

УДК 65.86

Анатолій Щехорський, Світлана Постова (Житомир, Україна),
Йорг Дрешер (Київ, Україна)

МОДЕЛЮВАННЯ ЗА СІРАКУЗЬКОЮ ПОСЛІДОВНІСТЮ

Розглядаються підходи до гіпотези Колатца за моделями сіракузької послідовності.

Ключові слова: послідовність Колатца, структурна модель, числа Колатца.

В якості прикладу моделювання за відомою сіракузькою послідовністю використовується логістичний підхід поповнення і видача одиничної складської продукції. Поповнення складської продукції відбувається в наступному гіпотетичному режимі. За певний період часу існуюча непарна кількість продукції збільшується в тричі і додається ще одиниця продукції. В наступні періоди часу відбувається відпуск продукції споживачам: половина продукції першому споживачу, решта, якщо залишилась, парне число продукції відпускається іншим споживачам, за тим же методом половинного ділення, до тих пір, доки залишиться непарне число, відмінне від одиниці, що дає право поповнювати продукцію. Робота складу зупиняється, коли на складі залишиться одиниця продукції. Завдання, побудувати математичну модель надходження в відпуск продукції на складі. Стосовно модельного процесу основне його питання полягає у визначенні мінімального залишку продукції на складі.

Дана модель стосується широко відомої гіпотези Колатца, побудови послідовності чисел, яку називають сіракузькою послідовністю, або $3n + 1$ – послідовністю. Послідовність поповнення і відпуску продукції утворюється за наступним правилом: арифметичних операцій: поповнення наявних n одиниць продукції, що є на складі, відбувається за операцією $3n + 1$. Відпуск продукції моделюється діленням парного числа $3n + 1$ на максимальну степінь двійки 2^k і може бути реалізований за наступним алгоритмом (1)

$$n_{j+1} = \frac{3n_j + 1}{2^{k_j}}, \text{ if } n = 2m + 1 \text{ end } k_j = \max \left\{ k \mid 3n_j + 1 \equiv 0 \pmod{2^{k_j}} \right\} \quad (1)$$

де $j \geq 1$ номер непарного числа n , $n_1 = n$. $k_j = \max \left\{ k \mid 3n + 1 \equiv 0 \pmod{2^{k_j}} \right\}$ – максимальне значення степеня двійки, для якої n_j конгруентне нулю за модулем 2^k .

За алгоритмом (1) можна отримати сіракузькі послідовності, наприклад, для 19 послідовність (1) матиме вигляд: 19, 58, 29, 88, 44, 22, 11, 34, 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1. Послідовність непарних чисел сіракузької послідовності назвемо послідовністю Колатца, Наприклад, 19, 29, 11, 17, 13, 5, 1. Члени послідовності Колатца називають числами Колатца. Послідовність операцій, за якою отримуються члени послідовності Колатца, назвемо операціями перетворення Колатца. Отримання із непарного числа послідовності чисел Колатца назвемо приведенням його до послідовності Колатца.

Стосовно приведеної логістичної задачі гіпотеза Колатца стверджує, що довільне непарне натуральне число за операціями Колатца може бути приведенне до скінченної послідовності чисел Колатца, в якій найменшим числом буде одиниця. Для модельного процесу основним логістичним завданням отримати в залишку одиницю продукції.

Відповідь на поставлені питання можна отримати завдяки переходу від алгоритму (1) до структурної моделі послідовності Колатца. Загальний вигляд структурної моделі представлений на Рис.1, а).

Якщо звернути увагу на структуру приведення непарного числа до послідовності Колатца, наприклад приведення 31 до $31 \rightarrow 47 \rightarrow 71 \rightarrow 107 \rightarrow 161 \rightarrow 121 \rightarrow 91 \rightarrow 137 \rightarrow 205 \rightarrow 77 \rightarrow 29 \rightarrow 11 \rightarrow 17 \rightarrow 13 \rightarrow 5 \rightarrow 1$, то характерною особливістю послідовностей Колатса є її монотонність. спадні і зростаючі підпослідовності. В даному

тобто $\max 2^k = 2$, $k = 1$. З іншого боку нерівність $p = \frac{n \max 2^k - 1}{3} > n$, або $n \max 2^k > 3n + 1$ можлива тільки при $k \geq 2$.

Теорема 2 дає можливість встановити справедливості гіпотези Колатца, а також її прикладний аспект, приведення складської продукції до одиниці.

ДЖЕРЕЛА ТА ЛІТЕРАТУРА

1. Щехорський А.Й. Алгоритми похідних відображень. *Науковий пошук молодих дослідників : зб. наук. пр. студентів, магістрів та викл.* Житомир, 2024. Вип. 17. С. 150-153. URL: <http://eprints.zu.edu.ua/41681/1/1.pdf>.