

МЕЖІ ОБЧИСЛЮВАНOSTІ: ЩО КОМП'ЮТЕРИ НІКОЛИ НЕ ЗМОЖУТЬ ОБЧИСЛИТИ (ТЕОРІЯ ТЮРІНГА ТА ГЕДЕЛЯ)

Буховець Андрій Олександрович

*студент фізико-математичного факультету
Житомирський державний університет імені Івана Франка
м. Житомир*

Мельник Анна Віталіївна

*кандидат педагогічних наук
доцент кафедри комп'ютерних наук та інформаційних технологій
Житомирський державний університет імені Івана Франка
м. Житомир*

Сучасний розвиток інформаційних технологій, штучного інтелекту та квантових обчислень створює ілюзію всемогутності обчислювальних систем. Здається, що будь-яка задача, яку можна чітко сформулювати, рано чи пізно буде вирішена комп'ютером — питання лише в потужності процесора чи обсязі пам'яті. Однак фундаментальна математична логіка стверджує протилежне. Теорії Алана Тюрінга та Курта Геделя показують, що існують жорсткі межі того, що можна обчислити алгоритмічні обмеження закладені не в технічних недоліках обладнання, а в самій структурі формальних систем.

Основою теорії обчислюваності є поняття алгоритму, яке було формалізоване через модель машини Тюрінга. Ця абстрактна модель дозволяє описувати будь-який обчислювальний процес як послідовність кроків, що виконуються за чіткими правилами. Саме на основі цієї моделі було доведено існування задач, які не мають алгоритмічного розв'язання в принципі.

Класичним прикладом такої нерозв'язності є проблема зупинки (Halting Problem). Її суть полягає у визначенні того, чи завершиться довільна комп'ютерна програма за скінченний час при певних вхідних даних, чи вона працюватиме нескінченно. Алан Тюрінг математично довів, що не існує універсального алгоритму, який був би здатний дати правильну відповідь для будь-якої пари «програма — вхідні дані».

Як зазначається в матеріалах IEEE Spectrum: «... не існує універсального алгоритму, який здатен правильно відповісти на це

питання для всіх можливих програм» [5, с. 45]. Доведення цього факту базується на методі діагоналізації: якщо припустити, що такий алгоритм існує, можна сконструювати програму, яка діє всупереч його прогнозу, що веде до логічної суперечності.

Іншим фундаментальним обмеженням є теореми неповноти Курта Геделя. У 1931 році він продемонстрував, що в будь-якій достатньо складній формальній системі (наприклад, такій, що включає арифметику) існують істинні твердження, які неможливо довести або спростувати засобами самої цієї системи [3, с. 115]. З цього випливає декілька ключових висновків для комп'ютерних наук:

- не існує алгоритму, здатного автоматично довести будь-яке істинне математичне твердження;
- повна формалізація знань у межах однієї системи є теоретично неможливою;
- будь-яка система логічного виводу завжди матиме внутрішні обмеження.

Межі обчислюваності визначаються властивостями самих задач, а не потужністю комп'ютера [4, с. 56]. Нижче наведено класифікацію задач за їх обчислювальною складністю та можливістю розв'язання.

Таблиця 1

Класифікація задач за рівнем обчислюваності

Тип задачі	Характеристика	Приклад
Обчислювані	Мають скінченний алгоритм розв'язання	Пошук у масиві, сортування
Складнообчислювані	Потребують експоненціальних ресурсів	Факторизація великих чисел
Нерозв'язні	Алгоритмічне рішення відсутнє в принципі	Проблема зупинки, 10-та проблема Гільберта

Важливо розрізнити теоретичну нерозв'язність і практичну складність. Більшість задач, з якими працюють сучасні програмісти, належать до категорії складних, але розв'язних. Проте для нерозв'язних задач навіть «ідеальний» комп'ютер не зможе знайти відповідь.

Критика «чистої» обчислюваності часто базується на тому, що в реальному житті ми використовуємо евристики. Як зазначається в українських джерелах, у випадках, коли точний алгоритм неможливий,

застосовуються наближені методи, тестування та імовірнісні підходи [2, с. 200].

Цікавим способом переосмислення цих меж є концепція «Вавилонської бібліотеки» Хорхе Луїса Борхеса [1]. Уявімо систему, яка містить усі можливі тексти певної довжини. Така система нібито містить відповіді на всі питання, включаючи розв'язання проблеми зупинки. Однак складність пошуку істинної інформації серед нескінченного хаосу робить таку систему марною з обчислювальної точки зору. Це ще раз підтверджує, що обмеження логіки є фундаментальними.

Висновок. Теорії Тюрінга та Геделя встановлюють «горизонт» для розвитку цифрових систем. Визнання існування нерозв'язних задач дозволяє вченим зосередитися на розвитку евристичних методів та штучного інтелекту, який здатен оперувати в умовах неповноти інформації. Межі обчислюваності не зупиняють прогрес, а лише вказують на істинну природу логіки, в якій ми працюємо.

Список використаних джерел

1. Вавилонська бібліотека. Вікіпедія. URL: <https://uk.wikipedia.org/wiki/Вави>(дата звернення: 23.03.2026).
2. Глушков В. М. Основи кібернетики. – Київ : Наукова думка, 2001. – 512 с.
3. Завадський І. О., Пасічник В. В. Основи теорії алгоритмів : підручник. – Київ : Видавнича група ВНУ, 2015. – 320 с.
4. Копитко Б. І. Теорія алгоритмів та обчислюваність : навч. посіб. – Львів : ЛНУ ім. І. Франка, 2018. – 256 с.
5. What Is the Halting Problem? // IEEE Spectrum. – 2021. – URL: <https://spectrum.ieee.org/halting-problem> (дата звернення: 23.03.2026).