

 <https://doi.org/10.31651/2524-2660-2025-3-81-88>

 <https://orcid.org/0000-0003-2084-1336>

ШВЕЦЬ Василь

кандидат педагогічних наук, професор,
професор катедри методики навчання математики,
Український державний університет імені Михайла Драгоманова
e-mail: kmmvm@ukr.net

 <https://orcid.org/0000-0002-8869-2544>

ПРУС Алла

кандидатка педагогічних наук, доцентка, доцентка катедри алгебри та геометрії,
Житомирський державний університет імені Івана Франка
e-mail: pruswork@gmail.com

УДК 373.5.091.3:512(045)

КОНЦЕПТУАЛЬНА МОДЕЛЬ РЕАЛІЗАЦІЇ ПРАКТИЧНОЇ СПРЯМОВАНOSTІ НАВЧАННЯ ШКІЛЬНОГО КУРСУ МАТЕМАТИКИ

Представлено концептуальну модель практичної спрямованості навчання математики в базовій середній і старшій профільній школах та розкрито окремі аспекти її впровадження.

Використано аналіз, порівняння й узагальнення теоретичного матеріалу, викладеного в навчальних, наукових джерелах та нормативних документах.

Вивчено та проаналізовано діючі програм з математики, зміст альтернативних підручників. Здійснено: опитування вчителів і математиків-методистів.

Розроблено концептуальну модель реалізації практичної спрямованості навчання математики, яка враховує вікові особливості учнів та специфіку шкільного курсу.

Модель структурована за двома напрямками: вертикальний (три вікові періоди: молодший підлітковий, старший підлітковий, юнацький) та горизонтальний (три етапи: мотиваційний, практичний, практико-застосовний). Кожний віковий період характеризується специфічними цілями, засобами, методами навчання та очікуваними результатами.

Мотиваційний етап забезпечує розуміння практичної значущості математичних знань через розв'язування доцільних задач, практичний етап формує міцні вміння та навички, практико-застосовний – розвиває здатність застосовувати знання для розв'язування реальних завдань.

Представлено детальні приклади реалізації моделі на темах "Найбільший спільний дільник" (5–6 класи) та "Системи лінійних нерівностей з двома змінними" (9 клас), які демонструють поетапне формування практичних умінь від розуміння походження математичних понять до їх застосування у професійно-орієнтованих ситуаціях.

Запропонована модель забезпечує системний підхід до формування математичної компетентності учнів відповідно до вимог Концепції НУШ.

Модель може бути адаптована вчителями-практиками для різних тем шкільного курсу математики з урахуванням специфіки конкретного класу та навчального закладу.

Ключові слова: *концептуальна модель; практична спрямованість навчання шкільного курсу математики; математична компетентність; вікові особливості учнів; етапи реалізації; практико-орієнтовані задачі.*

Постановка проблеми. Згідно нової, компетентнісної парадигми освіти завданням навчання математики школярів стає формування в них не тільки математичних компетентностей (обчислювальної, графічної, інформативної, процедурної, логічної та інших), а й ключових, тих, що сприяють вихованню та соціалізації особистості. Випускники школи повинні бути готовими і здатними до життя у суспільстві, до самовдосконалення та навчання впродовж життя, до життєвого вибору та самореалізації, трудової діяльності та громадської активності. Перелік таких ключових компетентностей викладено в концепції Нової української школи (надалі коротко НУШ) (Нова Українська Школа, 2016).

В одній з них, зокрема – математична компетентність – зазначається, що у випускника НУШ повинна бути сформована «культура логічного та алгоритмічного мислення. Уміння застосовувати математичні (числові та геометричні) методи для вирішення прикладних завдань у різних сферах діяльності. Здатність до розуміння і використання простих математичних моделей. Уміння будувати такі моделі для вирішення проблем». В інших – основні компетентності у природничих науках та технологіях та ініціативність і підприємливість, – мова йде про вміння «застосовувати науковий метод, спостерігати, аналізувати, формулювати гіпотези, збирати дані, проводити експерименти, аналізувати результати, вміння раціонально вести себе як споживач, ефективно використовувати індивідуальні заощадження,

приймати доцільні рішення у сфері зайнятості, фінансів, тощо» (Нова Українська Школа, 2016, с.7).

Таким чином мова йде про готовність і здатність випускників НУШ застосовувати отримані математичні знання в побуті, під час вивчення суміжних дисциплін, у виробничій сфері, під час продовження навчання. Яке розглядається як навчання впродовж життя. Такі готовність та здатність формуються досить активно шляхом реалізації *практичної спрямованості навчання математики* (надалі коротко ПСНМ) як навчальної діяльності.

Математика як навчальний предмет в школі вивчається від першого й до випускного класу. Тому є потреба у створенні концептуальної моделі (надалі коротко КМ) реалізації ПСНМ, яка б окреслювала основні етапи, цілі, методи та організаційні форми проведення даної діяльності; яка б відображала вікові можливості суб'єктів навчання, доцільні засоби, очікувані результати тощо.

Зазначимо, що в методичній науці чіткого опису такої моделі ми не виявили. Запропонована нами нижче модель – авторська, експериментальна, яка подається широкому загалу методистів для ознайомлення, можливого доповнення, доречних виправлень чи критичних зауважень. Вона була апробована нами в ході експериментального навчання під час виконання дисертаційних досліджень і отримала схвальні відгуки фахівців. Тому ми її і рекомендуємо для практичного використання під час навчання математики в базовій середній та старшій профільній школах.

Мета статті. Представити вчителям-практикам, методистам, науковій спільноті для ознайомлення концептуальну модель практичної спрямованості навчання математики в базовій середній і старшій профільній школах та розкрити окремі аспекти її впровадження.

Методи дослідження: аналіз, синтез, порівняння, узагальнення теоретичного матеріалу, викладеного в навчальних, наукових джерелах та нормативних документах; вивчення та аналіз діючих програм з математики, змісту альтернативних підручників з математики. Емпіричні: опитування вчителів, математиків-методистів; експеримент, спостереження.

Виклад основних результатів дослідження.

1. Концептуальна модель та її зміст. Зрозуміло, що на організацію і проведення

діяльності ПСНМ в базовій середній і старшій профільній школах істотно впливають вікові можливості учнів. Адже від них залежить формування змісту шкільного курсу математики, добір ефективних засобів, організаційних форм та методів навчання, визначення цілей та підсумкових результатів тощо.

Виходячи з вікової періодизації суб'єктів навчання вважаємо за необхідне розглядати в КМ наступні періоди: молодший підлітковий (учні 5-6 класів); старший підлітковий (учні 7-9 класів); юнацький (учні 10-12 класів). Така періодизація пов'язана з тим, як учень, зростаючи фізично, переходить у засвоєнні математичних знань від наочно-предметного рівня мислення до наочно-образного, а далі до нового – аналітично-практичного; як становлення його світогляду проходить етапи від *світовідчуття* до *світорозуміння*, а від них – до *наукової картини світу*.

Названі періоди визначають стратегію здійснення ПСНМ по вертикалі під час вивчення як інтегрованого курсу «Математика, 5-6» (Модельна програма Математика 5-6, 2021), так і окремих навчальних предметів: «Алгебра, 7-9», «Геометрія, 7-9», «Алгебра і початки аналізу, 10-12», «Стереометрія, 10-12». Навчальну діяльність ПСНМ розглядаємо як процес, що здійснюється систематично, поступово, з дотриманням принципу наступності (Воевода, 2017).

Здійснюючи ПСНМ, пропонуємо щоразу дотримуватись таких етапів: мотиваційний; практичний; практико-застосовний. Названі етапи визначають тактику здійснення ПСНМ по-горизонталі під час вивчення кожної програмової теми, що тісно узгоджується з структурою дидактичного циклу та тематичним викладом навчального матеріалу.

Сама КМ представлена нами у вигляді таблиці (див. табл. 1) з коротким схематичним описом кожного з етапів (мета, рекомендовані засоби, методи навчання, організаційні форми навчання і т.п.). Приведена концептуальна модель демонструє загальну схему реалізації ПСНМ. Більш детально, з описом прикладів, методів, засобів і форм організації така реалізація продемонстрована нами на окремих прикладах далі.

2. Реалізація компетентнісної моделі практичної спрямованості навчання математики. Розглянемо Приклади застосування КМ під час вивчення окремих тем.

**Концептуальна модель організації і проведення
практичної спрямованості навчання математики**

Вік, навчальний предмет, класи	Етапи ПСНМ, їх зміст			
	Мотиваційний етап ПСНМ	Практичний етап ПСНМ	Практико-застосовний етап ПСНМ	Очікувані результати (учень, учениця)
3. Юнацький. Алгебра і початки аналізу та стереометрія, 10–12 класи (аналітико-синтетичне мислення)	Вивчаючи кожну навчальну тему, знайомимо учнів з математичними поняттями (їх термінами), які виступають віртуальними моделями для пізнання реального світу. Засоби і методи: – евристичні бесіди; – метод математичного моделювання – доцільні задачі; – прикладні задачі; – навчальні проекти	Формування міцних умінь та навичок застосовувати отримані знання під час розв'язування типових практичних задач з розглядуваної теми (математичний тренажер)	Розв'язування прикладних задач, виконання навчальних проектів, формування умінь та навичок математичного моделювання, коли математичними моделями виступають отримані знання	Обізнаний і здатний застосовувати математичні знання за курс середньої школи в побуті, у фаховій підготовці, у вирішенні професійних завдань. Сприймає математику як важливий інструмент у пізнанні реального світу, що допомагає реалізуватись, приймати виважені та обґрунтовані рішення.
2. Старший підлітковий. Алгебра і геометрія, 7–9 класи (наочно-образне мислення)	Вивчаючи кожну навчальну тему, показувати учням, як із окремих математичних знань вибудовується система знань, яка наповнюється новими знаннями, що виникають з потреб практичної діяльності людини та самої науки математики. Засоби і методи: – евристичні бесіди; – доцільні задачі; – професійно-орієнтовані задачі; – лабораторні та практичні роботи	Формування міцних умінь та навичок застосовувати отримані знання під час розв'язування типових математичних задач з розглядуваної теми (математичний тренажер)	Розв'язування систем практико-орієнтованих задач, зокрема таких, сюжети яких пов'язані з професійно-орієнтованими запитами, формуванням навичок математичного моделювання, коли математичними моделями виступають отримані знання з алгебри та геометрії.	Обізнаний і здатний застосовувати математичні знання за курс базової середньої школи для вирішення побутових, фахових задач і завдань у процесі вивчення суміжних навчальних предметів. Усвідомлює, що математика – галузь загальної людської культури, без ознайомлення з якою реалізувати себе в дорослому житті буде нелегко.
1. Молодший підлітковий. Математика, 5–6 класи, (наочно-предметне мислення)	Вивчаючи навчальну тему, розкрити учням, які практичні потреби привели до появи математичних знань цієї теми, коли і як з'явилися, які математики долучились до їх формування, що з цього приводу говорить «народна математика». Засоби і методи: – евристичні бесіди; – доцільні задачі; – практико-орієнтовані задачі; – практичні роботи; – екскурсії	Формування міцних умінь та навичок застосовувати отримані знання під час розв'язування типових задач і вправ із розглядуваної теми (математичний тренажер)	Розв'язування практико-орієнтованих задач для формування початкових умінь математичного моделювання та ключових компетентностей	Розуміє математичне походження математичних знань, вміє застосовувати отримані знання з математики за 5-6 клас під час розв'язування практико-орієнтованих задач, сюжети яких знайомлять його (її) з реальним життям. Готовий стати активним та креативним членом спільноти.

Базова середня школа,
(математика 5–6).

Тема 1. «Найбільший спільний дільник (НСД) і найменше спільне кратне (НСК)».

Мотиваційний етап ПСНМ. Його можна розпочати із розв'язування разом із учнями класу наступної доцільної задачі.

Задача 1. *На спортивне змагання у школі зібралися 28 хлопців і 20 дівчат. Вони хочуть створити команди для проведення естафети. Яку кількість команд максимально можна створити, щоб у кожній з них була однакова кількість хлопців, а також однакова кількість дівчат, і всі учні були учасниками змагання?*

Розв'язання. Пропонуємо використати колективну форму навчання, а методом навчання обрати евристичну бесіду (дивись нижче приклад такої бесіди).

Учитель. Зрозуміло, що команд має бути кілька. Їх кількість невідома. Позначимо кількість створених команд через a . Якщо $a=2$, то розподіл хлопців на команди буде 14 і 14 учасників. А розподіл дівчат, відповідно, буде 10 і 10 учасниць. Такий набір команд, очевидно, можливий. А якщо команд буде $a=3$? Чи можлива така кількість команд?

Учень/учні (очікувана відповідь). Щоб команд було 3, потрібно, щоб кількість дівчат 20 ділилась на 3 націло і кількість хлопців 28 ділилась на 3 націло. Числа 20 і 28 на 3 не діляться націло. Отже, 3 команди створити не можна.

Учитель. Чи можна створити $a=4$ команди?

Учень/учні (очікувана відповідь). Можна, тоді хлопців у кожній команді буде по $28:4=7$ (осіб), а дівчат – по $20:4=5$ (осіб).

Учитель. А чи може бути кількість команд $a=5$?

Учень/учні (очікувана відповідь). Якщо команд буде створено 5, то дівчат у кожній команді буде по $20:5=4$ (особи). А хлопців розділити на зможемо, бо 28 на 5 націло не ділиться. Отже, 5 команд створити не можна.

Учитель. Щоб відповісти на запитання задачі, мабуть слід продовжити розглядати випадки, коли число команд a дорівнює 6, 7, 8, ... Варіантів багато, тому цей шлях нерациональний. Ми поступимо інакше. Діти, ви вже мабуть помітили, щоб створити a -команд, потрібно, щоб 20 ділилось на число a націло, і 28 ділилось на число a націло. Тобто, щоб число a було більшим за одиницю, було б дільником і числа 20, і дільником числа 28. То ж хто назве дільники числа 20 і дільники числа 28?

Учень/учні (очікувана відповідь). Число 20 має дільниками, більшими за 1, числа:

2, 4, 5, 10, 20. Число 28 має дільниками, більшими за 1, числа: 2, 4, 7, 14, 28.

Учитель. Знаючи множину дільників числа 20 і множину дільників числа 28, який висновок можна зробити?

Учень/учні (очікувана відповідь). Щоб числа 20 і 28 ділились на a націло, є лише два випадки: $a=2$ і $a=4$, тобто, є можливість створити 2 команди і 4 команди.

Учитель. У задачі запитується яку кількість команд максимально можна створити? До якої відповіді приходимо?

Учень/учні (очікувана відповідь). З 28 хлопців та 20 дівчат, за встановленими вимогами, можна створити 4 команди. І в кожній команді буде 7 хлопців та 5 дівчат.

Учитель. У ході розв'язування задачі ми відшукували дільники числа 28 і дільники числа 20. Далі серед них знаходили спільні дільники 2 і 4, а для розв'язання задачі вибрали найбільший дільник – 4. Такий дільник для чисел 28 і 20 у математиці називають *найбільшим спільним дільником*. Числа 28 і 20 невеликі, тому шукати їх найбільший спільний дільник великої труднощі не становило. А якщо будуть числа 328 і 1242, чи інші? Як же для них швидко і вправно шукати найбільший спільний дільник? Про це ми з вами узнаємо на наступних уроках, вивчаючи тему «Найбільший спільний дільник і найменше спільне кратне двох чисел». Ці знання потрібні нам будуть у виконанні додавання та віднімання двох дробів з різними знаменниками, у розв'язуванні практико-орієнтованих задач (Крамаренко, Корольський, 2024), схожих до тієї, яку ми розв'язали вище.

Практичний етап ПСНМ. Цей етап навчання знаходження НСД і НСК детально розроблений та представлений у діючих підручниках, описаний в методичній літературі, тому розглядати його не будемо. Лише зазначимо, що у результаті учні повинні набути міцних знань і вмінь знаходження НСД і НСК двома способами: 1) через розклад чисел на прості множники; 2) способом перебору дільників. За можливості, учнів доцільно також ознайомити із знаходженням НСД за допомогою алгоритму Евкліда. Доцільно розповісти і про самого Евкліда та його внесок у математику.

Практико-застосовний етап ПСНМ. Зрозуміло, що це умовна назва етапу. Важливо, щоб ним завершувалось розв'язування цікавих практико-орієнтованих задач. Наприклад.

Задача 2. *Пані Олена вирішила викласти плиткою підлогу у ванній кімнаті розміром 240 см × 180 см. У магазині є плитка трьох стандартних квадратних розмірів з такими цінами: а) 20×20 см – 15 грн*

за плитку; б) 30×30 см – 28 грн за плитку; в) 60×60 см – 95 грн за плитку. Олена хоче мінімізувати загальну вартість покупки та не обрізати плитку (щоб не витрачатися на додаткову роботу та уникнути відходів). Яку плитку їй краще обрати?

Розв'язання. 1. Створення математичної моделі. Олена має обрати між трьома варіантами плитки. Оскільки умовою є не обрізати плитку, математично це означає, що і довжина, і ширина кімнати повинні ділитись на розміри плитки націло. Тобто, числа 240 і 180 мають націло ділитись на 20, 30, 60. Плитка різних розмірів має свою

ціну, і хоча більші плитки коштують дорожче за штуку, їх потрібно менше для покриття тієї ж площі. То ж потрібно розрахувати, скільки плиток кожного розміру знадобиться (без обрізання) та загальну вартість кожного варіанта. Задача зводиться до відшукування НСД (240; 180).

2. Робота всередині створеної моделі. 20, 30, 60 є дільниками і числа 180, і числа 240. Тому знаходимо $\text{НСД}(240, 180) = 60$. Це найбільший розмір плитки, який повністю покриє площу без залишку. Дослідимо, чи буде цей варіант економним (табл.2)

Таблиця 2

Розмір плитки	По ширині ($240 \div \dots$)	По довжині ($180 \div \dots$)	Кількість плиток	Розрахунок вартості (в грн.)
20×20 см	12	9	108	$108 \times 15 = 1620$
30×30 см	8	6	48	$48 \times 28 = 1344$
60×60 см	4	3	12	$12 \times 95 = 1140$

3. Інтерпретація результату. Пані Олені краще обрати плитку розміром 60×60 см за 95 грн за штуку. З точки зору економії коштів, 1140 грн. – найменша вартість при купівлі плитки, оскільки це на 204 грн. дешевше за плитку розміром 30×30 см та на 480 грн. дешевше за плитку розміром 20×20 см. Маємо також додаткові переваги: менша кількість плиток означає меншу кількість часу під час укладання, менше швів потрібно затирати. Зазначимо також, що за порадами дизайнерів, великі плитки візуально збільшують простір, що актуально для приміщень малої площі.

Відповідь. Пані Олені слід купити 12 плиток розміром 60×60 см загальною вартістю 1140 грн.

9 клас (поглиблене вивчення математики).

Тема 2. «Системи лінійних нерівностей з двома змінними».

Мотиваційний етап ПСНМ. Його варто розпочати із розв'язування разом із учнями однієї з актуальних професійно-орієнтованих задач. Наприклад.

Задача 3. Анна планує стати веб-розробницею та вже зараз працює фрілансером. Вона може створювати лендінги (одностойнкові сайти) та інтернет-магазини. На один лендінг потрібно 8 годин роботи та використання 2 GB хмарного сховища, на один інтернет-магазин – 20 годин роботи та 5 GB сховища. У неї є 120 годин на місяць та 40 GB хмарного сховища. Лендінг коштує 5000 грн, інтернет-магазин – 15000 грн. Скільки проектів кожного типу варто виконувати щомісяця, щоб отримати максимальний дохід?

Розв'язання. 1. Створення математичної моделі. Позначимо кількість лендінгів як x , а кількість інтернет-магазинів як y .

Складемо вирази та їх обмеження: 1) за часом: $8x + 20y \leq 120$; 2) за сховищем: $2x + 5y \leq 40$; 3) кількість не може бути від'ємною: $x \geq 0$, $y \geq 0$, а також це мають бути цілі числа. Отже, розв'язування задачі зводиться до знаходження невід'ємних цілих розв'язків системи

$$\begin{cases} 8x + 20y \leq 120, \\ 2x + 5y \leq 40 \end{cases}$$

Дев'ятикласники розв'язувати такі системи не вміють. Виникає потреба навчити їх розв'язувати системи лінійних нерівностей з двома змінними. Це мотивація наступних занять. Учитель оголошує учням тему для вивчення «Системи лінійних нерівностей з двома змінними» і приступає до реалізації другого етапу ПСНМ. А розпочате розв'язання задачі 3 можна продовжити пізніше, коли учні оволодіють відповідними математичними знаннями.

Значущою частиною мотиваційного етапу ПСНМ є підведення проміжних підсумків про те, які практичні потреби привели до появи цього математичного поняття: 1) оптимізація ресурсів (коли потрібно знайти найкращий розподіл обмежених ресурсів – часу, грошей, обладнання); 2) планування діяльності (визначення оптимального обсягу різних видів послуг чи продуктів); 3) управління проектами (оптимізація розподілу завдань та ресурсів у команді); 4) фінансове планування (розподіл бюджету між різними напрямками бізнесу) тощо.

Практичний етап ПСНМ. Цей етап навчання розв'язування систем лінійних не-

рівностей з двома змінними описаний у діючих підручниках і методичних посібниках. На ньому зупинятись не будемо. Лише зазначимо, що учні у результаті опановують розв'язування систем лінійних нерівностей графічним методом (побудова області допустимих розв'язків через перетин півплощин). За можливості, учнів доцільно також ознайомити із симплекс-методом на найпростіших прикладах для розуміння принципів розв'язування складніших оптимізаційних задач.

Доцільним буде також здійснити під час занять у фоновому режимі короткий історичний екскурс про розвиток лінійного програмування, про те, як відомий радянський математик і економіст Леонід Канторович (1912–1986) вперше сформулював задачу лінійного програмування ще в 1939 році, працюючи над оптимізацією використання станків на фанерному заводі. Учні дізнаються чому його називають «батьком лінійного програмування». За свої роботи в галузі оптимального розподілу ресурсів він отримав Нобелівську премію з економіки в 1975 році. Цікавим буде учням дізнатись, що Георгій Данциг (1914–2005), американський математик, розробив у 1947 році симплекс-метод для розв'язування задач лінійного програмування. Обидва методи використовуються досі та є основою для розв'язування складних оптимізаційних задач у бізнесі, економіці, логістиці та інших галузях. Наприклад, ІТ-компанії використовують лінійне програмування для оптимізації розподілу серверних ресурсів, стрімінгові сервіси – для оптимізації доставки контенту, а маркетингові агенції – для розподілу рекламного бюджету між різними каналами. Словниковий запас учнів збагатиться новими словами. Наприклад. Лінійне програмування – це розділ математики, який займається знаходженням найкращого (оптимального) розв'язку задач, де цільова функція та обмеження є лінійними функціями. Він (розділ) використовується для оптимізації використання ресурсів, максимізації прибутків, мінімізації витрат та розв'язування багатьох інших практичних задач у бізнесі, економіці, інженерії та інших галузях людської діяльності.

Практико-застосовний етап ПСНМ. Коли учні оволодіють міцними вміннями і навичками розв'язування систем лінійних нерівностей, слід продемонструвати їм застосовність отриманих знань під час розв'язування добірки важливих, з точки зору практичної обізнаності, практико-орієнтованих задач. Найперша з них може

бути згадана вище задача 3, та ще кілька інших з цікавим для учнів сюжетом. Наприклад.

Задача 4. У родини є план на рік – зменшити споживання електроенергії з ТЕС і перейти на екологічно чисті джерела: сонячні панелі й вітрогенератор. Вони хочуть забезпечити не менше ніж 800 кВт·год електроенергії на місяць. Встановлення сонячної панелі дає в середньому 30 кВт·год/міс, один домашній вітрогенератор – 50 кВт·год/міс. Сонячна панель коштує 10 000 грн., а вітрогенератор коштує 25 000 грн. Максимально можна встановити 20 панелей і 15 вітрогенераторів. Але бюджет обмежений – це 300 000 грн.

Завдання: 1) скласти математичну модель у вигляді системи нерівностей (лінійне програмування); 2) знайти всі допустимі варіанти (цілі числа), що задовольняють умови задачі; 3) яка максимальна кількість електроенергії можлива при цьому бюджеті? 4) як це впливає на екологію? (Викиди CO₂ зменшуються на 0,7 кг за кожен кВт·год, замінений на чисту енергію).

Розв'язання. 1. Створення математичної моделі. Позначимо кількість сонячних панелей за x , $x \in \mathbb{Z}$, $x \geq 0$, кількість вітрогенераторів за y , $y \in \mathbb{Z}$, $y \geq 0$. Оскільки максимально можна встановити 20 панелей і 15 вітрогенераторів, то $x \leq 20$; $y \leq 15$.

Обмеження по енергії дає нерівність: $30x + 50y \geq 800$, звідки $3x + 5y \geq 80$. Обмеження по бюджету дає нерівність $10000x + 25000y \leq 300000$, звідки $2x + 5y \leq 60$.

Отримуємо математичну модель задачі – систему лінійних нерівностей:

$$\begin{cases} 3x + 5y \geq 80, \\ 2x + 5y \leq 60, \\ 0 \leq x \leq 20, \\ 0 \leq y \leq 15, \\ x \in \mathbb{Z}, \\ y \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

2. Розв'язування всередині створеної математичної моделі. Не зупиняючись детально на цьому етапі, зазначимо, що будуюмо графіки відповідних рівнянь (це прямі лінії): $x = 0$, $x = 20$, $y = 0$, $y = 15$, $2x + 5y = 60$, $3x + 5y = 80$. Визначаємо частини координатної площини, які містять цілі розв'язки системи (рис. 1). Розв'язком системи нерівностей є лише одна точка з цілими координатами (20;4).

3. Інтерпретація результату. Таким чином, доцільно купити 20 сонячних панелей та 4 вітрогенератори. При такому бюджеті можна забезпечити

$30 \times 20 + 50 \times 4 = 800$ кВт·год електроенергії на місяць. Це дозволить зменшити викиди вуглекислого газу на $800 \times 0,7 = 560$ кг щомісяця.



Рис. 1. Графічне подання розв'язків системи

Відповідь. 20 сонячних панелей та 4 вітрогенератори.

Розв'язана задача (та процес її розв'язування) дає розуміння, як економіка і екологія можуть розглядатись разом, формує екологічну та фінансову грамотність.

Використання КМ реалізації ПСНМ під час експериментального навчання показало її ефективність і дало змогу сформулювати наступні висновки.

Висновки та перспективи подальших досліджень.

1. Мотиваційний етап ПСНМ важливий і необхідний. Його проведення розкриває учням потребу в конкретних математичних знаннях. Дає змогу повідомити їм історію виникнення математичних понять, тверджень, теорій, способів дій. Учні дізнаються про відомих математиків, чії досягнення стають інтелектуальними надбаннями людства. Зазвичай його доцільно проводити шляхом розв'язування доцільних практико-орієнтованих (прикладних задач – переважно, у старшій школі), які розв'язуються різними методами, зокрема застосуванням методу математичного моделювання і сприяють формуванню ключових компетентностей.

2. Практичний етап ПСНМ має бути чітко зорієнтований на відпрацювання математичних компетентностей, зокрема, обчислювальної, логічної, процедурної, графічної, аналітичної тощо. Його проведення слід здійснювати традиційно вивіренними способами, методами, організаційними формами та засобами навчання. Він має розглядатись як математичний тренажер.

3. Практико-застосовний етап ПСНМ слід розглядати як кульмінаційний, як го-

ловний у формуванні в учнів математичної та інших ключових компетентностей.

4. Для успішного використання запропонованої КМ ПСНМ мають бути створені до вузлових тем курсу математики добірки доцільних практико-орієнтованих, фахово-орієнтованих та прикладних задач. Такі задачі мають стати і ціллю, і засобом формування в учнів міцних та глибоких знань, що узгоджується з вимогами концепції НУШ.

5. Впровадження запропонованої КМ можливе при умові, що до цього будуть готові вчителі математики. Це веде за собою удосконалення їх фахової підготовки.

Подальшими перспективами досліджень стосовно запропонованої КМ ПСНМ вбачаємо у розробці методичних рекомендацій застосування її під час вивчення окремих математичних дисциплін в базовій середній та профільній старшій школах, в створенні добірок різносюжетних доцільних задач, навчальних проектів.

Список бібліографічних посилань

- Воевода, 2017 – Воевода, А. (2017). Формування методичної компетентності майбутніх учителів фізико-математичних спеціальностей у процесі фахової підготовки. *Освіта. Інноватика. Практика*, 2(3): 29–33.
- Годованюк, Возносименко, 2024 – Годованюк, Т., Возносименко, Д. (2024). Підготовка майбутніх учителів математики до навчання учнів в контексті НУШ. *Актуальні питання у сучасній науці. Серія «Педагогіка»*, 1(19): 549–559. Doi: [https://doi.org/10.52058/2786-6300-2024-1\(19\)-549-559](https://doi.org/10.52058/2786-6300-2024-1(19)-549-559).
- Держстандарт середньої освіти, 2020 – Державний стандарт базової середньої освіти: затв. постановою Кабінету Міністрів України від 30 вересня 2020 р. № 898. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/898-2020-%D0%BF#Text>.
- Крамаренко, Корольський, 2024 – Крамаренко, Т.Г., Корольський, В.В. (2024). Використання практико-орієнтованих задач у навчанні вищої математики майбутніх учителів. *Наукові записки. Серія: Педагогічні науки*, 216: 46–52. Doi: <https://doi.org/10.36550/2415-7988-2024-1-216-46-52>.
- Математика для 5 класу, 2022 – Математика: підручник для 5 класу закладів загальної середньої освіти (2022) / Мерзляк, А., Полонський, В., Якір, М. Харків: Гімназія. 352 с.
- Модельна програма Математика 5–6, 2021 – Модельна навчальна програма «Математика. 5–6 класи» для закладів загальної середньої освіти / Василюшин М.С., Милянник А.І., Працьовитий М.В., Простакова Ю.С., Школьник О.В. Київ: МОН України, 2021. 36 с. *Інститут модернізації змісту освіти. Модельні навчальні програми*. URL: https://drive.google.com/file/d/1YMPwWKLNdHTQ6wj4_5aUH0sPafkCBqX/view.
- Нова Українська Школа, 2016 – Нова Українська Школа (2016). Концептуальні засади реформування середньої школи. Київ: Міністерство освіти і науки України. 40 с. URL: <https://mon.gov.ua/static->

objects/mon/sites/1/zagalna%20serednya/nova-ukrainska-shkola-compressed.pdf.

Профстандарт Вчитель ЗЗСО, 2024 – Професійний стандарт «Вчитель закладу загальної середньої освіти»: затв. наказом Міністерства освіти і науки України 29 серпня 2024 р. № 1225. URL: <https://mon.gov.ua/static-objects/mon/uploads/public/66e/806/fcb/66e806fcb90e2017837434.pdf>.

References

- Voevoda, A. (2017). Formation of methodological competence of future teachers of physics and mathematics specialties in the process of professional training. *Education. Innovation. Practice*, 2(3): 29–33. [in Ukr.].
- Godovanyuk, T., Voznosimenko, D. (2024). Preparing future mathematics teachers for teaching students in the context of the National Secondary School. *Current issues in modern science. Series "Pedagogy"*, 1(19): 549–559. Doi: [https://doi.org/10.52058/2786-6300-2024-1\(19\)-549-559](https://doi.org/10.52058/2786-6300-2024-1(19)-549-559). [in Ukr.].
- State Standard of Basic Secondary Education: approved by Resolution of the Cabinet of Ministers of Ukraine dated September 30, 2020 No. 898. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/898-2020-%D0%BF#Text>. [in Ukr.].
- Kramarenko, T.G., Korolsky, V.V. (2024). The use of practice-oriented tasks in teaching higher mathematics to future teachers. *Scientific notes. Series: Pedagogical sciences*, 216: 46–52. Doi: <https://doi.org/10.36550/2415-7988-2024-1-216-46-52>. [in Ukr.].

gological sciences, 216: 46–52. Doi: <https://doi.org/10.36550/2415-7988-2024-1-216-46-52>. [in Ukr.].

- Mathematics: a textbook for the 5th grade of general secondary education institutions (2022) In Merzlyak, A., Polonsky, V., Yakir, M. (authors). Kharkiv: Gymnasium. 352 c. [in Ukr.].
- Model curriculum "Mathematics. Grades 5–6" (2021) for secondary education institutions In Vasylyshyn M.S., Mylyanyk A.I., Pratsyovyty M.V., Prostakova Y.S., Shkolny O.V. (authors). Kyiv: Ministry of Education and Science of Ukraine. 36 p. *Institute for Modernization of Educational Content. Model curricula*. URL: https://drive.google.com/file/d/1YMPwWKLNdHTQ6wj4_5aUH0sPafkCBqX/view. [in Ukr.].
- New Ukrainian School (2016). Conceptual principles of secondary school reform. Kyiv: Ministry of Education and Science of Ukraine. 40 p. URL: <https://mon.gov.ua/static-objects/mon/sites/1/zagalna%20serednya/nova-ukrainska-shkola-compressed.pdf>. [in Ukr.].
- Professional standard "Teacher of a general secondary education institution": approved by order of the Ministry of Education and Science of Ukraine dated August 29, 2024 No. 1225. URL: <https://mon.gov.ua/static-objects/mon/uploads/public/66e/806/fcb/66e806fcb90e2017837434.p>

SHVETS Vasyi

PhD in Pedagogy, Full Professor, Professor at the Department of Mathematics Teaching Methodology, Dragomanov Ukrainian State University

PRUS Alla

PhD in Pedagogy, Associate Professor, Associate Professor at the Department of Algebra and Geometry, Zhytomyr Ivan Franko State University

CONCEPTUAL MODEL FOR IMPLEMENTING THE PRACTICAL ORIENTATION OF SCHOOL MATHEMATICS EDUCATION

Symmary. Purpose. To present a conceptual model of practical orientation in mathematics education in basic secondary and senior profile schools and reveal some aspects of its implementation.

Research methodology. Theoretical methods were used: analysis, synthesis, comparison, generalization of theoretical material presented in educational, scientific sources and regulatory documents; study and analysis of current mathematics curricula, content of alternative mathematics textbooks. Empirical methods: surveys of teachers, mathematics methodologists; experiment, observation.

Results. A conceptual model for implementing practical orientation in mathematics education has been developed, which takes into account students' age characteristics and the specifics of the school mathematics course. The model is structured in two directions: vertical (three age periods: younger adolescent, older adolescent, youth) and horizontal (three stages: motivational, practical, practical-applied). Each age period is characterized by specific goals, means, teaching methods and expected results. The motivational stage ensures understanding of the practical significance of mathematical knowledge through solving purposeful tasks, the practical stage forms strong skills and abilities, the practical-applied stage develops the ability to apply knowledge to solve real problems. Detailed examples of model implementation are presented

on topics "Greatest Common Divisor" (grades 5–6) and "Systems of Linear Inequalities with Two Variables" (grade 9), which demonstrate the step-by-step formation of practical skills from understanding the origin of mathematical concepts to their application in professionally-oriented situations.

Conclusions. The proposed model provides a systematic approach to forming students' mathematical competence in accordance with the requirements of the New Ukrainian School Concept. The model's approbation confirmed its effectiveness in forming both mathematical and key competencies. The model can be adapted by practicing teachers for various topics of the school mathematics course, taking into account the specifics of a particular class and educational institution. Practical implementation examples demonstrate the possibility of integrating mathematical knowledge with real-life situations, which promotes conscious learning of educational material and prepares students for applying mathematical knowledge in future life.

Keywords: conceptual model, practical orientation of mathematics education, mathematical competence, students' age characteristics, implementation stages, practice-oriented tasks.

Одержано редакцією 22.07.2025
Прийнято до публікації 10.08.2025