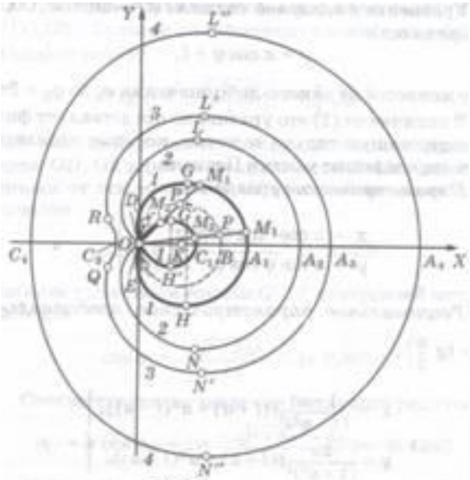


Рис. 6

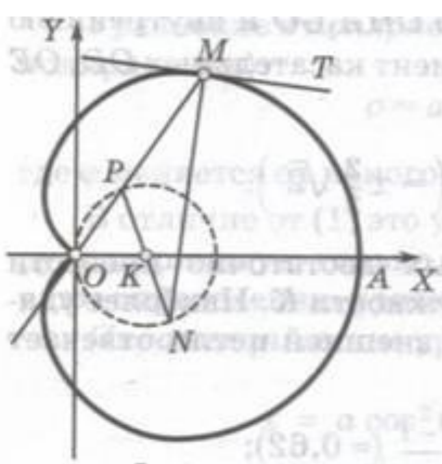


Рис.7

1) Коли (лінія 1 жирна; для неї) $l : a = 1{:}3$ «равлик Паскаля» перетинає сама себе у вузловій точці О $\left(\rho_{1,2} = 0, cos\varphi_{1,2} = -\frac{l}{a}, sin\varphi_{1,2} = \pm\frac{\sqrt{a^2 - l^2}}{a}\right)$, утворюючи дві петлі: зовнішню ОНА1GО і внутрішню ОН'С1G'О. Кутовий коефіцієнт дотичних ОD, ОЕ у вузловій точці[3]: $tg\alpha = \pm\frac{\sqrt{a^2 - l^2}}{l}\left(= \pm\frac{2}{3}\sqrt{2}\right)$.

Для побудови дотичних досить провести хорди ОD, ОЕ довжини l у колі К. Найбільш віддаленим від осі точкам G, Н зовнішньої петлі відповідає значення: $\cos\varphi = \frac{\sqrt{l^2 + 8a^2} - l}{4a} (\approx 0{,}62)$, найбільш віддаленим точкам G', H' внутрішньої петлі – значення: $\cos\varphi = \frac{-\sqrt{l^2+8a^2}-l}{4a} (\approx 0{,}80)$, відповідне полярне значення полярного радіуса: $\rho_{G'} = a\,cos\varphi_{G'} + l = \frac{-\sqrt{l^2+8a^2}+3l}{4} (\approx -0{,}45a)$ $l : a = 1$.

2) Коли (лінія 2 на рис. 6), внутрішня петля затягується до полюса і перетворюється в точку повернення, де рух у напрямку променя OX змінюється рухом у протилежному напрямку. Найбільш віддаленим від осі точкам L, M відповідають значення: $\varphi = \frac{\pi}{3}, \rho = \frac{3}{2}a, x = \frac{3}{4}a, y = \pm\frac{3\sqrt{3}}{4}a$.

Лінія 2 називається кардіоїд, тобто «Серцеподібною» (термін введений Кастіллоном у 1741 р.), що зображена окремо на рис. 7.

$1 < l : a < 2$ $l : a = 4 : 3$.

3) Коли (Лінія 3; для неї), «равлик Паскаля» – замкнута лінія без самоперетину; відірвавшись від полюса, вона укладає його всередині себе. Найбільш віддаленим від осі точках L', N' відповідає значенням, втративши точки повернення, «равлик» набуває замість точки перегину R, Q, яким відповідає значення кута ROQ, під яким відрізок RQ видно з полюса, по мірі зростання.

$\cos\varphi = \frac{\sqrt{l^2+8a^2}-l}{4a} \left(\frac{\sqrt{22}-2}{6} \approx 0{,}45\right)$; $cos\varphi_R = -\frac{2a^2+l^2}{3al}$; $(= 2\pi - 2\varphi_R)$;

$l : a$; $2arccos\frac{2\sqrt{2}}{3} (\approx 39^{\circ}40')$ $l : a = \sqrt{2}$ $l : a$; $l : a \longrightarrow 2$

4) При точці перегину, зливаючись з вершиною C пропадають (причому кривизна в точці C стає рівною нулю). «Равлик» набуває овальної форми і зберігає її при всіх значеннях (лінія 4). Найбільш віддаленим від осі точкам L'', N'' відповідає значення:

$l : a = 2$ $l : a > 2$ $l : a = 7 : 3$ $\cos\varphi = \frac{\sqrt{l^2+8a^2}-l}{4a} \left(= \frac{1}{3}\right)$.

Нормаль «равлика Паскаля» в її точці M (рис. 7) проходить через точку N основного кола K, діаметрально протилежну тій точці P, де OM перетинається з основним колом. Щоб провести дотичну до «равлика Паскаля» в її точці M, з’єднаємо останню з полюсом O. Точку N, основний окіл кола K, діаметрально протилежного точці P, з'єднуємо з M. Пряма MN буде нормаллю до «равлика Паскаля». Проводячи MT і MN, отримаємо шукану дотичну.

Рівняння «равлика Паскаля» в декартових координатах:

$\left(x^2+y^2-2ax\right)^2-l^2\left(x^2+y^2\right)=0.$

Рівняння «равлика Паскаля» в полярних координатах:

$\rho = 2a\cos\varphi \pm l.$ Площа, обмежена равликом (для випадку l> 2a): $S=\pi\left(2a^2+l^2\right).$ При l = 2a виходить кардіоїда.

Використання у механіці:

«Равлик Паскаля» є не лише необхідною кривою в геометрії, а й на її основі побудовано великий світ механіки. Розглянемо лише деякі із застосувань цієї чудової кривої.

«Равлика Паскаля»застосовують в техніці при конструюванні ексцентриків, кулачків у машин, ряду зубчастих коліс. Їх також широко використовують і в оптичній техніці. Коловоротна насоса з циліндром, в плані має форму «равлика Паскаля». «Равлик» володіє тією властивістю, що всі хорди, проведені через її фокус – рівні. Це дозволяє застосовувати одну пластинку, вміщену в наскрізні прорізи ротора.

Отже, можемо зробити висновок, що дослідження Паскаля та його послідовників у криволінійних теоріях дали поштовх до масової індустріалізації суспільства, яке мало широке застосування як у теоретичній підготовці технічних фахівців, так і займає важливе місце у геометрії вищих порядків.

Література

1. Маркушевич А.І. Чудові криві. – М., 1978. – 48 с.

2. Вигодський М.Я. Довідник по вищій математики. – М . : АСТ: Астрель, 2008. – 991 с.

3. Атанасян Л.С. і Атанасян В.А. Збірник завдань з геометрії : навч. посібник для студентів фіз.-мат. фак. пед. ін-тів. – Ч. І. – М. : "Просвітництво", 1973. – 256 с.

4. Гурова А.Е. Чудові криві навколо нас. – М., 1989.

Безбах Поліна,
студентка III курсу, напрям підготовки «Математика та економіка».
Науковий керівник – ***Фонарюк О.В.***,
кандидат педагогічних наук, старший викладач

РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ПЛАНІМЕТРИЧНИХ ЗАДАЧ КООРДИНАТНИМ МЕТОДОМ

У геометрії використовується різні загальні прийоми та методи роззв'язування планіметричних задач, одним з яких є координатний метод. Якщо в геометрії доводиться, як правило, шукати для кожної задачі особливий шлях розв'язання, то в алгебрі та аналітичній геометрії пошук розв'язку часто зводиться до деякого алгоритму, який застосовується до певного класу задач. Перенесення в геометрію властиву алгебрі алгоритмізацію – становить головну цінність координатного методу. Значимість методу полягає в тому, що його застосування позбавляє необхідності вдаватися до наочного уявлення складних просторових зображень, що спрощує розв'язання задач.

Проблемою застосування координатного методу при розв'язуванні задач займалося багато вчених, зокрема, Кушнір І.А., Шестакович С., Майоров В.М., Скопец З.А., Крайзман М.Л., Готман Е.Г., Глаголева Е.Г., Кирилов А.А., Гельфанд І.М. [1, 2, 3]. Так, наприклад, Г.Б. Лудіна вважає, що використовувати координатну площину вже слід з п'ятого класу вивчення математики, що «сприяє реалізації міжпредметних зв'язків між алгеброю і геометрією, дозволяє зводити побудови до обчислень, що інколи більш коротким шляхом приводить до мети» [4, с. 43]. Проте С. Смогоржевский наголошує, що розв'язання задач даним методом не завжди є простішим та кращим тих, що може запропонувати елементарна геометрія [5].

За допомогою координатного методу розв'язується багато різноманітних планіметричних задач, які не мають іншого способу розв'язання.

Сутність координатного методу полягає в тому, що геометрична задача перекладається на мову алгебри та її розв'язування зводиться до розв'язування рівнянь, нерівностей чи їх систем.

Розв'язуючи задачу координатним методом, слід виконати три кроки:

1) записати геометричну задачу мовою координат;
2) перетворити алгебраїчний вираз;
3) перекласти знайдений результат на мову геометрії.

Методом координат доцільно розв'язувати задачі на відшукання геометричних місць точок та на доведення залежностей між лінійними елементами геометричних фігур.

Розглянемо деякі задачі.

Задача № 1.

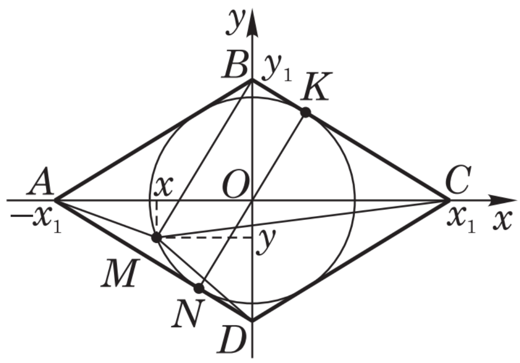


Рис. 1

У ромб ABCD з кутом 45° вписано коло з радіусом *R*. Доведіть, що для довільної точки *M* кола має місце рівність $MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2 = 2{,}5AB^2$.

Доведення. Введемо прямокутну систему координат так, щоб діагоналі ромба лежали на осях координат (рис. 1). Введемо позначення координат точок: $M(x; y)$, $C(x_1; 0)$, $A(–x_1; 0)$, $B(0; y_1)$, $D(0; –y_1)$.

$AM^2+ MB^2 + MC^2 + MD^2 = (x + x_1)^2 +y^2 + x^2+ (y_1 – y)^2 + (x_1 – x)^2 + y^2+ x^2 + +(y + y_1)^2 = x^2+ 2xx_1 + x_1^2 + y^2 + x^2+ y_1^2 – 2y_1y + y^2 + x_1^2 – 2xx_1+ x^2+ y^2 + x^2 + y^2 +$
$+ 2y_1y + y_1^2 = 4x^2 + 4y^2+ 2 x_1^2 + 2 = 4(x^2+y^2) + 2(x_1^2+y_1^2)= 4R^2+ 2BC^2= (2R)^2+ +2BC^2= = KN^2+ 2BC^2 = (BC \sin 45°)^2 + 2BC^2 = \frac{1}{2}AB^2 + 2AB^2= 2{,}5AB^2$ [6].

Задача № 2.

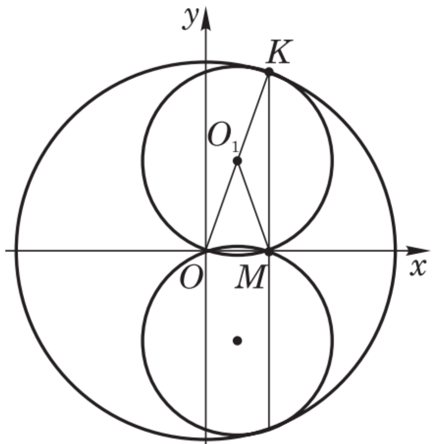


Рис. 2

Скласти рівняння кола, яке проходить через початок координат, точку *M*(1; 0) і дотикається до даного кола, визначеного рівнянням $x^2 + y^2 = 9$.

Розв'язання. Центр даного кола міститься в початку координат, радіус його дорівнює 3 (рис. 2). Оскільки точка дотику двох кіл і їхні центри лежать на одній прямій, то діаметром шуканого кола є відрізок $OK = 3$. Радіус цього кола дорівнює 1,5.

$|OO_1| = |OM_1|$; $x^2 + y^2 = (x – 1)^2 + y^2$;

$x = \frac{1}{2}$, де (x, y) – координати центра O_1.

$|OO_1| = 1{,}5$, $x^2 + y^2= 2{,}25$; $0{,}25 + y^2 = 2{,}25$, $y = \pm\sqrt{2}$.

Остаточно одержимо такі два рівняння кола, які задовольняють умову задачі:

$(x – 0{,}5)^2 + (y – \sqrt{2})^2 = 2{,}25$; $(x – 0{,}5)^2 + (y + \sqrt{2})^2 = 2{,}25$ [6].

Отже, координатний метод реалізує міжпредметні зв'язки між алгеброю та геометрією; порівняно з іншими методами, дуже часто дозволяє уникнути штучних побудов, спрощує пошук розв'язання багатьох геометричних задач і доведення теорем.

Література

1. Гельфанд И.М. Метод координат / И.М. Гельфанд, Е.Г. Глаголева, А.А. Нириллов. – М. : Наука. – 1973. – 88 с.
2. Готман Э.Г. Решение геометрических задач аналитическим методом / Э.Г. Готман, З.А. Скопец. – М. : Просвещение. –1979. – 128 с.
3. Лудина Г.Б. К изучению перемещений на координатной плоскости / Г.Б. Лудина // Математика в школе. –1983. – № 2 – С. 43.
4. Смогоржевский А.С. Метод координат / А.С. Смогоржевский. –М. : Государственное издательство технико-теоретической литературы. –1952. – 42 с.
5. Возняк О.Г. Метод координат у геометричних задачах : навч. посібник / О.Г. Возняк. –Тернопіль : Навчальна книга–Богдан, 2013. – 64 с.

Богуш Тетяна,
студенка IV курсу, спеціальність «Математика»
Науковий керівник – ***Прус А. В.,***
кандидат педагогічних наук, доцент

ЗАДАЧІ З ПАРАМЕТРАМИ В ДІЮЧИХ ПІДРУЧНИКАХ З МАТЕМАТИКИ

Задачі з параметрами відіграють важливу роль у формуванні логічного мислення і математичної культури учнів. Вони дозволяють перевірити знання основних розділів шкільної математики, визначити рівень логічного мислення, а також можливості оволодіння курсом математики надалі.

Дане питання є досить актуальним,адже не зважаючи на те, що завдання з параметрами потрібно вміти розв'язувати, йому не приділяють достатньої уваги в курсі математики основної школи. Розділи, в яких йдеться мова про параметри можна зустріти лише у підручниках з поглибленим вивченням математики. Саме тому подібні завдання для дітей є складними, вони не завжди розуміють, що потрібно робити з «додадковою змінною».

Мета даної статті – проаналізувати діючі підручники з математики стосовно завдань з параметрами. Серед завдань, які ми ставили, такі:

- дослідити кількість завдань з параметрами у підручниках;
- проаналізувати види цих завдань;

• визначити, чи вживається означення «параметр» у підручниках.

Ми проаналізували такі діючі підручники з математики: 1)Підручник з математики шостого класу авторів Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С., 2)Підручник з математики шостого класу авторів Тарасенкова Н.А., Богатирьова І.М., Коломієць О.М., Сердюк З.О., 3)Підручники 7-9 класів з алгебри авторів Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С., 4)Підручники 7-9 класів з алгебри авторів Бевз Г.П., Бевз В.Г., 5) Підручники сьомого та восьмого класу з алгебри Істер О.С., 6)Підручник з алгебри сьомого класу авторів Тарасенкова Н.А., Богатирьова І.М., Коломієць О.М., Сердюк З.О., 7)Підручник з алгебри сьомого класу авторів Кравчук В.Р., Підручна М.В., Янченко Г.М., 8)Підручники з алгебри десятого та одинадцятого класу авторів Нелін Є.П., Долгова О.Є.

Слід відмітити, що ми не аналізували підручники для класів з поглибленим вивченням математики; а для старшої школи аналізували підручники, які відповідають академічному рівню.

Наше дослідження дозволило зробити такі висновки:

- В основну частину підручників автори включили завдання, в яких присутні параметри, проте майже ніде не використовується власне слово «параметр».
- Виявилось, що в деяких підручниках зовсім немає задач, в яких використовуються параметри; наприклад у підручнику алгебри 7 класу авторів Кравчук В.Р., Підручна М.В., Янченко Г.М.
- Підручники, у яких найчастіше зустрічаються подібні завдання - це підручники групи авторів Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С.

Зауважимо, що вперше учні зустрічаються із задачами з параметрами у шостому класі, коли починають вивчати раціональні числа та модуль числа. Наведемо приклад таких задач.

№908. [1] *Чи існує таке число а, що*: $|a| = -|a|$

Також шестикласники можуть зустріти параметр в задачах, коли починають вивчати рівняння:

№1158. [1] *При яких значеннях а не має коренів рівняння*: $ax = 1$;

Пізніше, в сьомому класі, коли учні ближче знайомляться з рівняннями та вивчають лінійні рівняння, задачі з параметрами зустрічаються частіше. Вони можуть бути наступного вигляду:

№38. [2] *При якому значенні* k *рівняння не матиме коренів*: $x^2 = k$;
№885. [3] *Знайдіть усі цілі значення* m *, при яких корінь рівняння* $mx = 4$ *є цілим числом.*

№868. [3] *Розв'яжіть рівняння відносно* x: $2x + a = x + a$

№55. [4] *Укажіть будь-яке значення* b, *при якому цілим числом буде корінь рівняння* $\frac{1}{6}x = b$.

№73. [4] *При яких значеннях* d *корінь рівняння є більшим за* d: $4d = d$;

У восьмому класі, коли учні вивчають раціональні рівняння,вони знову ж таки зустрічаються із завданнями з параметрами. Наступне розв’язання подібного завдання пропонує нам автор підручника [5]:

Приклад 6. *Розв'яжіть рівняння* $(a^2 - 9)x = a + 3$

Розв'язання

Запишемо дане рівняння у вигляді

$(a + 3)(a - 3)x = a + 3$ *і розглянемо три випадки.*

1) $a = 3$. *Тоді отримуємо рівняння* $0x = 6$, *яке не має коренів.*

2) $a = -3$. *У цьому випадку отримуємо рівняння* $0x = 0$, *коренем якого є будь-яке число*

3) $a \neq 3$ *і* $a \neq -3$. *Тоді* $x = \frac{a+3}{(a+3)(a-3)} = \frac{1}{a-3}$.

Відповідь: *якщо* $a = 3$, *то рівняння не має коренів*; *якщо* $a = -3$, *то коренем є будь-яке число*; *якщо* $a \neq 3$ *і* $a \neq -3$, *то* $x = \frac{1}{a-3}$.

Слід відмітити, що дане розв’язання є достатньо чітким та не викликає додадкових запитань. Тому учні з легкістю зрозуміють шлях розв’язання даного завдання.

Також подібні завдання були включеними авторами і в інші підручники:

№219. [5] *Для кожного значення* a *розв'яжіть рівняння*: 1) $\dfrac{x-1}{x-a} = 0$.

№237. [6] *При яких значеннях* a *рівняння не має розв'язків*: $\dfrac{x-a+1}{x^2-3x} = 0$?

Ще один розділ, в якому зустрічаються завдання з параметрами, це квадратні рівняння.

413. [5] *При яких значеннях* a *рівняння* $x^2 = a + 1$

1) *має два корені*;

2) *має один корінь*;

3) *не має коренів*?

№606.[5] Установіть, при якому значенні a один з коренів квадратного рівняння дорівнює 0, і знайдіть другий корінь рівняння: $x^2 + ax + a = 0$;

№649.[5] Розв'яжіть рівняння: $x^2 - (3a + 1)x + 2a^2 + a = 0$;

Починаючи з дев'ятого класу, учні використовують не просто «додадкову» змінну a, а параметр. У підручниках завдання з параметрами включені в розділи, де вивчаються нерівності.

№171.[7] Для кожного значення параметра a розв'яжіть нерівність: $ax > 5$;

№505.[7] При яких значеннях b не має розв'язків нерівність: $x^2 + 2bx + 1 < 0$;

№210.[8] При яких значеннях b множина розв'язків системи нерівностей $\begin{cases} x > 5 \\ x \leq b \end{cases}$ *містить рівно три цілі розв'язки?*

№467.[8] Скільки розв'язків залежно від значення a має система рівнянь:

1) $\begin{cases} y = |x| \\ x^2 + y = a; \end{cases}$

У підручниках десятого та одинадцятого класу було знайдено досить мало задач з параметрами, не зважаючи на те, що старшокласники могли б краще зрозуміти цю тему. Подібні задачі зустрічаються лише в показникових та логарифмічних рівняннях та нерівностях.

№808.[9] При яких значеннях параметра a рівняння

$(x + a)(tgx - \sqrt{3}) = 0$

має єдиний корінь на проміжку $\left(0; \frac{\pi}{2}\right]$?

№851.[9] При яких значеннях a має корені рівняння:

1) $sin^2 x - (3a - 3) + a(2a - 3) = 0$;

№18.32.[10] Для кожного значення параметра a розв'яжіть нерівність:

$(x - a)\sqrt{3 \cdot 2^x - 2 \cdot 3^x} \geq 0$.

№21.44.[10] При яких значеннях параметра a рівняння $(x - a)\log_2(3x - 7) = 0$ *має єдиний розв'язок?*

Завдання з параметрами відносяться до задач підвищеної складності, тих, над якими потрібно подумати. Розв'язування цих задач ставить перед учнем завдання розглянути різні наслідки із можливих варіантів, а такі навички будуть корисними і в повсякденному житті. Завдання з параметрами розвивають творчу уяву та мислення, проте досить рідко зустрічаються в підручниках. Хоча все ж ми їх можемо зустріти при вивченні кожного виду рівнянь чи нерівностей.

Надалі ми плануємо продовжувати досліджування даної теми, працюючи над дипломною роботою. В подальшому ми аналізуватимемо методику викладання параметрів у школі, завдання з параметрами у підручниках з поглибленим вивченням матаматики та досліджуватимемо, наскільки учні розуміють подібні завдання та вміють їх розв'язтувати.

Література

1. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. Математика: підруч. для 6 кл. загальноосвіт. навч. закладів. – Х. : Гімназія, 2014.
2. Бевз Г.П., Бевз В.Г. Алгебра: підруч. для 7 кл. загальноосвіт. навч. закладів. – К. : Зодіак – ЕКО, 2007.
3. Істер О. С. Алгебра: підруч. для 7 кл. загальноосвіт. навч. закладів. – К. : Генеза, 2015.
4. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. Алгебра: підруч. для 7 кл. загальноосвіт. навч. закладів. – Х. : Гімназія, 2015.
5. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. Алгебра: підруч. для 8 кл. загальноосвіт. навч. закладів. – Х. : Гімназія, 2008.
6. Істер О. С. Алгебра: підруч. для 8 кл. загальноосвіт. навч. закладів. – К. : Освіта, 2008.
7. Бевз Г.П., Бевз В.Г. Алгебра: підруч. для 9 кл. загальноосвіт. навч. закладів. – К. : Зодіак – ЕКО, 2009.
8. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. Алгебра: підруч. для 9 кл. загальноосвіт. навч. закладів. – Х. : Гімназія, 2009.
9. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. Алгебра і початки аналізу: підруч. для 10 кл. загальноосвіт. навч. закладів: академ. рівень – Х. : Гімназія, 2010.
10. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. Алгебра: підруч. для 11 кл. загальноосвіт. навч. закладів: академ. рівень – Х. : Гімназія, 2011.

Гавриловський Олексій,
студент V курсу, спеціальність «Інформатика».
Науковий керівник – ***Карплюк С. О.***
кандидат педагогічних наук, доцент

ВИКОРИСТАННЯ ПЕДАГОГІЧНИХ ПРОГРАМНИХ ЗАСОБІВ НАВЧАННЯ У ПРОФЕСІЙНІЙ ДІЯЛЬНОСТІ МАЙБУТНІХ УЧИТЕЛІВ ІНФОРМАТИКИ

На сьогоднішній день в системі освіти України відбуваються суттєві зміни, які пов'язані з активним переходом від традиційного до інноваційного навчання на засадах використання інформаційно-комунікаційних технологій. В цих умовах виникає гостра необхідність в розробці інноваційних електронних продуктів, які б містили в собі елементи дистанційної освіти, а також сприяли б активному вивченню математичних дисциплін, зокрема, інформатики. Вирішення даного завдання, на наш погляд, можливе за рахунок активного впровадження та використання педагогічних програмних засобів навчання у процес підготовки майбутніх учителів інформатики.

Аналіз літературних джерел доводить актуальність окресленої проблеми, оскільки проблемі вивчення та використання педагогічних програмних засобів і критеріїв їх оцінювання присвячена значна кількість наукових досліджень вітчизняних і зарубіжних вчених, зокрема: В. М. Дем'яненко, Р. С. Гуревич, М. І. Жалдак, С. О. Карплюк, А. А. Кузнецова, Н. В. Морзе, І. В. Роберт, М. П. Шишкіна та інші.

Разом з тим, попри значну кількість досліджень з даного питання, ще не достатньо дослідженим залишаються певні аспекти, зокрема, використання педагогічних програмних засобів навчання у професійній діяльності майбутніх учителів інформатики, що і є метою статті.

Педагогічний програмний засіб (ППЗ) – сучасний електронний мультимедійний підручник – це цілісна дидактична система, що заснована на використанні комп'ютерних технологій і засобів Інтернету і яка ставить за мету забезпечити навчання за індивідуальними і оптимальними навчальними параметрами [1, 3].

Під час створення конкретного ППЗ, тобто в процесі визначення його структури, змісту, форми, способів представлення в ньому навчальної інформації, забезпечення рівня можливості інтерактивної взаємодії в системі «студент-комп'ютер» та інших характеристик, які характерні для зазначених електронних продуктів, автори-розробники виходять із суб'єктивного розуміння цілей і методів навчання. Крім того, для проектування ефективних ППЗ, необхідним є врахування особистого педагогічного, проектного та виробничого досвіду, тих теоретичних положень і концепцій, які розуміють і поділяють усі суб'єкти навчального процесу [2, 5].

Кожен ППЗ, тією чи іншою мірою відображає риси, домінуючої сьогодні, освітньої парадигми, але обмежений конкретною предметною галуззю, в якій задіяні його автори.

Кожен ППЗ, як і традиційний засіб, наприклад, друкований підручник, посібник тощо, є результатом творчого на наукового пошуку авторів. Такий підхід забезпечує унікальність та неповторність у якості, структурі, оформленні, естетиці, функціональних можливостях, змісті, способах і формах подання навчальної інформації кожному окремому ППЗ.

Для вчителя інформатики, який використовує у власній професійній діяльності систему певних засобів, важливе існування проблемно-орієнтованої класифікації, що враховує такі експериментально визначені характеристики як:

– рівень спрямованості на досягнення педагогічної мети (в різних педагогічних ситуаціях);

– характеристику складності опанування сервісними можливостями;

– час, який потрібен різним категоріям користувачів на опанування певним засобом;

– комплекс методик, які дозволяють педагогічно раціонально використовувати даний конкретний засіб тощо [4]

Очевидно, що введення ППЗ в навчальний процес вищої школи дасть можливість підвищити ефективність навчання, оскільки всі необхідні матеріали для підготовки до практичних та семінарських занять певної дисципліни систематизовані по темах на одному web-сайті. Крім того, кожна тема поділена на певні розділи, наприклад: методичні вказівки до виконання практичних занять, орієнтовний план семінарського заняття, основна література, додаткова література, глосарій, відео- та медіа-матеріали, табличний фонд, контроль знань, посилання на корисні web-сайти, зворотній зв’язок, форум для студентів. Крім того, достатньо важливим для навчання майбутніх учителів інформатики є зворотний зв’язок з викладачем, оскільки у студента може виникати низка питань, які потрібно вирішити спільно з викладачем. Таким чином викладач виступає як консультант для студента, який скеровує його освітню діяльність в правильне русло, корегує та виправляє неточності. Даний web-сайт повинен постійно оновлюватися і корегуватися. Це сприятиме підвищенню рівня кваліфікації педагога.

Використання ППЗ в навчальному процесі допоможе перейти на новий рівень освіти, пришвидшить процес створення єдиного освітнього простору.

Література

1. Гуревич Р. С. Інформаційно-телекомунікаційні технології в навчальному процесі та наукових дослідженнях / Р. С. Гуревич, М. Ю. Кадемія. – К. : Освіта України, 2006. – 383 с.

2. Жалдак М. І. Компьютер на уроках математики : Посібник для вчителів / М. І. Жалдак. – К. :Техніка, 1997. – 304 с. : іл.

3. Карплюк С. О. Використання педагогічних програмних засобів навчання у професійній діяльності майбутніх фахівців: лекції, практичні та лабораторні: Навч.-метод. посібн. для студ. вищих навч. закл. фіз.-мат. факультетів / С. О. Карплюк, А. Ц. Франовський, Д. С. Вербівський, Ю. А. Словінська. – Житомир : Вид-во ЖДУ ім. І. Франка, 2017. – 250 с. : іл.

4. www.osvita.org.ua

5. www.compulog.ru

РОЗДІЛ ІІ. НАУКОВІ ДОРОБКИ ВИКЛАДАЧІВ

Григор'єва І. Г.,
начальник навчальної частини
Житомирського державного університету імені Івана Франка

СТУДЕНТСЬКЕ НАУКОВЕ ТОВАРИСТВО ЖИТОМИРСЬКОГО ДЕРЖАВНОГО УНІВЕРСИТЕТУ ІМЕНІ ІВАНА ФРАНКА ЯК ОДНА ІЗ НАЙВАЖЛИВІШИХ СКЛАДОВИХ СТУДЕНТСЬКОГО САМОВРЯДУВАННЯ

В умовах трансформації освіти та науки нашої держави, відповідно до європейських та світових стандартів, особливого значення набуває процес консолідації сил студентського самоврядування, молоді, яка прагне вирішувати свої проблеми самостійно. В цьому контексті особливої уваги потребує проблема забезпечення необхідних умов для самореалізації молодих людей в інтересах особистості, суспільства і держави. Одним із способів вирішення даної проблеми є утворення принципово нового структурного органу, на засадах співпраці керівництва вишу та студентського самоврядування, а також діяльність якого буде спрямована на розкриття творчого потенціалу студентської молоді – студентського наукового товариства.

Студентське наукове товариство – це добровільне студентське об'єднання, що організується в вищих навчальних закладах із метою залучення студентської молоді до науково-дослідної роботи, поширення й узагальнення досвіду цієї роботи, підвищення якості підготовки та виховання майбутніх фахівців, а також яке активно сприяє формуванню творчих характеристик особистості, що готова ефективно вирішувати теоретичні та прикладні проблеми, які виникають в процесі дослідницької роботи [1].

Основними цілями товариства є створення і розвиток сприятливих умов для формування кваліфікованих фахівців шляхом інтенсифікації науково-дослідної роботи, участі їх у фундаментальних та прикладних дослідженнях, що проводяться у вищій школі, а також забезпечення можливості для кожного студента реалізувати своє право на творчий розвиток особистості згідно з його здібностями і потребами.

Студентське наукове товариство Житомирського державного університету імені Івана Франка функціонує з метою виявлення та об'єднання обдарованих студентів, які налаштовані на проведення самостійних наукових досліджень під час навчання в університеті, та створення сприятливих умов для підготовки висококваліфікованих фахівців, що здатні проводити незалежні наукові розвідки. В університеті здійснюється комплексне дослідження розвитку обдарованої особистості, розроблено модель обдарованості, виявлено ті фактори, що сприяють реалізації обдарованості. Саме ці дослідження лягли в основу концепції виявлення та розвитку обдарованої молоді у лавах Студентського наукового товариства університету [2].

Можливості Студентського наукового товариства у виявленні та розвитку обдарованої молоді закріплені у Положенні про Студентське наукове товариство, яке регулює його діяльність. Первинний осередок Студентського наукового товариства, проблемна група та науковий гурток, діє відповідно до Положення про студентський науковий гурток та проблемну групу та здійснює відбір найбільш здібних та талановитих в науковій роботі студентів [2].

Студентські наукові товариства факультетів та ННІ співпрацюють з кафедрами університету, СНТ інших вищих навчальних закладів міста та країни, вітчизняними та міжнародними організаціями, що проводять конкурси для обдарованої студентської молоді [2].

Студентське наукове товариство Житомирського державного університету імені Івана Франка, в рамках своєї діяльності проводить наступні заходи:

- Відкриті та виїзні засідання;
- Науково-практичні і звітні конференції;
- Бере участь у виданні збірок студентських наукових праць;
- Організовує міжвузівські зустрічі представників Студентського наукового товариства та обдарованої студентської молоді [2].

Інформаційна підтримка діяльності Студентського наукового товариства здійснюється завдяки сторінці СНТ на сайті університету.

У перспективі Студентське наукове товариство планує удосконалити процес залучення талановитої молоді до наукової діяльності шляхом:

- Видання електронної збірки студентських наукових робіт;
- Регулярного проведення міжвузівських зустрічей членів СНТ та обдарованої студентської молоді;
- Проведення наукових Інтернет-конференцій;
- Організації наукових студентських міждисциплінарних розвідок [2].

В результаті аналізу діяльності Студентського наукового товариства Житомирського державного університету імені Івана Франка та перспектив його розвитку, можна зробити висновок, що СНТ діє з метою координації, організаційного та науково-методичного забезпечення роботи з обдарованою молоддю, створення сприятливих умов для розвитку і реалізації творчих здібностей студентів університету, залучення їх до активної науково-дослідної, пошукової діяльності у процесі навчання в університеті, участі у вирішенні актуальних науково-педагогічних, гуманітарних та науково-технічних проблем, а це беззаперечно доводить доцільність його існування та функціонування.

Література

6. https://uk.wikipedia.org/wiki/Студентське_наукове_товариство.
7. Положення про Студентське наукове товариство Житомирського державного університету імені Івана Франка // Електронний ресурс https://zu.edu.ua/doc/SNT.pdf. – НАЗВА З ЕКРАНУ.

Карплюк С. О.,
заступник декана фізико-математичного факультету,
кандидат педагогічних наук, доцент

ДЕЯКІ РЕЗУЛЬТАТИ ВПРОВАДЖЕННЯ ІНФОРМАЦІЙНО-АНАЛІТИЧНОЇ СИСТЕМИ УПРАВЛІННЯ ПРОЦЕСОМ НАВЧАННЯ НА ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНОМУ ФАКУЛЬТЕТІ

Прагнення долучитися до європейської спільноти у сфері вищої освіти неминуче веде до виникнення конкуренції між вузами на ринку освітніх послуг, оскільки якість та доступність освіти є важливою характеристикою, що визначає конкурентоспроможність навчальних закладів. В цьому контексті особливої уваги набуває проблема підвищення якості освіти шляхом ефективного управління освітнім процесом і ресурсами вузу в цілому. Вирішення даного завдання можливе за рахунок впровадження потужних інформаційно-аналітичних Web-орієнтованих систем в діяльність вишів, які сприятимуть підвищенню ефективності управління навчально-виховним процесом як кожного окремого структурного підрозділу, так і вузу в цілому.

Вищий навчальний заклад – це механізм, який має набір функцій, чітко розподілених серед своїх структурних підрозділів. Виконуючи свої конкретні завдання, керівники та співробітники підрозділів безпосередньо беруть участь в інформаційно-аналітичних процесах ВНЗ.

Одним із таких структурних підрозділів Житомирського державного університету імені Івана Франка є фізико-математичний факультет. З моменту впровадження в навчально-виховний процес факультету інформаційно-аналітичної системи "Деканат", розроблена фірмою Politek-SOFT. Дана система працюючи на засадах системного підходу дозволяє реалізовувати певні стратегічні цілі, що ставляться перед університетом Міністерством освіти і науки України, значно підвищує ефективність автоматизації значної кількості завдань і процесів, необхідних для забезпечення якісної освіти.

На фізико-математичному факультеті інформаційно-аналітична система "Деканат" була введена в експлуатацію у вересні 2015 року і на сьогоднішній день беззаперечною її перевагою є електронний розклад, який є у вільному доступі і перегляд якого можливий за посиланням у мережі Internet (https://dekanat.zu.edu.ua/cgi-bin/timetable.cgi?n=700).

Зовнішній вигляд даного сервісу достатньо простий і усі вкладки є зрозумілими для використання будь-якого рівня користувачам (рис. 1.).

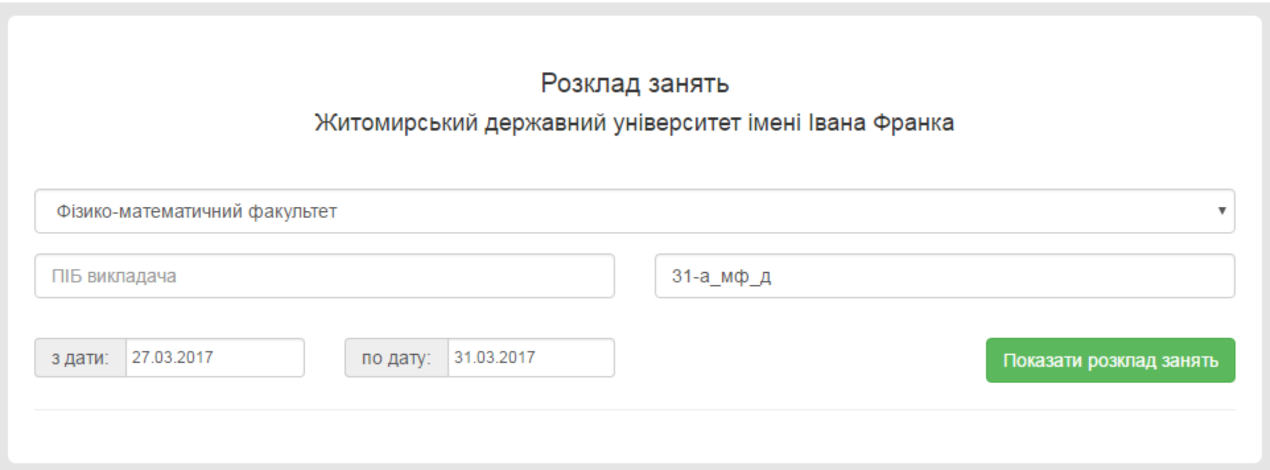


Рис. 1. Інтерфейс електронного розкладу інформаційно-аналітичної системи «Деканат»

Дана інформаційно-аналітична система дозволяє двічі на рік (на I і II семестри), без зайвих труднощів, складати розклади навчальних занять для студентів усіх освітньо-кваліфікаційних рівнів (бакалаври, спеціалісти, магістри, аспіранти), враховуючи досить жорсткі обмеження (недостатність аудиторного фонду, зайнятість професорсько-викладацького складу, висока завантаженість студентів, одночасна реалізація різних навчальних планів).

Окрім електронного розкладу, система "Деканат" передбачає складання навчальних планів та дозволяє вести чіткий розподіл навчального навантаження по конкретному викладачу, по кафедрі та факультету в цілому. Це дозволяє мінімізувати кількість помилок у розкладі, скорочує час і трудовитрати при плануванні навчального процесу, а також підвищує оперативність управління навчальним процесом, інформованість керівництва деканату та кафедр фізико-математичного факультету.

Подальша експлуатація системи спрямована на централізацію диспетчерських функцій в рамках диспетчерської служби факультету, установку робочих місць на всіх кафедрах факультету та навчання співробітників кафедр роботі з електронним журналом, який буде забезпечувати можливість виставлення оцінок в on-line режимі.

Аналізуючи функціональні можливості інформаційно-аналітичної системи «Деканат» та враховуючи її позитивні характеристики, варто наголосити на необхідності розширення її структурних компонентів (модулів). Серед них досить важливими є:

– *Модуль "Сесія"* автоматизує роботу співробітників деканату при проведенні контрольних заходів у ході навчання й дозволяє: автоматично формувати відомості успішності на основі робочих навчальних планів; вести облік результатів контрольних заходів і автоматично розраховувати підсумкові оцінки, які будуть включені до додатку до диплому; формувати відомості успішності на перескладання, екзаменаційні листи та карти; вести журнал академічних заборгованостей (за дисциплінами кожного окремого студента), зараховувати оцінки, які отримані під час навчання у іншому ВНЗ, із врахуванням погодження навчальних планів;

– *Модуль "Ротація студентів"* призначений для повної автоматизації усіх процесів, пов’язаних із перебуванням студента під час навчання у ВНЗ (реєстрація, вступ, зарахування, поточні накази у відповідності до ротації студента, запис до особової карточки та поновленням позиції "статус студента");

– *Модуль "Дипломне проектування"* використовується для обліку тематики дипломних проектів і курсових робіт, внесення рецензій і оцінок, формування документації державної екзаменаційної комісії, підготовки і друк академічних довідок, а також додатків до дипломів;

– *Модуль "Стипендія"* дозволяє співробітникам деканату розподіляти академічні і соціальні стипендії студентам факультету. Будучи складовою частиною комплексного рішення, цей модуль використовує інформацію про успішність студентів, наявні соціальні пільги і інші встановлені виплати, дозволяє автоматично формувати накази, істотно зменшуючи об'єми ручної праці;

– *Модуль "Кадровий реєстр"* призначений для обліку контингенту співробітників факультету, ведення реєстру посад і формування особистих кабінетів співробітників. У системі особисті справи співробітників зберігаються в електронному вигляді і містять вичерпну інформацію про кожного співробітника (список займаних ним посад, тип призначення (у штаті або сумісник), де знаходиться на даний момент часу (відпустка, відрядження) тощо);

– *Модуль "Студентське містечко"* призначений для обліку контингенту студентів, що мешкають в гуртожитку, ведення реєстру кімнат, оцінок за їх санітарний стан; відвідування викладачами гуртожитку тощо;

– *Модуль "Користувач"* призначений для авторизації і ідентифікації відвідувачів (абітурієнтів, студентів, викладачів і співробітників університету) Web-сайту, надання різних повноважень у користуванні та управлінні Web-ресурсом (перегляд, створення і редагування інформації і контенту), можливість у спілкуванні користувачів.

Аналізуючи роботу інформаційно-аналітичної системи "Деканат" на фізико-математичному факультеті, можна зробити висновок, що її використання дозволяє істотно поліпшити якість управління навчальним процесом; створює умови для переходу на кредитно-модульну систему навчання і є надійною платформою для дистанційного навчання. Система перебуває у стані постійного розвитку та оновлення, а тому допускає можливість підключення нових модулів і налаштування на мінливі умови навчального процесу та особливості законодавства.

Чемерис О. А.,
кандидат педагогічних наук, доцент

ПРИНЦИП ВИЗНАЧЕНОСТІ У ГЕОМЕТРИЧНИХ ЗАДАЧАХ

У ході розв'язування геометричних задач на обчислення чи побудову ми досить часто зустрічаємось із відновленням шуканих елементів за так званими *основними заданими елементами*.

Загальновідомою є теорема [1, с. 11–15], яка виражає найважливішу *ознаку визначеності фігури*: кожна геометрична фігура визначається заданням певного числа незалежних елементів. Тобто, будь-яку геометричну фігуру можна побудувати, якщо вибрати достатню N кількість її елементів (умова мінімальності). Для різних фігур – число N різне. Так, трикутник загального розташування задається трьома елементами серед яких мінімум один – лінійний: три сторони; дві сторони та кут; сторона та два кути; три медіани; сторона, висота та кут; два кути та радіус вписаного кола тощо. Для рівнобедреного чи прямокутного трикутників кількість незалежних елементів зменшується до 2, для рівностороннього трикутника – до одного.

При вивчення чотирикутників та їх побудові переконуємось, що квадрат визначається одним елементом; ромб і прямокутник – двома; паралелограм, прямокутна чи рівнобічна трапеції – трьома; трапеція, вписаний чи описаний чотирикутники – чотирма, а чотирикутник загального розташування – п’ятьма.

Досвід показує, що принцип визначеності геометричної фігури є ефективним засобом свідомого засвоєння основних питань шкільного курсу геометрії. Також з точки зору принципу визначеності фігури, що задаються тим самим числом N, відносяться до одного класу, отже мають схожі властивості.

До питання щодо знаходження числа елементів, що визначають фігуру, підходять з конструктивного підходу. Так, для задання довільного тетраедра потрібно шість елементів (три для основи та три для визначення вершини), а для правильної трикутної піраміди потрібно лише два тощо.

Наведемо приклади узагальнень:

- довільний n-кутник визначається $2n$-3 елементами;
- довільна n-кутна призма чи піраміда визначається $2n$ елементами;
- довільний n-гранний кут визначається як n-кутник;
- довільний багатогранник з n вершинами ($n>2$) визначається $3n$-6 елементами (якщо грані є трикутниками).

Свідоме засвоєння учнями, студентами принципу визначеності геометричної фігури має велике освітнє значення, адже можна самим придумувати умову задачі (наприклад, при написанні курсових та дипломних робіт для розкриття певної теми).

Цікавими є задачі без числових даних. Наприклад, *чи можна знайти кути рівнобедреного трикутника, якщо його ортоцентр належить вписаному колу?* Тобто за рівністю радіуса вписаного кола відрізкові, що з'єднує центр вписаного кола з ортоцентром, визначити кути рівнобедреного трикутника. Маємо рівність двох лінійних елементів, отже форма трикутника буде відомою, а значить і кути (сприймання задачі полегшується із знанням принципу визначеності).

Зазначений принцип тісно пов'язаний з геометричними задачами на побудову і може бути успішно застосований до складання і розв'язування багатьох типових задач.

Якщо в умові задано $\boldsymbol{m}$ елементів, то можна намагатись побудувати шукану фігуру або будувати окремі фіксовані складові частини фігури (допоміжний трикутник, допоміжне коло тощо).

Розглянемо наступну задачу: *побудувати трикутник за основою* $\boldsymbol{a}$*, кутом при вершині* $\boldsymbol{\alpha}$ *та висотою* $\boldsymbol{h_a}$*, проведенною до основи*. Ця задача легко розв'язується методом геометричних місць точок (шукану точку (вершину трикутника) знаходимо як перетин *ГМТ_1* (з яких відрізок видно під заданим кутом) та *ГМТ_2* (рівновіддалених на відстань висоти від заданої прямої). Якщо фіксувати основними елементами просту фігуру, яка буде допоміжною, то це –описане коло навколо шуканого трикутника.

Перегляд даних в умові для відшукання допоміжної фігури допомагає проаналізувати умову задачі з точки зору її визначеності, а отже є ключем до складання інших задач на відпрацювання конкретного методу. Наприклад, побудувати трикутник за: 1) стороною, протилежним кутом, медіаною, проведеною до цієї сторони; 2) кутом, проведеними з вершини цього кута медіаною або висотою, радіусом описанного кола тощо (у цих задачах зберігається метод розв'язання).

Слід також вміти не лише будувати ту чи іншу фігуру за даними елементами, а й знаходити інші елементи за даними. Побудова фігури за переліком допоміжних показує, як обчислити будь-який невідомий елемент фігури (наприклад, знайти висоту трапеції за даними її основами та діагоналями; визначити кут трикутника за висотою, медіаною та бісектрисою проведеним з однієї вершини тощо).

Алгебраїчний метод розв'язування геометричних задач на побудову є універсальним, хоча і не завжди простим та наочним. До цього методу можна застосувати принцип визначеності фігури, оскільки він включає в себе як складову обчислювальні моменти, тобто за заданими неосновними елементами можна знайти потрібні для базової побудови. Але застосування алгебри у задачах на побудову не завжди дає можливість розв'язати її за допомогою циркуля та лінійки.

Приклади задач, які не можуть бути розв’язані циркулем та лінійкою: 1) побудувати трикутник за периметром та радіусом описанного кола (маємо рівняння четвертого степеня); 2) побудувати трикутник за трьома бісектрисами (маємо рівняння третього степеня) та інші.

Отже, принцип визначеності фігури дає змогу зрозуміти умову задачі, впорядковує наші дії при розв'язанні та дозволяє досить просто дістати відповідь на запитання.

Література

1. Людмилов Д.С. Складання і розв'язування текстових задач у середній школі / Дмитро Людмилов : Посібник для вчителів. – Київ : Радянська школа, 1967. – 174 с.

2. Боравльов А.П. Аналіз у розв'язуванні задач на побудов : навч. посіб. / Анатолій Боравльв, Іван Ленчук. – Київ : Вища шк., 2002. – 191 с.

Романішин В. В.,
аспірант кафедри прикладної математики та інформатики,
Фільшина С. М.,
заступник директора Житомирського професійного
ліцею сфери послуг

ПРОГРАМНО-ДЕМОНСТРАЦІЙНИЙ КОМПЛЕКС ЯК ЗАСІБ ПІДВИЩЕННЯ РІВНЯ НАВЧАЛЬНИХ ДОСЯГНЕНЬ СТУДЕНТІВ ПРОФЕСІЙНО-ТЕХНІЧНИХ НАВЧАЛЬНИХ ЗАКЛАДІВ

Проблема інформатизації сучасного українського суспільства вимагає модернізації багатьох сфер людського життя. Не виключенням стала і система неперервної професійно-технічної освіти, оскільки це не лише відповідатиме Закону України «Про національну програму інформатизації», національним інтересам і світовим тенденціям розвитку економіки, а й забезпечуватиме підготовку кваліфікованих робітничих кадрів. З огляду на такий стан даного питання, особливого значення набувають наступні напрями розвитку цієї освітянської галузі: інтелектуалізація професійної освіти, врахування науково-технічних досягнень, упровадження новітніх технологій; вдосконалення інформаційно-комунікаційного, науково-методичного, матеріально-технічного забезпечення [1]. Одним із можливих шляхів вирішення цієї проблеми є спроба проектування інформаційно-комунікаційних технологій та впровадження їх у процес підготовки студентів професійно-технічних навчальних закладів, які дозволять підвищити ступінь володіння системою спеціальних знань, умінь і навичок, що в свою чергу дозволить оптимізувати процес навчання і загалом підвищить рівень конкурентоспроможності випускників на ринку праці.

Аналіз спеціальної та навчально-методичної літератури доводить, що окресленою проблемою займалось широке коло дослідників, серед них: Р. Гуревич, І. Захарова, Є. Полат, М. Жалдак, О. Спірін, П. Стефаненко, В. Биков, С. Сисоєва, С. Коваль та інші.

У роботах вищеперерахованих учених розглядаються різні підходи до використання ІКТ у навчальному процесі, але варто зазначити, що з активізацією розвитку професійно-технічної освіти, виникла необхідність відшукання нових шляхів проектування сучасних програмно-демонстраційних комплексів (ПДК), які сприятимуть ефективності процесу підготовки студентів професійно-технічних навчальних закладів. З огляду на це, виникає потреба більш ґрунтовно окреслити поняття «програмно-демонстраційний комплекс» та визначити вимоги щодо їх проектування, що і є метою статті.

Сьогодні інформаційні технології все більше стають об'єктом вивчення, тому постає необхідність ефективної організації процесу навчання, який матиме практичну спрямованість. Досягти цього завдання можливо за рахунок використання спеціалізованих ПДК.

ПДК навчального призначення – це сукупність програмних, технічних і методичних засобів, призначених для використання інформаційних технологій в навчальному процесі [2].

Основними складовими таких комплексів є технічна, програмна, методична підтримка, кожна з яких має своє спеціальне призначення.

Технічна і програмна складові створюють умовне середовище для використання ПДК як засобів навчання з метою забезпечення наочності і демонстративності подання навчального матеріалу, а також для оволодіння практичними знаннями і навичками роботи з інформаційними технологіями.

Роль методичної складової полягає в наявності навчальної програми, методичних та наочних посібників, дидактичних та демонстраційних матеріалів тощо. При формуванні методичної складової особлива увага повинна приділятися цілям навчання, професійній спрямованості, наявному рівню знань.

Застосування ПДК у навчальному процесі забезпечить реалізацію інформаційних процесів в системі «учитель-учень» («викладач-студент»), а саме:

– переробку інформації викладачем з метою її доцільного подання;
– передачу інформації студентам у формі знань та вмінь;
– сприйняття та засвоєння інформації студентами;
– вміння використовувати набуті знання, вміння та навички [1].

З метою ефективності кожного електронного продукту начального призначення, до ПДК висуваються певні вимоги, серед яких: відповідність сучасному рівню технічного та програмного забезпечення, а також відповідність цілям навчання.

Відповідно до цілей використання ПДК можна виділити такі їх типи:

– демонстраційний комплекс (призначений для підвищення інтересу до предмету та покращення ефективності сприйняття завдяки використанню нових привабливих і швидкозмінних форм подання інформації [3];

– навчально-демонстраційний комплекс (призначений для оволодіння ІТ з метою підвищення загальної мотивації навчання та можливості практичного опанування ІТ [3]);

– комп'ютерна лабораторія (призначена для формування практичних вмінь та навичок роботи з ІТ, забезпечення індивідуалізації навчання (кожен працює в режимі, який його задовольняє); забезпечення доступу до інформації; забезпечення можливості об'єктивної перевірки та оцінювання знань, умінь та навичок [3]).

Отже, в рамках підвищення рівня навчальних досягнень студентів професійно-технічних закладів, доцільним буде використання ПДК, які сприятимуть якісному засвоєнню не лише теоретичних знань, а й практичних навичок роботи, що є особливо важливим у світлі сучасних тенденцій інформатизації суспільства.

Література

1. Захарова И. Г. Информационные технологии в образовании: Учебн. пособ. для студ. высш. учебн. заведений. – М. : Издательский центр Академия, 2003. – 192 с.

2. Кадемія М. Ю. Інформаційно-комунікаційні технології навчання: словник термінів / М. Ю. Кадемія. – Львів : СПОЛОМ, 2009. – 260 с.

3. Карплюк С. О. Програмне забезпечення ПЕОМ: лекції, практичні та лабораторні: Навч.-метод. посібн. для студ. вищих навч. закл. фіз.-мат. факультетів / С. О. Карплюк, А. Ц. Франовський, Д. С. Вербівський, С. С. Жуковський, Ю. А. Словінська. – Житомир : Вид-во ЖДУ ім. І. Франка, 2017. – 250 с. : іл.

Словінська Ю. А.,
старший лаборант кафедри алгебри та геометрії

РОЛЬ ПЕДАГОГІЧНИХ ПРОГРАМНИХ ЗАСОБІВ У ПІДГОТОВЦІ МАЙБУТНІХ УЧИТЕЛІВ ІНФОРМАТИКИ

Останні два десятиліття незалежності нашої держави ринок праці диктує жорсткі вимоги до професійних якостей фахівців. Не винятком стала і науково-педагогічна сфера, оскільки євроінтеграційні процеси в Україні зумовлюють пошук принципово нових педагогічних систем або технологій підготовки майбутніх учителів, здатних творчо підходити до навчання і виховання учнівської молоді. В даному контексті особливої уваги набуває проблема підготовки майбутніх учителів інформатики до професійної діяльності шляхом впровадження та використання педагогічних програмних засобів навчання. Вирішення цієї проблеми можливе за рахунок використання вже відомих і вільно розповсюджу вальних навчальних програм або ж створення абсолютно нових педагогічних програмних засобів.

У контексті досліджень із проблеми розробки та використання педагогічних програмних засобів навчання майбутніх педагогів українські науковці приділяють увагу таким питанням: методологія впровадження інформаційних технологій у навчальний процес (С. Гончаренко, Р. Гуревич, В. Кухаренко, В. Олійник, П. Стефаненко), застосування ІКТ у навчанні та вихованні педагогічних фахівців (І. Булах, А. Верлань, М. Кадемія, Г. Козлакова), інформатизація професійної педагогічної підготовки (А. Гуржій, А. Єршов, М. Жалдак, Ю. Жук, Л. Коношевський, А. Кузнецов, В. Лапінський, Н. Морзе, Ю. Райський, В. Сумський). Теорію та практику створення і використання електронних навчальних систем досліджують також зарубіжні науковці: Р. Андерсон, Х. Беднарчик, О. Віштак, Л. Зазнобіна, А. Журін, Дж. Грімм, О. Козлов, Д. Корягін, Г. Краснова, П. Образцов та ін. [3].

Очевидно, що проблема підготовки майбутніх учителів інформатики на засадах використання інформаційно-комунікаційних технологій зачіпала досить широке коло науковців та педагогів-практиків, але дане питання було і залишається актуальним з огляду на постійні зміни науково-технічного прогресу та пошуки ефективних технологій навчання. Визначити роль педагогічних програмних засобів навчання в сучасних умовах підготовки майбутніх учителів інформатики і є метою даної статті.

На сьогоднішній день розроблено значну кількість педагогічних програмних засобів навчання для використання майбутніми вчителями інформатики у своїй професійній діяльності, але найбільш оптимальним є комплект програм GRAN (GRAN1, GRAN-2D, GRAN-3D), створений під керівництвом М. І. Жалдака та призначений для графічного аналізу систем геометричних об'єктів.

Програма GRAN1 призначена для графічного аналізу функцій, звідки й походить її назва (GRaphic ANalysis). GRAN-2D призначена для графічного аналізу систем геометричних об'єктів на площині, звідки й походить її назва (GRaphic Analysis 2-Dimension). GRAN-3D дозволяє графічно аналізувати просторові (тривимірні) об'єкти (GRaphic Analysis 3-Dimension) [1, 2].

Названі педагогічні програмні засоби прості у використанні, оснащені досить зручним інтерфейсом, максимально наближеним до інтерфейсу найбільш поширених програм загального призначення (систем обробки текстів, управління базами даних, електронних таблиць, графічних і музичних редакторів та ін.). Від користувача не потрібно значного обсягу спеціальних знань з інформатики, основ обчислювальної техніки, програмування, за винятком найпростіших понять, цілком доступних для учнів середніх навчальних закладів і студентів педагогічних вишів [3]. Окрім того, використання подібних програм дає можливість вирішувати окремі завдання, не знаючи відповідного аналітичного апарату, методів і формул, правил перетворення виразів тощо. Разом з тим, завдяки можливостям графічного супроводу комп'ютерного розв'язання задачі, можна чітко і легко вирішувати досить складні завдання, впевнено володіти відповідною системою понять і правил. Використання педагогічних програмних засобів зазначеного типу дає можливість у багатьох випадках зробити розв'язання задачі настільки ж доступним, як просте розглядання малюнків або графічних зображень. Відповідні педагогічні програмні засоби перетворюють окремі розділи і методи геометрії в "геометрію для всіх", які стають доступними, зрозумілими, легкими і зручними для використання, а той, хто вирішує геометричну задачу, стає користувачем математичних методів, можливо не володіючи способами їх побудови і обґрунтування, аналогічно до того, як він використовує інші комп'ютерні програми (текстові, графічні, музичні редактори, електронні таблиці, бази даних, операційні системи, експертні систем и), не знаючи, як і за якими принципами вони побудовані, якими мовами програмування описані, які теоретичні основи закладені в їх основу [1, 3].

Таким чином, застосування педагогічних програмних засобів навчання GRAN відіграє значну роль у процесі підготовки майбутніх вчителів інформатики, оскільки дозволяє швидко та якісно вирішувати будь-які математичні задачі, реалізувати дослідницький підхід до їх розв’язування, навчити кожного студента самостійно діяти у мовах критичних ситуацій, а також формувати пізнавальний інтерес і творчі здібності, які є дуже важливими і потрібними в сучасному інформаційному суспільстві.

Література

1. Жалдак М. І. Комп’ютер на уроках геометрії: Посібник для вчителів / М. І. Жалдак, О. В. Вітюк. – К. : РННЦ "ДІНІТ", 2004 – 168 с. : іл.
2. Жалдак М. І. Компьютер на уроках математики : Посібник для вчителів / М. І. Жалдак. – К. :Техніка, 1997. – 304 с. : іл.
3. Карплюк С. О. Використання педагогічних програмних засобів навчання у професійній діяльності майбутніх фахівців: лекції, практичні та лабораторні: Навч.-метод. посібн. для студ. вищих навч. закл. фіз.-мат. факультетів / С. О. Карплюк, А. Ц. Франовський, Д. С. Вербівський, Ю. А. Словінська. – Житомир : Вид-во ЖДУ ім. І. Франка, 2017. – 250 с. : іл.

Королюк О. М.,
кандидат педагогічних наук,
доцент кафедри алгебри та геометрії

ДО ПИТАННЯ МЕТОДИКИ РОЗВ’ЯЗУВАННЯ ТЕКСТОВИХ ЗАДАЧ НА РУХ ПО КОЛУ

Нині текстові (сюжетні) задачі є одним із найбільш ефективних методичних засобів, спрямованих формування в учнів математичних компетентцій. Такі задачі допомагають розвивати мислення школярів, формувати вміння й навички практичного застосування математики.

Розв'язування задач сприяє вихованню в учнів наполегливості, вміння долати труднощі, відповідальності, уважності, послідовности.

Серед текстових задач особливе місце посідають «задачі на рух». Найбільш поширеними задачами цього типу є задачі на зустрічний рух і на рух в одному напрямі.

Задачі *«на рух по колу»* вирізняють деякі особливості. На жаль, за браком часу, а в деяких випадках свідомо, учителі залишають поза увагою такі задачі. Адже досить часто учні не готові зрозуміти співвідношення між компонентами, які характеризують рух по замкненій траєкторії (колу).

Під час розв'язування задач такого типу *потрібно враховувати*:

1) якщо два тіла рухаються по колу радіуса R із сталими швидкостями $\mathcal{V}_1$ і $\mathcal{V}_2$ у різних напрямах, то час між їх зустрічами обчислюється за формулою $t = 2\pi R/(\mathcal{V}_1 + \mathcal{V}_2)$;

2) якщо два тіла рухаються по колу радіуса R зі сталими швидкостями $\mathcal{V}_1$ і $\mathcal{V}_2$ ($\mathcal{V}_1 > \mathcal{V}_2$) в одному напрямі, то час між їх зустрічами визначається: $t = 2\pi R/(\mathcal{V}_1 - \mathcal{V}_2)$;

3) під час руху тіл по в одному напрямку, незалежно від того, на якому колі одне тіло вперше наздоганяє друге і скільки часу пройшло, перше тіло проходить лише на одне коло більше, ніж друге.

Підвести учнів до розуміння цих положень можна на основі спеціально підібраних вправ. Розглянемо приклади задач на «рух по колу».

Задача 1. Годинник показує північ. Через скільки хвилин годинна і хвилинна стрілки знову співпадуть [2].

Розв'язання. Незважаючи на таке формулювання – це звичайна задача на рух в одному напрямку.

Нехай довжина кола циферблата дорівнює С. Оскільки хвилинна стрілка проходить циферблат за *1 год = 60 хв*, то її швидкість С/60.

Годинникова стрілка проходить циферблат за *12 год (720 хв)* та її швидкість дорівнює С/720.

Отже, ці стрілки знову співпадуть через $\frac{C}{\frac{C}{60}-\frac{C}{720}} = \frac{720}{11} = 65\frac{5}{11}$ хв.

Відповідь: $65\frac{5}{11}$ хв.

У нашій попередній роботі, присвяченій цій темі [1], ми наводимо приклади задач, де рухаються по колу два об'єкти. Тепер розглянемо задачі, де присутні три учасники руху [2].

Задача 2. Три велосипедисти, які стартують одночасно з одного місця й в одному напрямку, їдуть по колу, довжина якого *1 км*. Через деякий час другий уперше наздоганяє першого; через *4 хвилини* в ту саму точку прибуває третій, який проїхав таку ж відстань, яку проїхав перший до моменту зустрічі з другим. Швидкості велосипедистів у деякому порядку утворюють арифметичну прогресію з різницею *5 км/год*. Знайти ці швидкості.

Розв'язання. Нехай швидкості велосипедистів дорівнюють відповідно x_1, x_2, x_3. Оскільки другий велосипедист наздоганяє першого, то $x_2>x_1$. На момент зустрічі другого і першого велосипедистів другий випередив першого тільки на одне коло (*1 км*). Тоді час, який пройшов до моменту зустрічі: $t=\frac{1}{x_2-x_1}$.

За цей час перший пройшов відстань $S=tx_1=\frac{x_1}{x_2-x_1}$. Цю саму відстань пройшов і третій велосипедист, але за час $t+\frac{1}{15}$ *год* (*4 хв = 1/15 год*), тобто

$$\frac{x_1}{x_2-x_1}=x_3\left(\frac{1}{x_2-x_1}+\frac{1}{15}\right).$$

Звідки $$\frac{x_1-x_3}{x_2-x_1}=\frac{x_3}{15} \qquad (*)$$

Оскільки права частина останньої рівності додатна, той ліва частина має бути додатною, а це означає, що $x_1>x_3$. Тоді швидкості велосипедистів задовольняють умову $x_2>x_1>x_3$.

За умовою задачі швидкості $x_1;\ x_2;\ x_3$ утворюють арифметичну прогресію. Отже, $x_1=x_3+15,\ x_2=x_1+5=x_3+10$.

З (*) одержуємо $$\frac{x_3+5-x_1}{x_3+10-(x_3+5)}=\frac{x_3}{15}).$$

Звідки $\frac{x_3}{15}=1$ і $x_3=15$ км/год.

Таким чином, швидкості інших велосипедистів дорівнюють x_1=20 км/год, $x_2=25$ км/год.

Відповідь: 20 км/год; 25 км/год, 15 км/год.

Задача 3. Три гонщика А, В, С стартують одночасно й рухаються з постійними швидкостями в одному напрямку по кільцевому шосе. У момент старту гонщик В знаходився перед гонщиком А на відстані 1/3 довжини шосе, а гонщик С – перед гонщиком В на такій самій відстані. Гонщик А вперше наздогнав В у той момент, коли В закінчив своє коло, а ще через *10 хв* вперше наздогнав гонщика С. Гонщик В витрачає на коло на *2,5 хв* менше, ніж С. За скільки хвилин гонщики проходять коло?

Розв'язання. Нехай S – довжина кільцевого шосе, а x_1; x_2; x_3 – швидкості гонщиків А, В, С відповідно.

У момент часу t гонщик В закінчив своє коло, тобто пройшов відстань S. У той самий момент часу гонщик А наздогнав В, а отже, пройшов $S+\frac{1}{3}S=\frac{4}{3}S$.

Звідки $t=\frac{S}{x_2}=\frac{4S}{3x_2}$; $\quad x_1=\frac{4}{3}x_2$.

Через *10 хв = 1/6 год*, тобто у момент часу $t+\frac{1}{6}=\frac{S}{x_2}+\frac{1}{6}$ *год* гонщик А наздогнав уперше гонщика С і пройшов за цей час шлях:

$$\left(\frac{S}{x_2}+\frac{1}{6}\right)x_1=\frac{4}{3}\left(\frac{S}{x_2}+\frac{1}{6}\right)x_2,$$

а гонщик С подолав відстань $(\frac{S}{x_2}+\frac{1}{6})x_3$.

Оскільки гонщики на початку руху знаходилися на відстані $\frac{2}{3}S$, то

$$\frac{4}{3}\left(\frac{S}{x_2}+\frac{1}{6}\right)x_2-\left(\frac{S}{x_2}+\frac{1}{6}\right)x_3=\frac{2}{3}S.$$

Гонщик А витрачає на коло час $\frac{S}{x_2}$, а гонщик С – $\frac{S}{x_3}$.

Звідки слідує $\quad \frac{S}{x_2}-\frac{S}{x_3}=\frac{2,5}{60}$.

Одержали систему трьох рівнянь:

$$\begin{cases} x_1=\frac{4}{3}x_2, \\ \left(\frac{S}{x_2}+\frac{1}{6}\right)\left(\frac{4}{3}x_2-x_2\right)=\frac{2}{3}S, \\ \frac{S}{x_3}-\frac{S}{x_2}=\frac{1}{24}, \end{cases}$$

Розділимо друге рівняння на x_2 і позначимо $\frac{S}{x_2}=x,\ \frac{S}{x_3}=y.$

Тоді $\frac{x_3}{x_2}=\frac{x}{y}$. Отже,

$$\begin{cases} \left(x+\frac{1}{6}\right)\left(\frac{4}{3}-\frac{x}{y}\right)=\frac{2}{3}x, \\ y-x=\frac{1}{24}. \end{cases}$$

Звідки $36x^2-9x+1=0$ й $x=1/3$, а $y=3/8$.

Таким чином, гонщик В проходить коло за *1/3 год = 20 хв*, гонщик С – за *3/8 год = 22,5 хв*, а гонщик А – за *15 хв*.

Відповідь: *15 хв, 20 хв, 22,5 хв*.

Формування вміння в учнів розв'язувати задачі на рух вимагає від учителя розкриття особливих зв'язків між шуканими величинами і даними значеннями. Розуміння цих залежностей передбачає аналіз певних ситуацій, пов'язаних із рухом тіл, розуміння суті загальних правил причинно-наслідкових зв'язків, які «заховані» в тексті задачі тощо.

Література

1. Королюк О. М. Деякі особливості методики розв'язування текстових задач на рух по колу / Королюк О. М. // Науковий пошук молодих дослідників : зб. наук. праць студ., магістр. та викл. / за ред. О. М. Королюк. – Житомир : Вид-во ЖДУ ім. І. Франка, 2014. – Вип. 7. – С. 240–244.

2. Системы алгебраических уравнений. Текстовые задачи / А. И. Азаров, С. А. Барвенов, В. С. Федосенко, А. С. Шибут. – Мн. : «ТетраСистемс», 1998. – 288 с.

Левківський А. М.,
викладач КВНЗ «Житомирський інститут медсестринства»

ДОЦІЛЬНІСТЬ ВИКОРИСТАННЯ РЕЙТИНГОВОГО ОЦІНЮВАННЯ ПРИ ВИЗНАЧЕННІ РІВНЯ НАВЧАЛЬНИХ ДОСЯГНЕНЬ СТАРШОКЛАСНИКІВ

Зміни у суспільно-політичному житті, економічному розвитку української держави, а також інформатизація суспільства викликають необхідність розв'язання одного із стратегічних завдань реформування освіти – створення умов для вдосконалення навчально-виховного процесу на основі впровадження нових педагогічних та інформаційних технологій, формування творчої особистості як школяра, так і вчителя, реалізації й самореалізації їх можливостей в освітньому процесі. У цьому контексті особливої уваги набуває проблема вдосконалення підходів щодо забезпечення якості оцінювання рівня навчальних досягнень старшокласників. Одним із шляхів вирішення цього питання є впровадження у навчальний процес нових ефективних систем, які дозволять об'єктивно оцінювати рівень знань, умінь та навичок учнівської молоді та сприятимуть розвитку самоствердження та саморуху особистості. На наш погляд, такою системою є рейтингове оцінювання.

Довести доцільність використання рейтингового оцінювання при визначенні рівня навчальних досягнень старшокласників та його переваги і є метою даної статті.

Численні дослідження науковців та педагогів-практиків переконливо свідчать, що система оцінювання навчальних досягнень старшокласників – це достатньо складне поняття, яке включає види оцінювання, функції оцінювання, шкалу оцінювання, суб’єктів оцінювання, підходи щодо оцінювання тощо..

Важливим на сьогодні є поняття "об’єктивності" оцінювання досягнень учнів. Адже ще В. Сухомлинський наголошував: "Оцінка – це найгостріший інструмент, використання якого потребує величезного вміння і культури" [1]. Це один із інструментів впливу на особистість учня у навчально-виховному процесі, показник результативності, стимул діяльності учня. Тому форми і методи оцінювання навчальних досягнень учня можуть сприяти активізації творчого та духовно-психічного потенціалу особистості, самовдосконаленню.

Традиційна система оцінювання здібностей старшокласників у цьому відношенні має суттєві недоліки, а саме:

– невизначеність статусу "середнього бала";

– відсутність впливу навичок до праці на сумарну оцінку;

– неможливість врахування позаурочної навчальної діяльності старшокласників;

– відсутність оцінювання саморозвитку учня за певний проміжок часу тощо;

– неконкретність показників оцінювання діяльності старшокласників (за що виставляти оцінку: за знання, уміння та навички, за продуктивність праці, за вміння самостійно здобувати навчальну інформацію і оперувати нею), необхідність відображення сумарного значення цих чинників у критеріях оцінювання [1].

Для того, щоб недоліки традиційного контролю менше позначалися на якості навчально-виховної діяльності старшокласників, необхідно удосконалювати засоби, форми і методи оцінювання.

Загальноосвітні школи, навчальні заклади нового типу нашої держави, а також країн СНД, на даний момент, накопичили банк різних оцінних методик і процедур, які можна з успіхом застосовувати для оцінки різних складових освітянського процесу. Відносною новацією в цій галузі є рейтингова система оцінювання діяльності старшокласників.

Рейтинг – це показник оцінки діяльності, популярності, авторитету якоїсь особи, організації, групи, програм у певний час, що визначається соціологічним опитуванням, голосуванням і визначається місцем, яке вони посідають серед собі подібних. Рейтингова система допомагає не лише об’єктивно оцінити учня, але й створює додатковий механізм активізації діяльності учня з усіх видів навчальної і позанавчальної діяльності [2].

Під рейтинговим оцінюванням навчальних досягнень, розуміють визначення рівня оволодіння учнями змістом навчального матеріалу кожної теми чи блоку цілісного курсу, сформованості вмінь і навичок [2].

Для запровадження рейтингової системи необхідно дотримуватися таких правил: повне охоплення всього обсягу навчального матеріалу та навчальних завдань; чітке визначення мінімуму знань, умінь і навичок як обов'язкової умови поступального руху в процесі навчання; поділ змісту навчального матеріалу і навчальних завдань на чітко окреслені та зрозумілі дидактичні блоки з визначенням критеріїв оцінювання якості їх опанування; відкритості й гласності процесу визначення рівня оволодіння знаннями [1].

Використання рейтингової системи потребує дещо іншого підходу до технології аналізу та оцінювання навчальної діяльності старшокласників, а також узгодження рейтингових показників з офіційно діючими критеріями оцінок у школі.

Беззаперечними перевагами даної системи є демократизм, що сприяє гуманізації навчально-виховного процесу та підвищення відповідальності за виконання навчальних завдань, що позитивно впливає на активізацію навчальної діяльності та стимулює старшокласників до систематичної праці. Окрім цього, введення рейтингової системи у навчально-виховний процес надає можливість підвищити результативність навчання, здійснювати систематичний контроль за якістю навчально-виховного процесу, отримувати об’єктивну інформацію про успішність засвоєння навчальних предметів старшокласниками, внесення необхідних коректив у діяльність як педагогів, так і самих старшокласників цим самим підтверджуючи доцільність свого використання.

Література

1. Бойко Н. Я. Рейтингова система як основа ґрунтовного засвоєння знань / Н. Я. Бойко // Вивчаємо українську мову та літературу. – 2004. – № 12. – С. 2–4.

2. Касянчук Г. Рейтингова система оцінювання / Г. Касянчук // Початкова освіта. – 2005. – № 43. – С. 8.

Фонарюк О.В.,
кандидат педагогічних наук, старший викладач

РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ, ПОВ'ЯЗАНИХ З БІСЕКТРИСОЮ КУТА, МЕТОДОМ ВЕКТОРІВ

У різних галузях науки і техніки часто доводиться мати справу з таким поняттям як «векторна величина» (або просто – «вектор»). Знати основи векторної алгебри є однією з головних умов успіху при вивченні будь-якої дисципліни, де зустрічаються векторні величини. Без знання векторної алгебри не можливе глибоке розуміння багатьох розділів сучасної фізики, аналітичної та диференціальної геометрії, теорії багатовимірних просторів, технічних та прикладних наук.

Суть методу векторів полягає в тому, щоб певне геометричне розміщення точок, прямих і площин у просторі записати мовою векторів, точніше – у вигляді векторної рівності; і, навпаки, мову векторних формул і рівностей наповнити геометричним змістом, тобто перевести ту чи іншу векторну рівність на мову геометрії, надати їй геометричного звучання [1].

Розв'язуючи задачу векторним методом, потрібно виконати наступні кроки.

1. Перекласти умову задачі на мову векторів (розглянути деякі з даних у задачі відрізків як вектори, ввести базисні вектори, розкласти розглянуті вектори за базисними, скласти векторну рівність або систему векторних рівностей).

2. Спростити векторні рівності, користуючись законами дій над векторами і відомими векторними рівностями; замінити векторні рівності алгебраїчними рівняннями та розв'язати їх.

3. Перекласти знайдений результат на мову геометрії (пояснити його геометричний зміст).

Метод векторів не є універсальним; його зручно застосовувати для розв'язування задач:

- ✓ пов'язаних з доведенням паралельності прямих (відрізків);

✓ в яких треба довести, що деяка точка ділить відрізок у деякому відношенні або, зокрема, є його серединою;

✓ в яких треба довести, що три точки лежать на одній прямій;

✓ пов'язаних з доведенням того, що даний чотирикутник паралелограм;

✓ на доведення залежностей між довжинами відрізків, знаходження довжини відрізка;

✓ на знаходження величини кута [2, с. 76–81].

Крім того, метод векторів часто застосовується при розв'язуванні задач, в умові яких фігурує бісектриса кута. Щоб розв'язати таку задачу потрібно:

1) на сторонах цього кута від його вершини відкласти одиничні вектори;

2) знайти вектор, що дорівнює сумі даних одиничних векторів;

3) промінь, на якому розміщений вектор суми, буде бісектрисою даного кута (діагональ ромба, побудованого на векторах одиничної довжини).

Розглянемо деякі задачі, пов'язані з бісектрисою кута, які дають можливість проілюструвати застосування методу векторів та показати його ефективність.

Задача 1. Доведіть, що бісектриси двох плоских кутів тригранного кута і бісектриса кута, суміжного з третім плоским кутом, лежать в одній площині.

Доведення. ♦ На ребрах *SA, SB, SC* відкладемо одиничні вектори $\vec{a}_0$, $\vec{b}_0$, $\vec{c}_0$ (*рис.* 1). Паралелограми, побудовані на одиничних векторах $\vec{a}_0$ і $\vec{b}_0$, $\vec{a}_0$ і $\vec{c}_0$, $\vec{b}_0$ і $-\vec{c}_0$, є ромбами.

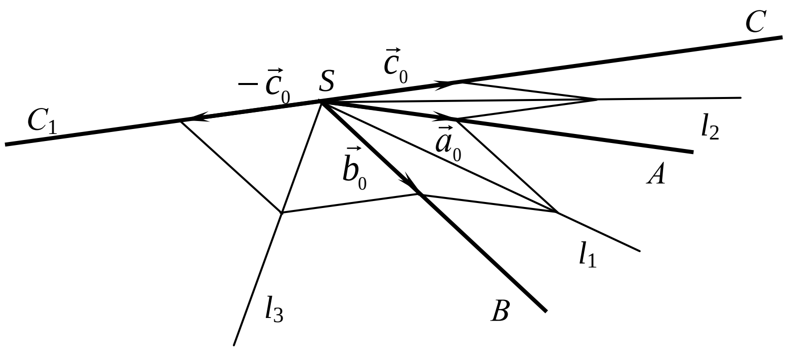


Рис. 1

Отже, вектор $\vec{a}_0 + \vec{b}_0$ лежить на промені l_1, який є бісектрисою кута *ASB*; вектор $\vec{a}_0 + \vec{c}_0$ лежить на промені l_2, який є бісектрисою кута *ASC*; вектор $\vec{b}_0 + (-\vec{c}_0)$ лежить на промені l_3, який є бісектрисою кута BSC_1, суміжного з кутом *BSC*.

Легко переконатись у тому, що $\vec{a}_0 + \vec{b}_0 = (\vec{a}_0 + \vec{c}_0) + (\vec{b}_0 - \vec{c}_0)$.

З цієї рівності випливає компланарність векторів $\overrightarrow{SM}$, $\overrightarrow{SN}$, $\overrightarrow{SK}$, де *M*, *N*, *K* – точки, що належать відповідно променям l_1, l_2, l_3. Оскільки ці вектори мають спільну точку *S*, то промені l_1, l_2, l_3 лежать в одній площині. ♦

Задача 2. Довести, що бісектриса внутрішнього кута трикутника поділяє протилежну сторону на частини, пропорційні прилеглим сторонам.

Доведення. ♦ Нехай $AD : DB = m : n$ (*рис.* 2). Відкладемо на *CA* і *CB* вектори одиничної довжини $\vec{a}_0$ і $\vec{b}_0$. Виразимо вектор $\overrightarrow{CD}$ двічі через вектори $\overrightarrow{CA}$ і $\overrightarrow{CB}$:

1) $\overrightarrow{CD} = \frac{m}{m+n}\overrightarrow{CB} + \frac{n}{m+n}\overrightarrow{CA} = \frac{m}{m+n}\left|\overrightarrow{CA}\right| \cdot \vec{b}_0 + \frac{n}{m+n}\left|\overrightarrow{CB}\right| \cdot \vec{a}_0 =$

$= \frac{m}{m+n} a \cdot \vec{b}_0 + \frac{n}{m+n} b \cdot \vec{a}_0$, де $\left|\overrightarrow{CA}\right| = a$ і $\left|\overrightarrow{CB}\right| = b$ – довжини векторів $\overrightarrow{CA}$ і $\overrightarrow{CB}$.

2) $\overrightarrow{CD} = x(\vec{a}_0 + \vec{b}_0) = x\vec{a}_0 + x\vec{b}_0$. Отже, можна записати таку систему рівнянь:

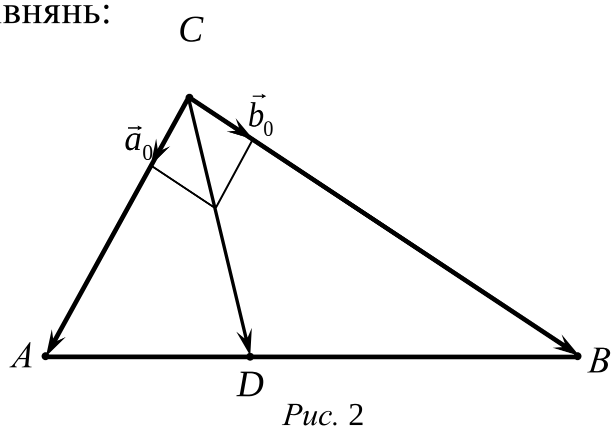


Рис. 2

$$\begin{cases} \dfrac{nb}{m+n} = x; \\ \dfrac{ma}{m+n} = x. \end{cases}$$

Поділивши почленно ці два рівняння системи, одержимо:

$$\frac{nb}{am} = 1, \text{ тобто } \frac{m}{n} = \frac{b}{a}.$$

Або, остаточно: $AD : DB = AC : BC$. ♦

Вивчення векторної алгебри є дуже важливим в сучасних умовах розвитку математики та фізики. Метод векторів широко застосовується в різних галузях науки і техніки, часто це значно полегшує розв'язування деяких задач, а в окремих випадках задачу взагалі неможливо розв'язати іншим способом. Особливістю методу векторів є те, що він не вимагає розгляду складних геометричних конфігурацій, а зводить геометричну задачу до алгебраїчної, яку, як правило, легше розв'язати, ніж вихідну геометричну.

Література

1. Крайзман М.Л. Розвязування геометричних задач методом векторів : навчально-методичний посібник. – К. : Радянська школа, 1998. – 96 с.
2. Бурда М.І., Савченко Л.М. Геометрія : навч. посіб. для 8-9 класів шк. з поглибл. вивч. математики. –К. : Освіта, 2004. –240 с.
3. Кушнир И. А. Векторные методы решения задач. –К. : "Оберіг", 1994. – 208 с.
4. Клопский В.М., Ягодовский М.И., Скопец З.А. Применение векторной алгебры к решению планиметрических задач // Математика в школе. – 1976. – № 6. – С. 26–35.

ЗМІСТ

РОЗДІЛ ІІ. НАУКОВІ ДОРОБКИ ВИКЛАДАЧІВ